# Estimating Rice Milling Yield with Absorbing Markov Chains: A Case Study of a Mill in Lambayeque, Peru

Antonella Jamilet Rodriguez Julca[1], Iyhare Rubí Elías Mondragón[2], Andrea Lucia Huamanchumo Cruz[3], Absalón Rivasplata Sánchez[4], Cynthia Orbegoso Peñaherrera[5]
[1,2,3,4,5] Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, Peru
Emails: [1] 60774740@usat.pe; [2] 73226870@usat.pe; [3] 71205093@usat.pe; [4] arivasplata@usat.edu.pe; [5]corbegoso@usat.edu.pe

***Abstract*– Rice milling comprises a sequence of operations that determine the distribution of mass among the commercial product, by-products, and processing losses. The objective of this study was to model the rice milling process using an absorbing Markov chain to estimate the expected mass distribution and compare the expected yield among the commercial grades analyzed. Seven transient states and nine absorbing states were defined, and the transition probabilities were estimated from historical drying records, production reports, and operational parameters obtained from Molinera Tropical del Norte S.A.C. The results indicate an expected commercial white rice yield of 58.61%, while rice husk and mass loss during drying together account for 29.10% of the initial paddy rice mass. In addition, dehusking was the only operation that exhibited recirculation within the model. The comparison among commercial grades showed expected yields of 52.66%, 51.01%, and 59.13% for the Extra, Superior, and Corriente grades, respectively, as a consequence of differences in broken kernel separation and color sorting. The proposed model provides a useful tool for estimating expected yield, analyzing mass distribution, and supporting the evaluation of commercial grading strategies in the rice milling process.***

***Keywords*-- Rice milling, absorbing Markov chain, industrial yield, stochastic modeling.***

# Estimación del rendimiento del pilado de arroz con cadenas de Markov absorbentes: caso de un molino de Lambayeque, Perú

Antonella Jamilet Rodriguez Julca[1], Iyhare Rubí Elías Mondragón[2], Andrea Lucia Huamanchumo Cruz[3], Absalón Rivasplata Sánchez[4], Cynthia Orbegoso Peñaherrera[5]
[1,2,3,4,5] Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, Peru
Emails: [1] 60774740@usat.pe; [2] 73226870@usat.pe; [3] 71205093@usat.pe; [4] arivasplata@usat.edu.pe; [5]corbegoso@usat.edu.pe

***Resumen–*** ***El proceso de pilado del arroz involucra una secuencia de operaciones que determinan la distribución de la masa entre el producto comercial, los subproductos y las mermas. El objetivo de esta investigación fue modelar dicho proceso mediante una cadena de Markov absorbente para estimar la distribución esperada de la masa y comparar el rendimiento esperado entre los grados comerciales analizados. Se definieron siete estados transitorios y nueve estados absorbentes, y las probabilidades de transición se estimaron a partir de registros históricos de secado, reportes de producción y parámetros operativos de Molinera Tropical del Norte S.A.C. Los resultados muestran, para el escenario base, un rendimiento esperado de 58,61 % de arroz blanco comercial, mientras que la cascarilla y la pérdida por secado concentran conjuntamente el 29,10 % de la masa inicial. Asimismo, el descascarado fue la única operación que presentó recirculación dentro del modelo. La comparación entre grados comerciales evidenció rendimientos esperados de 52,66 %, 51,01 % y 59,13 % para los grados Extra, Superior y Corriente, respectivamente, como consecuencia de las diferencias en la selección de quebrados y la clasificación por color. El modelo propuesto constituye una herramienta para estimar el rendimiento esperado, analizar la distribución de la masa y apoyar la evaluación de estrategias de clasificación comercial en el proceso de pilado del arroz.***

***Palabras clave-- Pilado de arroz, Cadena de Markov absorbente, Rendimiento industrial, Modelación estocástica***

## I. Introducción

El arroz es uno de los principales cultivos agrícolas del Perú. El Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego (MIDAGRI) reporta que el arroz es el principal cultivo transitorio del país, con una producción de 3,56 millones de toneladas en 2024 (crecimiento de 5,5% respecto al año anterior) sobre 432 mil hectáreas cultivadas, distribuidas entre la Costa (53%) y la Selva (47%) [1]. El cultivo de arroz aporta cerca del 6% del PBI agropecuario nacional, ocupa la mayor superficie de siembra entre los cultivos transitorios (13% del área agrícola nacional) y genera más de 50 millones de jornales anuales, involucrando a más de 1,5 millones de personas a lo largo de toda la cadena productiva [1], [2].

Asimismo, Lambayeque desempeña un rol de centro de servicio, dado que buena parte del arroz cáscara cosechado en otras ciudades (Jaén, Bagua y San Martín) se traslada a los molinos instalados en la región para su secado, pilado y comercialización [2]. En este contexto, la eficiencia con la que cada molino transforma el arroz cáscara en arroz comercializable tiene un impacto directo sobre la rentabilidad de la planta y sobre la disponibilidad de subproductos como la cascarilla, la cual es reutilizada con frecuencia como combustible de biomasa.

El proceso de pilado, desde el ingreso del lote a la tolva hasta la obtención del arroz clasificado por grado comercial, involucra una secuencia de operaciones unitarias (tolveado, prelimpiado, secado industrial, descascarado, pulido, selección de quebrados y selección de color), en las que, en cada etapa, una fracción de la masa de entrada se separa hacia un destino distinto del producto final: desecho, pérdida por secado, cascarilla, polvillo, arrocillo, ñelen o descarte por color [3], [4]. La literatura reciente muestra que la humedad, las propiedades del grano, la configuración de los equipos y las condiciones de descascarado y pulido influyen en el rendimiento y en la integridad del producto [4], [5], [6], [7]. En particular, el descascarado y el pulido son las operaciones que mayor riesgo de rotura del grano y, en consecuencia, de reducción del rendimiento del proceso [4], [5]. Como resultado, la fracción de masa que se destina al producto comercial y a los distintos subproductos puede variar entre lotes de procesamiento.

