Optimal configuration of a Bottling line using Markov chains and dynamic programming

Antonio de Jesus Rodriguez-Meza[1], Randolf Ñiquen-Levy[2], Fernandez Otiniano, Miguel Angel[3], La Torre Canales, Kathleen[4] Alcántara Ruiz, Camila Alexandra[5], Carolina Silvia, Rosas Reynoso[6]

[1]*antonio.meza@upn.pe,* [2]*randolf.niquen@upn.pe,* [3]*n00411329@upn.pe,* [4]*n00410080@upn.pe*, [5]*n00265819@upn.pe*, [6]*carolina.rosas@upn.edu.pe.*

Abstract*– This study develops a budget-constrained hybrid framework that combines Deterministic Dynamic Programming (DDP) with a discrete-time Markov reward chain to reduce setup time in a beverage bottling line. Historical operational records for January–September 2025 reported an Overall Equipment Effectiveness of 52.23% and a setup time of 563.3 min per cycle; flavor change accounted for 450.3 min. The DDP model represented three sequential decision stages and four intervention levels under a PEN 20,000 budget. Bellman recursion identified the policy $d^*=(0,3,0)$, which allocates PEN 19,000 to the flavor-change stage and projects a setup time of 278 min (−50.6%). The Markov model uses one-minute intervals, state-dependent self-retention probabilities $q_i(d_2)=1/m_i(d_2)$, and a reward of 142 bottles/min in the filling state. Each DDP decision therefore generates a different transition matrix. Under the selected policy, the stationary filling probability is 61.39%, corresponding to an upper-bound capacity of 62,764 bottles in a 720-min reference shift, assuming one setup cycle, constant speed, and no additional stoppages. The financial projection yields PEN 4,755 in monthly savings, a four-month payback, and a PEN 124,161 net present value at 1% monthly over 36 months. Results are analytical projections and require pilot implementation; a future OEE value is not reported because the complete downtime denominator was unavailable.

***Keywords*-- Dynamic programming, Markov reward chain, setup-time reduction, process innovation, bottling line.**

Configuración óptima de una línea de embotellado mediante cadenas de Markov y programación dinámica

Antonio de Jesus Rodriguez-Meza[1], Randolf Ñiquen-Levy[2], Fernandez Otiniano, Miguel Angel[3], La Torre Canales, Kathleen[4] Alcántara Ruiz, Camila Alexandra[5], Carolina Silvia, Rosas Reynoso[6]
[1]*antonio.meza@upn.pe,* [2]*randolf.niquen@upn.pe,* [3]*n00411329@upn.pe,* [4]*n00410080@upn.pe*, [5]*n00265819@upn.pe*, [6]*carolina.rosas@upn.edu.pe.*

Resumen– ***El estudio desarrolla un marco híbrido bajo restricción presupuestaria que integra Programación Dinámica Determinística (DDP) con una cadena de Markov de tiempo discreto con recompensas para reducir el tiempo de set-up en una línea embotelladora. Los registros operacionales de enero–septiembre de 2025 reportaron un OEE de 52.23% y un set-up de 563.3 min por ciclo; el cambio de sabor concentró 450.3 min. El modelo DDP representó tres etapas decisionales y cuatro niveles de intervención bajo un presupuesto de S/ 20,000. La recursión de Bellman identificó la política d*=(0,3,0), que asigna S/ 19,000 al cambio de sabor y proyecta un set-up de 278 min (−50.6%). El modelo Markov utiliza intervalos de un minuto, probabilidades de autorretención dependientes del estado $q_i(d_2)=1/m_i(d_2)$ y una recompensa de 142 botellas/min en el estado de llenado; por ello, cada decisión DDP genera una matriz de transición distinta. Con la política seleccionada, la probabilidad estacionaria de llenado es 61.39%, equivalente a un límite superior de 62,764 botellas en un turno de referencia de 720 min, suponiendo un ciclo de set-up, velocidad constante y ausencia de paradas adicionales. La evaluación proyecta un ahorro mensual de S/ 4,755, recuperación en cuatro meses y VAN de S/ 124,161 a una tasa mensual de 1% durante 36 meses. Los resultados requieren validación piloto; no se reporta OEE futuro por falta del denominador completo de paradas.***

Palabras clave-- Programación dinámica, cadena de Markov con recompensas, reducción de set-up, innovación de procesos, línea embotelladora.

I. INTRODUCCIÓN

A. Contexto industrial y relevancia del set-up

La industria peruana de bebidas no alcohólicas alcanzó 2,847 millones de litros en 2023 y mantuvo una tasa de crecimiento anual de 4.3%, escenario que incrementa la presión sobre la disponibilidad de equipos, la flexibilidad de mezcla y la respuesta ante cambios de presentación [1]. En este contexto, el Overall Equipment Effectiveness (OEE) integra disponibilidad, rendimiento y calidad y permite estructurar la medición de las principales pérdidas productivas [2]. El referente de clase mundial de 85% propuesto en la literatura TPM constituye una referencia comparativa, no un umbral universal aplicable sin considerar el proceso [3]. Estas brechas justifican intervenciones orientadas a reducir tiempos improductivos sin exigir ampliaciones inmediatas de infraestructura.

El caso analizado corresponde a la Línea 5 de una planta peruana de bebidas. Los registros operacionales de enero a septiembre de 2025 reportaron un OEE de 52.23%, pérdidas anuales estimadas en S/ 112,660 y un tiempo total de set-up (TSU) de 563.3 min por ciclo [4]. El cambio de sabor (Cs) concentró 450.3 min, equivalentes a 79.96% del TSU, debido principalmente al saneamiento de 100 válvulas y a la secuencia de desmontaje, limpieza, esterilización, inspección, montaje y calibración. La preparación de herramientas (H) requirió 15 min y el cambio de formato (Cf), 98 min [4]. La concentración de pérdidas en Cs sugiere que una distribución uniforme de recursos puede ser técnicamente intuitiva, pero económicamente subóptima.

B. Estado del arte y brecha de investigación

La literatura sobre reducción de set-up muestra que SMED, 5S y TPM pueden generar mejoras sustantivas cuando las actividades internas se convierten en externas, se estandarizan operaciones y se paralelizan tareas. Realyvásquez-Vargas et al. reportaron una reducción de 41.2% mediante SMED [5], mientras que aplicaciones posteriores confirmaron la utilidad de una secuencia sistemática de diagnóstico, separación y simplificación [6]. En manufactura discreta, se han documentado mejoras mediante SMED en plantas de cartón corrugado y líneas de torneado [7], [8]. En una planta peruana de botellas, una intervención Lean–TPM–SMED redujo el cambio de molde de 96 a 55 min (−43%) [9], y en una pyme embotelladora de bebidas la integración de SMED, 5S y TPM mejoró la efectividad operacional [10].

No obstante, la mayor parte de estas investigaciones se concentra en el diseño de la mejora y en la comparación antes-después, sin formalizar la selección de paquetes de intervención bajo un presupuesto limitado. La revisión del sector de alimentos y bebidas destaca la necesidad de adaptar Lean a condiciones de alta variabilidad, inocuidad y secuencias de limpieza [11]. Asimismo, la literatura sobre Lean e Industria 4.0 plantea que las herramientas tradicionales deben complementarse con analítica, automatización y métodos cuantitativos de decisión para sostener las mejoras y aumentar su trazabilidad [12], [13].

La Programación Dinámica Determinística (DDP) ofrece una estructura para resolver decisiones secuenciales mediante el principio de optimalidad de Bellman [14]. Los textos clásicos de investigación de operaciones desarrollan la lógica de estados, decisiones, costos y funciones de valor que permite representar restricciones de recursos [15], [16]. Aplicaciones recientes han empleado programación dinámica para la asignación de pedidos y proveedores [17] y el dimensionamiento colaborativo de lotes [18]; otros trabajos de mejora industrial han usado programación lineal para asignar recursos en cadenas productivas [19]. Sin embargo, estas aplicaciones no suelen vincular una política presupuestaria con la fracción de tiempo que cada estado operativo ocupa durante ciclos repetitivos.

Las cadenas de Markov de tiempo discreto permiten representar transiciones, permanencias y desempeño esperado en sistemas productivos. Se han aplicado a disrupciones de suministro [20], a la evaluación estocástica de procesos [21], a la asignación de buffers [22] y a líneas manufactureras multi-etapa [23]. Los estudios sobre OEE y simulación muestran, además, que la interpretación del desempeño depende del horizonte de cálculo, la clasificación de paradas y la dinámica transitoria [24], [25], [26]. Desde la teoría Markoviana, las autorretenciones permiten representar permanencias geométricas y una estructura de recompensas traduce la distribución estacionaria en producción esperada u otras métricas operativas [27].