Aunque el balance de masa permite cuantificar los flujos de material entre las diferentes etapas del proceso, su aplicación describe la distribución observada de la masa, pero no proporciona una estimación probabilística de cómo esta podría distribuirse antes del procesamiento de un lote. En consecuencia, la programación de la planta se realiza con base en la experiencia del personal de turno, sin un modelo formal que represente la incertidumbre del proceso y sirva de apoyo para la toma de decisiones.

En este contexto, las cadenas de Markov absorbentes constituyen una herramienta de la Investigación de Operaciones para modelar sistemas productivos mediante estados y transiciones probabilísticas [8]. Esta herramienta ha sido aplicada recientemente al análisis de líneas de manufactura con reproceso, descarte y estados terminales, permitiendo calcular visitas esperadas a los estados y probabilidades de absorción [9], [10]. En particular, Yeh et al. [9] modelaron una red de manufactura con reproceso y descarte mediante una cadena de Markov absorbente, empleando la matriz fundamental para

estimar el flujo a través de las distintas etapas del proceso y la matriz de absorción para determinar el destino final de las unidades procesadas.

Por ello, las cadenas de Markov con estados absorbentes son adecuadas para representar el proceso de pilado del arroz. Bajo los supuestos de homogeneidad y conservación de la masa, las probabilidades de transición equivalen a fracciones condicionales de masa, mientras que las probabilidades de absorción representan las fracciones esperadas de la masa inicial que alcanzan cada uno de los estados terminales, correspondientes al producto comercial o a los diferentes subproductos y mermas.

A diferencia de un balance de masa convencional, una cadena de Markov absorbente permite representar explícitamente la recirculación interna del proceso, como ocurre en el descascarado, donde el grano que no pierde completamente la cascarilla retorna a la misma operación, y estimar, mediante la matriz fundamental, el número esperado de veces que una unidad representativa de la masa visita cada etapa antes de alcanzar un estado de absorción.

De este modo, la propuesta se sitúa en la intersección de dos líneas de investigación. Por un lado, la literatura sobre molinos analiza los factores físicos y operativos que afectan la calidad y el rendimiento del proceso [4], [5], [7], [11]. Por otro, la literatura sobre cadenas de Markov estudia el comportamiento estocástico de sistemas productivos con reprocesos, recorridos y estados terminales [10], [12]. Sin embargo, son escasos los estudios que integran ambos enfoques para modelar probabilísticamente el proceso de pilado del arroz y cuantificar la distribución de la masa entre el producto comercial, los subproductos y las mermas dentro de un único modelo matemático.

En este contexto, el presente estudio tiene como objetivo modelar el proceso de pilado de arroz de Molinera Tropical del Norte S.A.C. (Lambayeque, Perú) mediante una cadena de Markov absorbente, con el fin de estimar la distribución esperada de la masa, las probabilidades de absorción y el rendimiento del proceso, así como comparar el rendimiento esperado entre los grados comerciales analizados. A partir de este modelo se estiman las visitas esperadas a cada etapa, las probabilidades de absorción y la distribución final de la masa procesada, lo que permite cuantificar el rendimiento físico del proceso, identificar las operaciones que concentran las mayores mermas de masa y evaluar el efecto de la recirculación en el descascarado. Asimismo, el modelo se emplea para comparar el rendimiento esperado según el grado comercial (Extra, Superior y Corriente). El alcance del estudio se limita al análisis del rendimiento físico del proceso, sin considerar variables relacionadas con el consumo de energía, los costos, la utilización de la capacidad o los tiempos de procesamiento.

## II. Trabajos relacionados

La aplicación de cadenas de Markov al análisis de sistemas productivos ha avanzado desde modelos de manufactura multietapa con inspección y reproceso hasta formulaciones recientes orientadas a sistemas con estados terminales (absorbentes) y flujos probabilísticos. Yu y Bricker [13] aplicaron el análisis de absorción a un sistema de manufactura con inspección, rechazo y reproceso para estudiar el comportamiento probabilístico de las unidades procesadas. Posteriormente, Hadjinicola [14] desarrolló un marco de modelado basado en cadenas de Markov para procesos productivos en serie con reproceso, en el que los estados absorbentes representan el descarte o la finalización del producto, permitiendo estimar probabilidades de absorción, rendimiento (*yield*) y cantidades esperadas asociadas con los estados finales.

Sobre esta base, investigaciones recientes han ampliado la aplicación de las cadenas de Markov a problemas de manufactura más complejos. Pérez-Lechuga et al. [12] modelaron la distribución de materiales en una línea de manufactura para estimar indicadores esperados de producción. Yeh et al. [9] desarrollaron una cadena de Markov absorbente para una red de manufactura con reproceso y descarte, utilizando la matriz fundamental para calcular el número esperado de visitas a los estados transitorios y la matriz de absorción para determinar las probabilidades de absorción en los estados terminales. Asimismo, Caicedo-Solano et al. [10] integraron cadenas de Markov y teoría de colas para modelar un proceso de mecanizado con inspección, reproceso, producto conforme y desperdicio, mientras que Colledani y Angius [15] analizaron el efecto del reproceso y la trazabilidad sobre el desempeño de sistemas de manufactura multietapa.

En el pilado en los molinos de arroz, Mohidem et al. [4] describieron las operaciones unitarias y los subproductos del proceso de pilado, mientras que Müller et al. [5] y Scariot et al. [16] analizaron la influencia del secado y el almacenamiento sobre la calidad industrial y el rendimiento del grano. Ali et al. [17] sintetizaron los principales factores que afectan el rendimiento de grano entero, y diversos estudios experimentales y de simulación mostraron que la geometría del molino, la orientación de los granos, la velocidad de rotación y el nivel de llenado influyen en la uniformidad del proceso y en la rotura del grano [6], [7], [18]. Finalmente, Mutua et al. [11] señalaron la importancia de integrar el descascarado, la molienda y la modelación para mejorar el rendimiento del arroz de calidad.

En conjunto, la literatura revisada evidencia que las cadenas de Markov absorbentes constituyen una herramienta consolidada para modelar sistemas productivos con reproceso y estados absorbentes, mientras que los estudios sobre pilado de arroz han profundizado en los factores físicos y operativos que condicionan el rendimiento. Sin embargo, en la literatura revisada no se identificaron aplicaciones de este enfoque para representar la distribución progresiva de la masa en el proceso de pilado de arroz considerando la recirculación interna y los múltiples destinos de la masa, lo que constituye el vacío abordado en el presente estudio.

## III. Marco Teórico

Una cadena de Markov absorbente es un proceso estocástico de tiempo discreto con un número finito de estados, en el que al menos un estado es absorbente; una vez alcanzado, el proceso permanece en él de forma permanente y, desde cualquier estado transitorio, existe una probabilidad positiva de alcanzar un estado absorbente en un número finito de transiciones [8], [9]. Por ello, constituye una herramienta adecuada para modelar procesos productivos con etapas secuenciales, recirculaciones y múltiples estados terminales.

Sea $\{X_n: n \geq 0\}$ un proceso estocástico de tiempo discreto, donde la variable aleatoria $X_n$ representa el estado ocupado, después de la transición n, por una unidad representativa de la masa inicial del lote. El espacio de estados se divide en el conjunto $T$ de estados transitorios y el conjunto $A$ de estados absorbentes. Se asume que el proceso satisface la propiedad de Markov, según la cual la probabilidad de la siguiente transición depende únicamente del estado actual y no de la trayectoria seguida para alcanzarlo [8], [9]:

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = P_{ij} \qquad (1)$$

En el proceso de pilado de arroz, la probabilidad de transición la $P_{ij}$, representa la fracción condicional de la masa presente en la etapa $i$ que se transfiere a la etapa $j$, recircula dentro del proceso o alcanza un estado absorbente. En consecuencia, cada fila de la matriz de transición satisface $p_{ij} \geq 0$ y $\sum_j P_{ij} = 1$, lo que garantiza la conservación probabilística de la masa representada en el modelo.

Bajo esta formulación, la dinámica del proceso puede representarse mediante una matriz de transición en forma canónica,

$$P = \begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Donde, $Q$ contiene las transiciones entre estados transitorios y $R$ las transiciones desde estados transitorios hacia estados absorbentes. Si $\rho(Q) < 1$, la matriz fundamental existe y se define:

$$F = (I - Q)^{-1} \qquad (3)$$

De la matriz fundamental $F$, el elemento $f_{ij}$ es el número esperado de visitas al estado transitorio $j$ antes de la absorción, condicionado a que la unidad de masa inicia en $i$ [8], [9].

Asimismo, la matriz de probabilidades de absorción $B$, determina las probabilidades de absorción en cada estado absorbente.

$$B = FR \qquad (4)$$

Asimismo, esta matriz permite interpretar los resultados en términos físicos. Si el lote ingresa al sistema con una masa inicial $M_0$, la masa esperada que alcanza el estado absorbente $a$ está dada por:

$$E[M_a] = M_0 b_{1a} \qquad (5)$$

Donde $b_{1a}$ es la probabilidad de absorción desde el estado inicial hasta el estado absorbente $a$. En consecuencia, el rendimiento físico del proceso se define como la relación entre la masa esperada de arroz blanco comercial obtenida al finalizar el pilado y la masa inicial de arroz cáscara,

$$R = \frac{E[M_{AB}]}{M_0} \qquad (6)$$

Finalmente, el vector $F_1$ proporciona el número esperado de visitas a los estados transitorios antes de la absorción. Si se desea estimar el tiempo esperado de permanencia en el sistema, es necesario incorporar un vector de tiempos medios por etapa $c$, obteniéndose el vector $F_c$.

## IV. Metodología

### A. *Enfoque y fuentes de información*

Se desarrolló un estudio de caso con enfoque cuantitativo y aplicado en Molinera Tropical del Norte S.A.C., ubicada en Lambayeque, Perú. La unidad de análisis fue el proceso de pilado y clasificación comercial de la planta estudiada. Para construir el modelo se utilizaron registros operativos del molino, visitas técnicas, entrevistas semiestructuradas y literatura especializada.

La principal fuente de información estuvo constituida por dos conjuntos de registros históricos. El primero comprendió 7824 lotes con información del peso de ingreso del arroz húmedo y del peso de salida después del secado, utilizados para estimar la pérdida de masa asociada a esta operación. El segundo correspondió a los reportes de producción por maquila (formato *Reporte de producción*), que registran, para cada lote, las cantidades obtenidas de arroz comercial, rechazo, arrocillo, ñelen y polvillo. A partir de estos registros se seleccionó un lote de producción para cada uno de los grados comerciales analizados (Extra, Superior y Corriente) y, a partir de estos lotes, se estimaron las probabilidades de transición asociadas a las etapas de selección de quebrados y clasificación por color.

Las visitas técnicas y las entrevistas, realizadas durante la campaña principal de producción de 2026 (abril-julio), permitieron caracterizar la secuencia de operaciones del proceso e identificar los parámetros para los cuales no existían registros directos, en particular la tasa de recirculación en el descascarado y la proporción de desecho en el tolveado. Estos parámetros se definieron con base en el criterio operativo del personal del molino y se contrastaron con literatura técnica especializada antes de incorporarse al modelo como parámetros adoptados.