C. Objetivo, pregunta y contribuciones

La brecha metodológica consiste en integrar dos niveles de decisión sin confundirlos: primero, seleccionar el paquete de intervención que minimiza el TSU bajo una restricción presupuestaria; segundo, traducir esa decisión a una ocupación temporal coherente del turno. La pregunta de investigación fue: ¿cómo puede un modelo integrado DDP–Markov apoyar la reducción proyectada del tiempo de set-up y la asignación de recursos en una línea embotelladora con capital limitado?

El objetivo fue desarrollar y evaluar analíticamente un modelo que combine DDP con una cadena de Markov de tiempo discreto y recompensas dependientes del estado, para minimizar el TSU, estimar la probabilidad estacionaria de llenado y examinar la viabilidad económica de la política seleccionada. Se declaran tres contribuciones: i) una contribución metodológica, al conectar optimización presupuestaria con una matriz Markoviana dependiente de la decisión; ii) una contribución empírica, al parametrizar el modelo con datos históricos de una línea real [4]; y iii) una contribución gerencial, al proporcionar una regla de priorización de inversiones para innovación de procesos bajo restricciones de capital.

El estudio conserva una distinción estricta entre datos observados, parámetros de intervención, resultados de optimización y proyecciones. En consecuencia, no presenta como implementación real la política obtenida ni calcula un OEE futuro sin disponer del denominador completo de paradas. Esta precaución fortalece la reproducibilidad y delimita el alcance de las conclusiones.

II. METODOLOGÍA

A. Diseño, datos y unidad de análisis

Se desarrolló una investigación cuantitativa, aplicada y no experimental mediante un estudio de caso y modelación matemática, de acuerdo con la lógica de diseños basados en datos secundarios y análisis de escenarios [28]. La unidad de análisis fue el ciclo de set-up de la Línea 5 durante enero–septiembre de 2025. Los tiempos, costos, velocidad de llenado, frecuencia anual de cambios, configuración del personal y estructura de intervención provienen del proyecto industrial fuente [4]. El estudio no manipuló la línea ni ejecutó un piloto; por ello, los resultados se interpretan como proyecciones analíticas condicionadas por los supuestos declarados. Se trabajó con información operacional agregada, sin participantes humanos ni datos personales identificables; conforme a la normativa institucional aplicable, no se requirió evaluación ética de investigación con seres humanos.

La revisión de consistencia verificó que H+Cs+Cf=563.3 min, que los costos de los niveles no excedieran el presupuesto disponible, que la velocidad se expresara en botellas por minuto y que las proyecciones económicas utilizaran una frecuencia de 100 cambios por año y un costo de oportunidad de S/ 120 por hora [4]. Los valores monetarios se mantuvieron en soles peruanos; para interpretación internacional se consideró como referencia el tipo de cambio promedio publicado por el Banco Central de Reserva del Perú [29]. No se dispuso de un registro evento a evento de transiciones, de la desagregación total de paradas para recalcular OEE ni de una muestra independiente de validación.

B. Diagnóstico y parámetros de intervención

El diagnóstico integró el diagrama de análisis de proceso, Pareto y los indicadores operacionales del proyecto fuente [4]. La Fig. 1 muestra que el set-up concentró 54% del efecto ponderado de las causas evaluadas. La intervención de mayor alcance combina un juego adicional de válvulas y herramientas, capacitación SMED, actividades 5S, implementación y contingencia operativa. La inversión total del paquete seleccionado asciende a S/ 19,000: 76.3% corresponde a herramientas y equipos, 0.5% a capacitación SMED, 2.1% a implementación 5S, 3.8% a capacitación interna 5S, 7.5% a capacitación interna SMED y 9.7% a contingencia [4].

La propuesta considera la reasignación temporal de tres operarios rotativos durante el cambio de sabor: apoyo de llenadora, apoyo de despaletizado PET y apoyo de despaletizado VNR. La redistribución ocurre dentro del mismo turno, sin contratación adicional ni horas extras, por lo que el costo incremental permanente de planilla se considera igual a cero [4]. Esta condición es relevante porque la variable de decisión d_k no representa únicamente "número de técnicos", sino un nivel de intervención compuesto por recursos físicos, capacitación, organización del trabajo y personal reasignado.