Como fuentes complementarias se consultaron artículos científicos sobre molinos y pilado de arroz, manuales de manejo poscosecha, normativa técnica y fichas técnicas de equipos de clasificación óptica, utilizados para verificar la consistencia de los parámetros adoptados y complementar la información del molino en aquellas operaciones para las que no se dispuso de mediciones directas [3], [5].

Asimismo, debido a que los lotes destinados a los grados comerciales Extra, Superior y Corriente siguen trayectorias de clasificación independientes y no se mezclan una vez iniciada la clasificación, se formularon cadenas de Markov absorbentes independientes para cada grado comercial. Los resultados del modelo se expresan como porcentaje de la masa inicial,

kilogramos por cada 100 kg de arroz cáscara y, para fines de aplicación, kilogramos por día considerando una capacidad nominal de procesamiento de 400 000 kg/día.

### *B. Estimación de probabilidades*

Las probabilidades de transición se estimaron a partir de tres orígenes metodológicos, resumidos en la Tabla I.

TABLA I
FUENTES UTILIZADAS PARA LA ESTIMACIÓN DE LAS PROBABILIDADES DE TRANSICIÓN

| Origen | Probabilidades |
|---|---|
| Criterio operativo del personal y contraste con literatura técnica | Recirculación en el descascarado (10 %), impurezas en prelimpiado (2 %) y desecho de tolva (0,1 %) |
| Registros históricos de secado | Pérdida por secado (9,64 %) |
| Registros históricos de producción y calidad | Cascarilla (20 %), polvillo (8 %), arrocillo (5 %), ñelen (1 %) y descarte por color del escenario base (1,5 %) |
| Registros de producción por grado comercial | Probabilidades específicas de selección de quebrados y clasificación por color para los grados Extra, Superior y Corriente. |

El parámetro de pérdida por secado se estimó a partir de 7 824 registros históricos que contienen el peso de ingreso del arroz húmedo y el peso de salida después del secado. Para el análisis, los lotes se agruparon según el contenido de humedad de entrada, como se muestra en tabla siguiente.

TABLA II
DISTRIBUCIÓN DE LOTES POR HUMEDAD DE ENTRADA

| Humedad de entrada | N.º lotes | % del total |
|---|---|---|
| 14 %-17 % (baja) | 865 | 11,06 % |
| 17 %-23 % (intermedia) | 4 657 | 59,52 % |
| 23 %-25 % (alta) | 1 306 | 16,69 % |
| 25 %-30 %+ (crítica) | 996 | 12,73 % |

Dado que la categoría de humedad intermedia concentra el 59,52 % de los registros, se adoptó su pérdida promedio (9,64 %) como probabilidad de transición asociada al secado, por representar la condición operativa con mayor frecuencia en la planta.

### *C. Supuestos del modelo*

El modelo se formuló bajo los siguientes supuestos: (i) las probabilidades de transición correspondientes a la recirculación en el descascarado, las impurezas en el prelimpiado y el desecho en el tolveado se consideran parámetros adoptados, definidos a partir del criterio operativo del personal del molino y contrastados con literatura técnica especializada [3], [4], [11]; (ii) la probabilidad de transición asociada a la pérdida por secado se representa mediante el valor promedio correspondiente a los lotes con humedad de entrada intermedia (9,64 %), por ser la condición predominante en los registros históricos analizados; (iii) las probabilidades de transición asociadas a la selección de quebrados y a la clasificación por color se estimaron independientemente a partir de un lote de producción correspondiente a cada grado comercial (Extra, Superior y Corriente), sin combinar información entre categorías; (iv) el modelo representa únicamente el subproceso de pilado y clasificación comercial, por lo que no considera las etapas de añejamiento, almacenamiento, distribución ni otros procesos posteriores que no modifican la distribución de la masa. (v) el modelo adopta la propiedad de Markov; en consecuencia, la probabilidad de transición depende únicamente del estado actual de la unidad representativa de la masa. Asimismo, las probabilidades de transición se consideran constantes dentro de cada escenario analizado.

## V. RESULTADOS

Con las probabilidades de transición estimadas y los supuestos establecidos en la sección anterior, se construyó la cadena de Markov absorbente del proceso de pilado de arroz. A partir de este modelo se obtuvo la matriz de transición en forma canónica, la matriz fundamental y la matriz de probabilidades de absorción, cuyos resultados permiten cuantificar la distribución esperada de la masa a lo largo del proceso.

### *A. Definición de estados del sistema*

A partir de la secuencia de operaciones del proceso de pilado se definieron siete estados transitorios y nueve estados absorbentes, mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos (Tabla III). Los estados transitorios representan las operaciones del proceso, mientras que los estados absorbentes corresponden al arroz blanco comercial, los subproductos y las mermas generadas durante el pilado.

TABLA III
ESTADOS DEL SISTEMA

| Tipo | Estado |
|---|---|
| Transitorio | Tolveado, prelimpiado, secado industrial, descascarado, pulido, selección de quebrados, selección de color |
| Absorbente | Desecho grueso, desecho fino, pérdida por secado, cascarilla, polvillo, arrocillo, ñelen, descarte por color, arroz blanco (extra, superior o corriente) |

### *B. Construcción de la matriz de transición*

Con las probabilidades de transición estimadas se construyó la matriz de transición del escenario base en su forma canónica. La consistencia del modelo se verificó comprobando que todas las filas de la matriz cumplan con la condición de normalización $\sum_j P_{ij} = 1$. La Tabla IV resume las probabilidades de transición distintas de cero incorporadas al modelo y la Fig. 1 presenta el gráfico de transición de la cadena de Markov absorbente.

TABLA IV
PROBABILIDADES DE LA MATRIZ BASE

| Tipo | Valor |
|---|---|
| Tolveado → Desecho grueso | 0,001 |
| Prelimpiado → Desecho fino | 0,02 |
| Secado → Pérdida por secado | 0,0964 |
| Descascarado → Cascarilla | 0,20 |
| Descascarado → Descascarado | 0,10 |
| Pulido → Polvillo | 0,08 |
| Sel. quebrados → Arrocillo / Ñelen | 0,05 / 0,01 |
| Sel. color → Descarte | 0,015 |

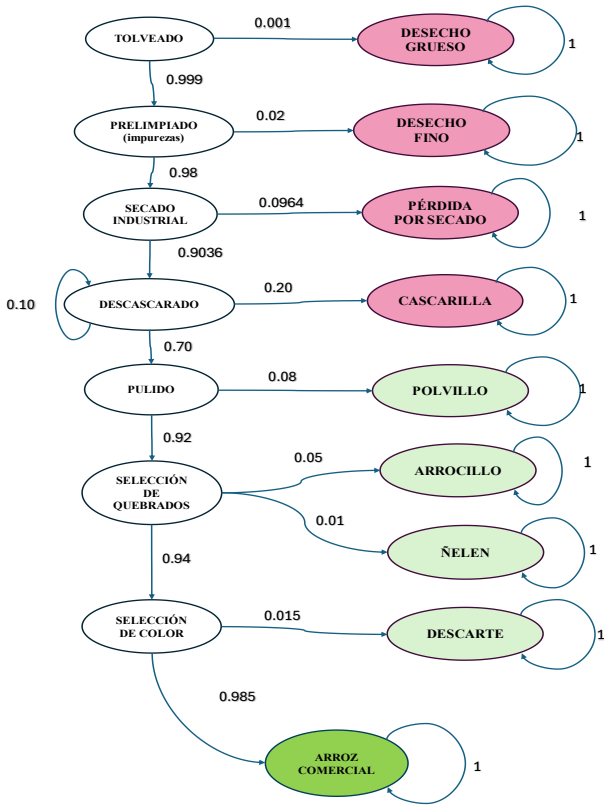



Fig 1. Diagrama de transición de estados del proceso de pilado (transitorios en azul, absorbentes en magenta)

TABLA V
MATRIZ Q (ESTADOS TRANSITORIOS)

| | Tolv. | Preli. | Sec. | Desc. | Pulido | Sel. q. | Sel. c. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tolveado | 0 | 0,999 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Prelimpia | 0 | 0 | 0,98 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Secado | 0 | 0 | 0 | 0,9036 | 0 | 0 | 0 |
| Desc. | 0 | 0 | 0 | 0,1 | 0,7 | 0 | 0 |
| Pulido | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,92 | 0 |
| Sel. queb. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,94 |
| Sel. color | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

## C. *Matriz fundamental*

Con la matriz Q obtenida para el escenario base se calculó la matriz fundamental $F = (I - Q)^{-1}$. Los resultados se presentan en la siguiente tabla.

TABLA VI
MATRIZ FUNDAMENTAL F

| | Tolv. | Preli. | Sec. | Desc. | Pulido | Sel. q. | Sel. c. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tolveado | 1 | 0,999 | 0,979 | 0,983 | 0,688 | 0,633 | 0,595 |
| Prelimpia | 0 | 1 | 0,980 | 0,984 | 0,689 | 0,634 | 0,596 |
| Secado | 0 | 0 | 1 | 1,004 | 0,703 | 0,647 | 0,608 |
| Desc. | 0 | 0 | 0 | 1,111 | 0,778 | 0,716 | 0,673 |
| Pulido | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,920 | 0,865 |
| Sel. queb. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,940 |
| Sel. color | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Por lo tanto, para el proceso de pilado, el elemento $f_{14}$ =0,983 indica que una unidad representativa de masa que ingresa a la operación de tolveado realiza, en promedio, 0,983 visitas al descascarado antes de alcanzar un estado absorbente. Asimismo, el elemento diagonal $f_{44} = 1{,}111$ muestra que la masa que llega al descascarado pasa por esta operación, en promedio, 1,111 veces, como consecuencia de la recirculación del grano que no pierde completamente la cascarilla en el primer paso. Finalmente, la suma de la primera fila de la matriz fundamental, igual a 5,877, expresa el número esperado total de visitas a los estados transitorios del proceso para una unidad representativa de masa que inicia en el tolveado. En conjunto, estos resultados caracterizan la intensidad esperada de tránsito de la masa a través de las distintas operaciones del pilado.

## D. *Probabilidades de absorción y rendimiento esperado*

En la siguiente tabla se presenta la matriz de probabilidades de absorción B=FR, donde cada elemento $b_{ij}$ representa la probabilidad de que una unidad representativa de masa, partiendo del estado transitorio i, sea absorbida en el estado j. La primera fila corresponde al proceso cuando la masa ingresa por el tolveado.

TABLA VII
MATRIZ DE PROBABILIDADES DE ABSORCIÓN B

| | Des. tolva | Des.pre limpia | Pérdida secado | Cascari lla | Polvill o | Arrocill o | Ñelen | Descart e color | Arroz |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tolv. | 0,0010 | 0,0200 | 0,0944 | 0,1966 | 0,0550 | 0,0317 | 0,0063 | 0,0089 | 0,5861 |
| Prelim. | 0 | 0,0200 | 0,0945 | 0,1968 | 0,0551 | 0,0317 | 0,0063 | 0,0089 | 0,5867 |
| Secado | 0 | 0 | 0,0964 | 0,2008 | 0,0562 | 0,0323 | 0,0065 | 0,0091 | 0,5987 |
| Desc. | 0 | 0 | 0 | 0,2222 | 0,0622 | 0,0358 | 0,0072 | 0,0101 | 0,6625 |
| Pulido | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,0800 | 0,0460 | 0,0092 | 0,0130 | 0,8518 |
| Sel. queb. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,0500 | 0,0100 | 0,0141 | 0,9259 |
| Sel. color | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,0150 | 0,9850 |

La primera fila de la matriz B, muestra la distribución esperada de la masa cuando el proceso inicia en el estado de tolveado. El estado absorbente con mayor probabilidad corresponde al arroz blanco comercial (0,5861), seguido por la

cascarilla (0,1966) y la pérdida por secado (0,0944), mientras que las probabilidades restantes se distribuyen entre el polvillo, el arrocillo, el ñelen, el descarte por color y los desechos generados durante las etapas iniciales del proceso. En consecuencia, el rendimiento esperado del proceso de pilado es del 58,61 % de la masa inicial de arroz cáscara. La distribución porcentual correspondiente se presenta en la Fig. 2.