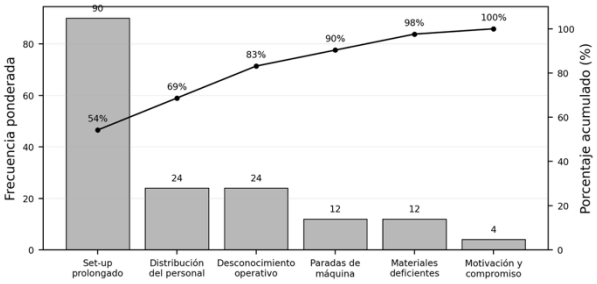


Fig. 1. Pareto de causas de pérdida operacional en la Línea 5.
Fuente: elaboración propia con datos del proyecto industrial [4].

TABLA I
PARÁMETROS DEL MODELO DDP POR ETAPA

Etapa	Nivel d_k	Costo C_k (S/)	Tiempo T_k (min)
H	0	0	15
H	1	3,040	10
H	2	5,320	6
H	3	6,840	4
Cs	0	0	450.3
Cs	1	7,600	320
Cs	2	13,300	235
Cs	3	19,000	165
Cf	0	0	98
Cf	1	4,560	75
Cf	2	7,600	58
Cf	3	10,640	45

Fuente: elaboración propia con datos del proyecto industrial [4].

C. Programación Dinámica Determinística

Las etapas decisionales fueron k=1 (H), k=2 (Cs) y k=3 (Cf). El estado S_k representa el presupuesto disponible al comenzar la etapa k, y la decisión $d_k \in \{0,1,2,3\}$ identifica un paquete de intervención parametrizado por el par costo–tiempo de la Tabla I. La función objetivo minimiza el tiempo acumulado sujeto a $C_k(d_k) \leq S_k$, siguiendo el principio de optimalidad [14] y la formulación de problemas secuenciales descrita en [15], [16]. El orden H–Cs–Cf corresponde a la descomposición decisional del DDP; el flujo físico representado por la cadena de Markov es H–Cf–Cs–Llenado. Como la función objetivo y la restricción presupuestaria son aditivas, el orden de enumeración no modifica el conjunto factible ni la política óptima.

$$f_k(S_k) = \min \{T_k(d_k) + f_{k+1}[S_k - C_k(d_k)] : C_k(d_k) \leq S_k\} \quad (1)$$

La condición terminal fue $f_4(S_4)=0$. La solución se obtuvo mediante recursión hacia atrás y recuperación retrospectiva de decisiones. Para cada etapa se evaluaron únicamente alternativas factibles con el presupuesto remanente. El modelo supone: i) separabilidad aditiva de los tiempos H, Cs y Cf; ii) estabilidad de los pares costo–tiempo durante el horizonte; iii) ausencia de costos permanentes por la reasignación de personal; y iv) disponibilidad inmediata del paquete una vez aprobada la inversión. La separabilidad permite aplicar Bellman; si en un piloto se identificaran sinergias o interferencias, sería necesario ampliar el estado o utilizar una formulación estocástica.
El análisis de sensibilidad resolvió el problema para presupuestos de S/ 10,000, S/ 15,000 y S/ 20,000. Esta comparación permite observar no solo el TSU mínimo, sino también el valor marginal de liberar presupuesto para Cs. La decisión óptima no se obtiene comparando mejoras locales de forma aislada, sino evaluando el costo de oportunidad que cada inversión impone sobre las etapas restantes [21], [7], [12].

D. Cadena de Markov de tiempo discreto y modelo de recompensas

El componente Markov se formuló con intervalos discretos de $\Delta t=1$ min y cuatro estados recurrentes: E_1(Herramientas), E_2(Cambio de formato), E_3(Cambio de sabor) y E_4(Llenado). Para cada estado se definió una probabilidad de avance $q_i(d_2)=1/m_i(d_2)$ y una probabilidad de autorretención $1-q_i(d_2)$. Esta parametrización produce una permanencia geométrica con media $1/q_i=m_i$ minutos. La matriz $P(d_2)$, mostrada en (2), es estocástica por filas y cambia entre escenarios porque la decisión DDP modifica $q_3(d_2)$ y, por complementariedad del turno, $q_4(d_2)$. La cadena es irreducible y aperiódica por la presencia de autorretenciones, por lo que posee una distribución estacionaria única [27].

$$P(d_2) = \begin{bmatrix} 1-q_1 & q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-q_2 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1-q_3(d_2) & q_3(d_2) \\ q_4(d_2) & 0 & 0 & 1-q_4(d_2) \end{bmatrix} \quad (2)$$

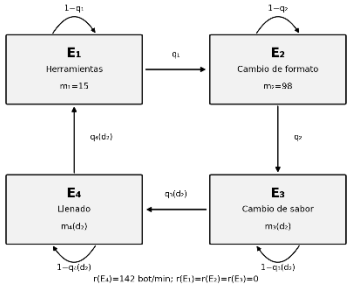


Fig. 2. Cadena de Markov de tiempo discreto con autorretenciones y recompensas.