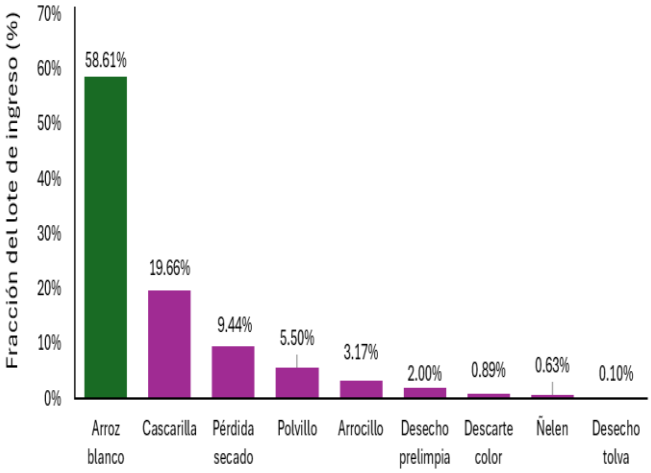



Fig 2. Distribución porcentual esperada de la masa por cada 100 kg de arroz cáscara procesado.

Como se aprecia en la Fig. 2, el arroz blanco comercial constituye el principal destino de la masa procesada, con un rendimiento esperado del 58,61 %. Del 41,39 % restante, la cascarilla representa la mayor fracción (19,66 %), seguida por la pérdida por secado (9,44 %) y el polvillo (5,50 %). En conjunto, la cascarilla y la pérdida por secado concentran el 29,10 % de la masa inicial, evidenciando que estas dos salidas representan las principales separaciones de masa del proceso de pilado.

## VI. Rendimiento esperado según el grado comercial

Con el propósito de comparar la distribución final de la masa y el rendimiento entre los grados comerciales analizados, se formularon tres cadenas de Markov absorbentes independientes correspondientes a los grados Extra, Superior y Corriente, según la NTP 205.011 [19]. Esta formulación responde a la práctica operativa de Molinera Tropical del Norte S.A.C., donde los lotes destinados a distintos grados comerciales se procesan de forma independiente y no se mezclan durante el pilado. Los escenarios por grado comercial corresponden a una parametrización independiente del escenario base; por ello, sus resultados no constituyen una desagregación directa de la matriz base. En los tres escenarios se mantuvieron constantes las probabilidades de transición asociadas a las etapas de tolveado, prelimpiado, secado, descascarado y pulido, mientras que las probabilidades correspondientes a la selección de quebrados y a la clasificación por color se estimaron de manera independiente para cada grado comercial a partir de registros reales de producción. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla VIII y la Fig. 3.

TABLA VIII
RENDIMIENTO ESPERADO SEGÚN EL GRADO COMERCIAL

| Destino | Extra | Superior | Corriente |
|---|---|---|---|
| Desecho grueso (tolva) | 0,10% | 0,10% | 0,10% |
| Desecho fino (prelimpia) | 2,00% | 2,00% | 2,00% |
| Pérdida por secado | 9,44% | 9,44% | 9,44% |
| Cascarilla | 16,81% | 16,81% | 16,81% |
| Polvillo | 11,33% | 11,33% | 11,33% |
| Arrocillo | 3,56% | 6,44% | 0,00% |
| Ñelen | 0,89% | 1,60% | 0,00% |
| Descarte por color | 3,22% | 1,28% | 1,19% |
| Producto comercial | 52,66% | 51,01% | 59,13% |

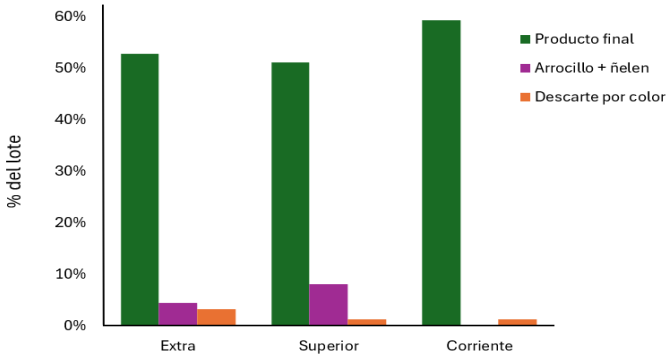



Fig 3. Rendimiento y desvíos por grado comercial

Los tres grados comerciales presentan valores idénticos para las fracciones de masa correspondientes al desecho de tolva, desecho de prelimpiado, pérdida por secado, cascarilla y polvillo, debido a que estas separaciones ocurren antes de las etapas en las que se define el grado comercial. Las diferencias se concentran en la selección de quebrados y la clasificación por color, responsables de la distribución final de la masa entre el producto comercial y los subproductos.

En el grado Extra, el 3,56 % de la masa inicial se separa como arrocillo, el 0,89 % como ñelen y el 3,22 % como descarte por color, obteniéndose un rendimiento esperado del 52,66 %. En el grado Superior, la fracción separada como arrocillo y ñelen aumenta hasta 6,44 % y 1,60 %, respectivamente, mientras que el descarte por color disminuye a 1,28 %, dando lugar a un rendimiento esperado de 51,01 %. En el grado Corriente no se realiza la separación de arrocillo ni de ñelen como corrientes independientes, por lo que estas fracciones permanecen incorporadas al producto comercial. En consecuencia, únicamente el 1,19 % de la masa se separa durante la clasificación por color, alcanzándose el mayor rendimiento esperado del proceso (59,13 %).