Para cada nivel d_2 se resolvió la distribución estacionaria $\pi(d_2)$ mediante $\pi(d_2)P(d_2)=\pi(d_2)$ y $\Sigma_i \pi_i(d_2)=1$. En esta cadena cíclica con autorretenciones, el flujo estacionario entre estados es común y la solución resulta proporcional a los tiempos medios: $\pi_i(d_2)=m_i(d_2)/\Sigma_j m_j(d_2)$. Esta equivalencia no convierte los tiempos en conteos observados; representa una aproximación Markoviana analítica basada en permanencias geométricas parametrizadas con los promedios disponibles.

$$\pi(d_2)P(d_2)=\pi(d_2), \quad \Sigma_i \pi_i(d_2)=1 \quad (3)$$

El horizonte estilizado fue un turno de 720 min con un ciclo de set-up. Se fijaron $m_1=15$ min y $m_2=98$ min; $m_3(d_2)$ tomó 450.3, 320, 235 y 165 min, y $m_4(d_2)=720-m_1-m_2-m_3(d_2)$. Se definió el vector de recompensas $r=[0,0,0,142]$, donde 142 bot/min corresponde al estado E_4 y los demás estados no generan producción. La recompensa esperada por minuto es $R(d_2)=\pi(d_2)r$ y el límite superior por turno se calculó como $Q_{max}(d_2)=720R(d_2)=720\pi_4(d_2)\times 142$. Se suponen velocidad constante y ausencia de fallas, microparadas, reprocesos u otras detenciones. El modelo no incorpora buffers ni rutas alternativas por ausencia de registros; esos elementos deberán añadirse en una extensión empírica [21], [22], [23].

E. Evaluación económica y criterios de validez

El beneficio se estimó exclusivamente a partir del ahorro de tiempo improductivo: $A_a=[(TSU_0-TSU^*)/60]\times 100$ cambios/año×S/120 por hora. La producción adicional se trató como capacidad potencial y no como ingreso, porque no se dispone de demanda, precio ni margen de contribución verificados. El VAN se calculó con flujo mensual uniforme durante 36 meses y una tasa de 1% mensual. Se verificaron la inversión utilizada, el presupuesto remanente, la consistencia dimensional de las ecuaciones y la normalización de las fracciones de ocupación.

Para examinar la dependencia de los resultados se construyeron tres escenarios. El conservador considera un Cs 10% mayor al esperado, 80 cambios por año y un costo-hora 20% menor; el escenario base mantiene los parámetros de [4]; y el optimista considera un Cs 10% menor, 120 cambios por año y un costo-hora 20% mayor. Además, la sensibilidad presupuestaria permite comparar las políticas factibles bajo distintos límites de inversión. Estos análisis no reemplazan una validación probabilística, pero muestran la estabilidad económica del resultado frente a variaciones razonables de los parámetros.

F. Protocolo de validación empírica

La formulación podrá estimarse empíricamente cuando exista un registro cronológico por ciclo o una secuencia de estados muestreada cada minuto. Cada observación deberá incluir identificador, estado de origen, estado de destino, instante de entrada, instante de salida, producto, formato, causa de retorno, fallas, reprocesos y nivel de intervención. Las probabilidades p_{ij} se estimarán por frecuencias relativas; las autorretenciones observadas permitirán comprobar si la aproximación geométrica $q_i=1/m_i$ es adecuada. Cuando las duraciones presenten memoria o colas pesadas, deberán evaluarse estados por fases o modelos Markovianos de orden superior.

$$p_{ij} = n_{ij} / \Sigma_j n_{ij} \quad (4)$$

Los tiempos medios de permanencia se calcularán por estado y escenario para contrastarlos con $1/q_i$. La media del estado i se obtendrá a partir de los tiempos observados t_ir, sin confundir duración, probabilidad de transición y recompensa:

$$m_i = (1/N_i)\, \Sigma_r\, t_{ir} \quad (5)$$

La base deberá ordenarse temporalmente para evitar fuga de información. Los ciclos iniciales se utilizarán para calibración y los más recientes para validación fuera de muestra. Se compararán TSU, minutos de llenado y producción proyectada con los valores observados mediante MAE, RMSE y MAPE, siempre que los denominadores sean distintos de cero. La comparación con simulación de eventos discretos permitirá cuantificar dinámicas que el modelo analítico simplifica, tal como sugieren los estudios de OEE y análisis transitorio [24], [25], [26].

$$\mathrm{MAPE} = (100/n)\, \Sigma_r\, |(y_r - \hat{y}_r)/y_r| \quad (6)$$

El piloto deberá contrastar el escenario base y la política d* en condiciones comparables de sabor, formato, turno y dotación. Además del error de predicción, se documentarán cumplimiento presupuestario, variabilidad de Cs, carga del personal, incidencias de calidad, paradas no programadas y estabilidad de la velocidad. La evidencia permitirá conservar la parametrización Markoviana con autorretenciones o ampliar la red con fallas, reprocesos, retornos y probabilidades observadas.

III. RESULTADOS

A. Diagnóstico operacional

El TSU observado fue 563.3 min: H=15 min (2.66%), Cs=450.3 min (79.96%) y Cf=98 min (17.40%). El OEE observado fue 52.23%, con disponibilidad de 71.76%, rendimiento de 72.79% y calidad de 100% [4]. La diferencia respecto al referente de 85% es 32.77 puntos porcentuales [3]. El OEE futuro no se recalculó porque los archivos no contienen el tiempo planificado ni la desagregación completa de las demás paradas; conservar el valor de 67.23% del borrador habría implicado una inferencia no reproducible.

El Pareto confirma que el set-up es la principal fuente de pérdida operacional y que Cs domina la estructura interna del ciclo. La magnitud relativa de Cs permite anticipar que pequeñas mejoras en H o Cf pueden resultar desplazadas por una intervención más costosa, pero de mayor impacto, en el saneamiento de válvulas. Esta hipótesis fue evaluada formalmente mediante la recursión DDP.

B. Política óptima DDP

La recursión de Bellman seleccionó d*= (0,3,0). En la etapa Cf, el tiempo mínimo posible depende del presupuesto S_3: con menos de S/ 4,560 se conserva 98 min; entre S/ 4,560 y S/ 7,599 se obtienen 75 min; entre S/ 7,600 y S/ 10,639 se alcanzan 58 min; y con al menos S/ 10,640 se logran 45 min. Estos valores constituyen la función $f_3(S_3)$.

En la etapa Cs y con S_2=S/ 20,000, las alternativas generan tiempos acumulados $Cs+f_3(S_3)$ de 495.3, 365, 310 y 263 min para d_2=0,1,2,3, respectivamente. Aunque d_2=3 deja solo S/ 1,000 para Cf, su reducción de Cs a 165 min compensa ampliamente la imposibilidad de invertir en la etapa final. En la etapa H, las decisiones d_1=0,1,2,3 producen tiempos globales de 278, 343, 339 y 399 min. El mínimo se obtiene conservando el presupuesto íntegro para Cs.

La recuperación retrospectiva confirma la política d*=(0,3,0): no invertir en H, asignar S/ 19,000 al nivel 3 de Cs y no invertir en Cf. El presupuesto remanente es S/ 1,000 y el TSU proyectado es 15+165+98=278 min. La reducción absoluta es 285.3 min y la relativa, 50.65%. El resultado ilustra el costo de oportunidad: una inversión máxima de S/ 6,840 en H ahorra 11 min, mientras que preservar los recursos para Cs permite ahorrar 285.3 min respecto a su nivel base.

La eficiencia temporal de la inversión seleccionada equivale a 0.0150 min ahorrados por sol invertido, o aproximadamente 66.6 soles por minuto de reducción. Esta razón no pretende sustituir el VAN, pero facilita la comparación gerencial entre paquetes. La política también es consistente con el principio de optimalidad [14]: una vez tomada la decisión en H, las decisiones restantes deben ser óptimas para el presupuesto resultante.

TABLA II
SENSIBILIDAD PRESUPUESTARIA DEL MODELO DDP

Presupuesto S_1	Política d*	Inversión usada	TSU (min)	Reducción (%)	Ahorro anual (S/)
10,000	(0,1,0)	7,600	433.0	23.13	26,060
15,000	(0,2,0)	13,300	348.0	38.22	43,060
20,000	(0,3,0)	19,000	278.0	50.65	57,060

Fuente: elaboración propia a partir de los parámetros de [4].