La diferencia de 6,47 puntos porcentuales entre los grados Corriente y Extra evidencia el efecto que tiene la estrategia de clasificación sobre la distribución final de la masa procesada. Para una capacidad nominal de 400 t/día, el modelo estima una

producción esperada de 236,53 t/día de arroz Corriente y 210,65 t/día de arroz Extra. Asimismo, la suma de la primera fila de la matriz fundamental F fue de 5,8396, 5,8036 y 5,8841 para los grados Extra, Superior y Corriente, respectivamente, indicando que el número esperado de visitas a los estados transitorios es similar en los tres modelos.

## VII. Discusión

La representación del proceso de pilado mediante una cadena de Markov absorbente permitió unir en un único modelo probabilístico las operaciones de transformación, la recirculación y los diferentes destinos finales de la masa. Por ello, este enfoque amplía el alcance de los balances de masa convencionales (deterministas) al incorporar la dinámica probabilística del proceso y resulta consistente con aplicaciones de cadenas de Markov en sistemas productivos multietapa [12], [15].

Las probabilidades de absorción estimadas muestran que las principales reducciones de la masa comercializable se concentran en el secado y el descascarado. Este comportamiento coincide con lo reportado por la Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO) [20], donde ambas operaciones se identifican como las etapas con mayor influencia sobre el rendimiento del arroz elaborado y la generación de subproductos. Asimismo, este organismo indica que, en condiciones comerciales, el arroz cáscara produce aproximadamente 20 % de cascarilla y entre 65 % y 70 % de arroz elaborado, dependiendo de la calidad de la materia prima y de la eficiencia del proceso de pilado.

El rendimiento esperado del escenario base fue de 58,61 % respecto de la masa inicial que ingresa por el tolveado, valor que incorpora las separaciones ocurridas durante las etapas previas al descascarado, incluida la pérdida por secado. Considerando únicamente la masa que alcanza el descascarado, la probabilidad de obtener arroz blanco comercial es de 66,25 %, valor próximo al 67 % reportado por la FAO para molinos comerciales que procesan arroz cáscara de buena calidad [20].

La matriz fundamental permitió identificar el efecto de la recirculación sobre la dinámica del proceso. En los tres modelos, el número esperado de visitas a los estados transitorios fue similar, lo que indica que la estructura general del proceso permanece prácticamente invariable independientemente del grado comercial producido. Las diferencias observadas en el rendimiento se deben, por tanto, a las probabilidades de transición de las etapas finales de clasificación y no a modificaciones en la secuencia de operaciones.

La comparación entre los grados comerciales mostró que las diferencias de rendimiento se originan exclusivamente en la selección de quebrados y la clasificación por color. Este comportamiento es consistente con la NTP 205.011:2021 [19] y con lo señalado por Prom-u-thai y Rerkasem [21], quienes indican que una mayor exigencia en la clasificación del arroz implica una mayor separación de granos quebrados, reduciendo el rendimiento del producto comercial a cambio de una mejor calidad.

Desde el punto de vista de aplicación, el modelo Markoviano permite comparar el rendimiento esperado bajo diferentes criterios de clasificación y estimar la distribución de la masa entre producto comercial y subproductos, contribuyendo a la planificación de la producción y a la evaluación de alternativas de clasificación.

Finalmente, debe considerarse que las probabilidades de transición correspondientes a las etapas de clasificación comercial se estimaron a partir de un lote de producción por cada grado comercial; por tanto, las diferencias observadas son propias de los registros analizados y no son generalizables a toda la producción del molino. No obstante, con un mayor número de lotes se obtendrían estimaciones más robustas y se podría evaluar la variabilidad entre campañas.

## VIII. Conclusiones

La aplicación del modelo de cadena de Markov absorbente al proceso de pilado de Molinera Tropical del Norte S.A.C. permitió cuantificar la distribución esperada de las distintas corrientes de masa, las probabilidades de absorción y el número esperado de visitas a las siete operaciones definidas como estados transitorios. En el escenario base, por cada 100 kg de arroz cáscara ingresados, se estimó una producción de 58,61 kg de arroz blanco comercial, mientras que la cascarilla y la pérdida por secado representaron en conjunto el 29,10 % de la masa inicial, constituyendo las principales corrientes ajenas al producto comercial.

El descascarado fue la única etapa que presentó recirculación, reflejada en un valor de 1,11 en el elemento de la diagonal de la matriz fundamental. Por ello, esta operación constituye un punto prioritario para evaluar alternativas de mejora del rendimiento, dado que es la única etapa del modelo que presenta recirculación.

La comparación entre los grados comerciales mostró que el arroz Corriente presentó el mayor rendimiento esperado (59,13 %), superando en 6,47 puntos porcentuales al arroz Extra. Estas diferencias se atribuyen a las probabilidades de transición asociadas a las etapas de selección de quebrados y clasificación por color, evidenciando que los criterios de clasificación comercial influyen directamente en la distribución final de la masa y en el rendimiento esperado del proceso.

El modelo desarrollado demuestra la utilidad de las cadenas de Markov absorbentes para representar el proceso de pilado de arroz y estimar el reparto de masa entre producto comercial, subproductos y mermas. Además, constituye una base cuantitativa para comparar alternativas de clasificación comercial, apoyar la planificación de la producción y evaluar modificaciones en las probabilidades de transición orientadas a mejorar el rendimiento del proceso.

Como trabajo futuro, se propone ampliar el número de lotes analizados para obtener estimaciones más robustas, incorporar variabilidad en las probabilidades mediante simulación Monte Carlo, e integrar variables económicas, energéticas y de capacidad, con el fin de fortalecer su aplicación como herramienta de apoyo a la toma de decisiones.