C. Distribución estacionaria Markoviana y recompensas

La Tabla III presenta las probabilidades estacionarias de Cs y llenado y la recompensa productiva para cada nivel d_2. Con d_2=0, πCs=62.54% y πLlenado=21.76%; con d_2=3, los valores

cambian a 22.92% y 61.39%. La diferencia surge porque cada política genera probabilidades $q_3(d_2)$ y $q_4(d_2)$ distintas. Los valores estacionarios coinciden con las fracciones temporales derivadas de los promedios debido a la estructura cíclica y geométrica del modelo, no porque la matriz haya sido calibrada para forzar un equilibrio.

TABLA III
DISTRIBUCIÓN ESTACIONARIA Y RECOMPENSA POR NIVEL DE INTERVENCIÓN EN Cs

d_2	Cs (min)	Llenado (min)	πCs (%)	πLlenado (%)	Recompensa Q (bot/turno)
0	450.3	156.7	62.54	21.76	22,251
1	320.0	287.0	44.44	39.86	40,754
2	235.0	372.0	32.64	51.67	52,824
3	165.0	442.0	22.92	61.39	62,764

Fuente: elaboración propia con datos del proyecto industrial [4].

Bajo la política óptima, la recompensa Markoviana proyecta un límite superior de 62,764 botellas por turno de referencia, frente a 22,251 en el escenario base; la diferencia es 40,513 botellas. Para 100 ciclos anuales, la capacidad potencial liberada alcanza 4,051,260 botellas. Estos valores no representan producción vendida ni garantizada: su materialización depende de demanda, insumos, calidad, programación y ausencia de paradas adicionales. La recompensa es una métrica analítica del tiempo esperado en llenado y no un throughput comercial observado [21], [23], [26].

Cada nivel d_2 genera una matriz $P(d_2)$ distinta. Al reducirse $m_3(d_2)$, aumenta $q_3(d_2)$, disminuye la autorretención en cambio de sabor y se incrementa el tiempo complementario $m_4(d_2)$; este último reduce $q_4(d_2)$ y eleva la probabilidad estacionaria de E_4. Así, la política presupuestaria obtenida por DDP modifica explícitamente la dinámica Markoviana y su recompensa productiva.

D. Evaluación económica

TABLA IV
EVALUACIÓN ECONÓMICA PROYECTADA DE d*=(0,3,0)

Indicador	Resultado
Inversión utilizada	S/ 19,000
Ahorro mensual	S/ 4,755
Ahorro anual	S/ 57,060
Periodo de recuperación	4.0 meses
VAN, 36 meses, i=1% mensual	S/ 124,161
Relación B/C descontada	7.53

Fuente: elaboración propia; flujos derivados de [4].

El valor presente de beneficios es S/ 143,161; al descontar la inversión resulta un VAN de S/ 124,161. La relación beneficio/costo descontada es 7.53 y el periodo de recuperación, 4.0 meses. Los cálculos utilizan únicamente ahorro por tiempo improductivo, por lo que no duplican beneficios con la capacidad adicional. Los indicadores dependen de mantener 100 cambios por año y un costo-hora de S/ 120 [4]; representan viabilidad proyectada y no retorno observado.

E. Sensibilidad de los beneficios proyectados

TABLA V
SENSIBILIDAD CONJUNTA DE TIEMPO, FRECUENCIA Y COSTO-HORA

Escenario	Cs (min)	Cambios/año	S//h	Ahorro anual	Recuperación (meses)
Conservador	181.5	80	96	34,406	6.63
Base	165.0	100	120	57,060	4.00
Optimista	148.5	120	144	86,918	2.62

Fuente: análisis de escenarios; no corresponde a resultados observados.

Incluso bajo el escenario conservador, el ahorro anual proyectado supera la inversión inicial y la recuperación se mantiene por debajo de siete meses. El rango de ahorro, entre S/ 34,406 y S/ 86,918, muestra que la decisión es especialmente sensible a la frecuencia de cambios y al costo de oportunidad de la línea. Por ello, un piloto debe registrar estos parámetros y actualizar el flujo de caja con datos reales. La sensibilidad presupuestaria también indica que los escenarios de S/ 10,000 y S/ 15,000 reducen el TSU a 433 y 348 min, respectivamente, pero no alcanzan el beneficio temporal del nivel 3 de Cs.