## AGRADECIMIENTO/RECONOCIMIENTO

Se agradece al personal de producción y calidad de Molinera Tropical del Norte S.A.C. por las facilidades brindadas para la visita técnica y la entrevista que sustentan los datos primarios de este estudio.

## REFERENCIAS

[1] Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego (MIDAGRI), "Gobierno destaca al arroz como una de las principales cadenas productivas del país," Lima, Perú, Oct. 3, 2025. [Online]. Available: https://www.gob.pe/institucion/midagri/noticias/1257651-gobierno-destaca-al-arroz-como-una-de-las-principales-cadenas-productivas-del-pais. Accessed: Aug. 2, 2026.

[2] Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego (MIDAGRI), "Arroz," Portal Sectorial. [Online]. Available: https://www.midagri.gob.pe/portal/26-sector-agrario/arroz. Accessed: Aug. 2, 2026.

[3] Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO), Manual de manejo poscosecha de granos a nivel rural, "II. Limpieza de los granos," Santiago, Chile, 1993. [Online]. Available: https://www.fao.org/4/x5027s/x5027s03.htm

[4] N. A. Mohidem, N. Hashim, R. Shamsudin, and H. C. Man, "Rice for Food Security: Revisiting Its Production, Diversity, Rice Milling Process and Nutrient Content," Agriculture, vol. 12, no. 6, Art. no. 741, 2022, doi: 10.3390/agriculture12060741.

[5] A. Müller et al., "Rice Drying, Storage and Processing: Effects of Post-Harvest Operations on Grain Quality," Rice Science, vol. 29, no. 1, pp. 16-30, 2022, doi: 10.1016/j.rsci.2021.12.002.

[6] J. Fei et al., "Non-Uniform Milling Caused by Preferential Orientation of Rice Grains in Friction Rice Mills," Biosystems Engineering, vol. 235, pp. 15-30, 2023, doi: 10.1016/j.biosystemseng.2023.09.011.

[7] Z. Sun et al., "Numerical Study of Rice Grain Milling Uniformity in the Abrasive Milling Process," Foods, vol. 14, no. 4, Art. no. 630, 2025, doi: 10.3390/foods14040630.

[8] H. A. Taha, Operations Research: An Introduction, 9th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2011.

[9] C.-T. Yeh, Y.-K. Lin, L. C.-L. Yeng, and Y.-L. Chao, "Hybrid Flow-Shop Manufacturing Network Reliability Optimization Using Genetic Algorithm and Absorbing Markov Chain," Applied Mathematical Modelling, vol. 120, pp. 595-611, 2023, doi: 10.1016/j.apm.2023.04.005.

[10] N. E. Caicedo-Solano, D. Peña-González, D. Vergara, I. F. Machado, and E. A. Ariza-Echeverri, "Advanced Stochastic Modeling for Series Production Processes: A Markov Chains and Queuing Theory Approach to Optimizing Manufacturing Efficiency," Processes, vol. 13, no. 11, Art. no. 3468, 2025, doi: 10.3390/pr13113468.

[11] J. Mutua, D. Mbuge, F. Mwiti, and M. Okoth, "Global Trends, Advances, and Prospects of Paddy Dehusking, Milling, and Process Optimization Models for Quality Head Rice Yield," Trends in Food Science & Technology, vol. 174, Art. no. 105820, 2026, doi: 10.1016/j.tifs.2026.105820.

[12] G. Pérez-Lechuga, F. Venegas-Martínez, and J. F. Martínez-Sánchez, "Mathematical Modeling of Manufacturing Lines with Distribution by Process: A Markov Chain Approach," Mathematics, vol. 9, no. 24, Art. no. 3269, 2021, doi: 10.3390/math9243269.

[13] K. Yu and D. L. Bricker, "Analysis of a Markov Chain Model of a Multistage Manufacturing System with Inspection, Rejection, and Rework," IIE Transactions, vol. 25, no. 1, pp. 109-112, 1993, doi: 10.1080/07408179308964271.

[14] G. Hadjinicola, "Manufacturing Costs in Serial Production Systems with Rework," Journal of the Operational Research Society, vol. 61, no. 2, pp. 342-351, 2010, doi: 10.1057/jors.2008.186.

[15] M. Colledani and A. Angius, "Production Quality Performance of Manufacturing Systems with In-Line Product Traceability and Rework," CIRP Annals, vol. 69, no. 1, pp. 365-368, 2020, doi: 10.1016/j.cirp.2020.04.018.

[16] M. A. Scariot et al., "Effect of Drying Air Temperature and Storage on Industrial and Chemical Quality of Rice Grains," Journal of Stored Products Research, vol. 89, Art. no. 101717, 2020, doi: 10.1016/j.jspr.2020.101717.

[17] F. Ali, A. Jighly, R. Joukhadar, N. K. Niazi, and F. Al-Misned, "Current Status and Future Prospects of Head Rice Yield," Agriculture, vol. 13, no. 3, Art. no. 705, 2023, doi: 10.3390/agriculture13030705.

[18] Y. Zhang, Q. Han, C. Xun, and G. Zhang, "Discrete Element Method Investigation of the Milling Characteristic in a Rice Mill," Mechanical Sciences, vol. 13, pp. 15-22, 2022, doi: 10.5194/ms-13-15-2022.

[19] Instituto Nacional de Calidad (INACAL), NTP 205.011:2021 Arroz. Arroz elaborado. Requisitos, 3rd ed., Lima, Peru, 2021.

[20] Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO), "Grain losses in rice processing," FAO Corporate Document Repository. [Online]. Available: https://www.fao.org/4/x5427e/x5427e0h.htm. Accessed: Aug. 3, 2026.

[21] C. Prom-u-thai and B. Rerkasem, "Rice quality improvement. A review," *Agronomy for Sustainable Development*, vol. 40, Art. no. 28, 2020, doi: 10.1007/s13593-020-00633-4.