IV. DISCUSIÓN

La reducción proyectada de 50.65% se encuentra dentro del rango reportado para intervenciones SMED en manufactura. Realyvásquez-Vargas et al. obtuvieron una mejora de 41.2% [5], mientras que otros estudios sistemáticos y casos de manufactura discreta confirman reducciones importantes cuando se separan actividades internas y externas [7], [6], [8]. En una planta peruana de botellas se reportó una reducción de 43% en el cambio de molde [9], y en una pyme embotelladora de bebidas se documentaron mejoras mediante la integración de SMED, 5S y TPM [10]. La coincidencia de magnitudes aporta plausibilidad al escenario, aunque no sustituye la validación piloto.

La diferencia principal respecto a una aplicación Lean convencional es la priorización presupuestaria. La revisión del sector de alimentos y bebidas destaca que las mejoras deben adaptarse a limpieza, inocuidad y variabilidad de productos [11]. El modelo DDP convierte esos paquetes en alternativas costo–tiempo y evita distribuir recursos por intuición. Este enfoque es consistente con la tendencia a integrar Lean con herramientas cuantitativas e Industria 4.0 para mejorar trazabilidad y calidad de decisión [12], [13].

El resultado d*=(0,3,0) evidencia que la optimización global puede rechazar mejoras locales atractivas cuando consumen recursos necesarios para la restricción dominante. El comportamiento es coherente con Bellman [14] y con aplicaciones de programación dinámica a selección, asignación y lotificación [18], [17]. En este caso, el valor de la DDP no radica en crear nuevos tiempos de intervención, sino en identificar la combinación factible que minimiza el TSU total.

La reformulación Markov modifica la interpretación del desempeño. Los estados H y Cf no son absorbentes; la matriz contiene autorretenciones y transiciones de avance, es irreducible y aperiódica, y cada escenario DDP produce

parámetros distintos. El modelo de recompensas traduce la probabilidad estacionaria de llenado en capacidad potencial. Sin embargo, $q_i=1/m_i$ supone permanencias geométricas y se parametriza con tiempos medios, no con conteos de transición; por ello constituye una aproximación Markoviana analítica y no una cadena validada empíricamente. Una ampliación futura podrá incorporar fallas, buffers, retornos y probabilidades dependientes del contexto [20], [21], [22], [23].

El OEE observado se conserva como diagnóstico, pero no se proyecta. Los estudios comparativos señalan que el valor del indicador depende del horizonte, la clasificación de paradas y el método de cálculo o simulación [24], [25]. Asimismo, el análisis transitorio puede diferir del comportamiento de largo plazo [26]. Reportar un OEE futuro sin la totalidad del tiempo planificado y de las pérdidas habría generado una precisión aparente no sustentada. En cambio, el TSU y las fracciones de ocupación son reproducibles con los parámetros disponibles; la capacidad se presenta explícitamente como límite superior condicionado.

Desde la perspectiva de LEIRD, el modelo representa una innovación operativa orientada a capacidades: transforma una propuesta de mejora en una regla cuantitativa de asignación de capital y muestra cómo esa decisión libera tiempo productivo. La contribución se relaciona con intraemprendimiento e innovación de procesos, porque permite formular y evaluar una intervención dentro de una organización existente, con restricciones reales de inversión y necesidad de escalamiento.

La transferibilidad del marco depende de recalibrar los niveles d_k, los costos C_k, los tiempos T_k, la secuencia de estados y el horizonte del turno. En plantas con mayor variabilidad, la DDP determinística debería reemplazarse por una programación dinámica estocástica o robusta. En líneas con fallas frecuentes, la cadena deberá incluir estados de parada, inspección, reproceso y recuperación. Por tanto, la generalización es analítica —la estructura del método— y no numérica —los valores específicos del caso—.

Una implicación gerencial es que el presupuesto remanente de S/ 1,000 no debe interpretarse como ineficiencia. Ninguna alternativa adicional puede combinarse con $d_2=3$ sin superar S/ 20,000; por ello, el saldo es consecuencia de la indivisibilidad de los paquetes. La decisión podría cambiar si se diseñaran intervenciones fraccionables, si se redujera el costo de las válvulas o si se observaran sinergias entre Cs y Cf. Esta posibilidad constituye una línea de investigación y negociación con proveedores.

V. LIMITACIONES Y DATOS REQUERIDOS

El estudio utiliza un caso único, datos históricos secundarios y parámetros determinísticos. La cadena de Markov supone intervalos de un minuto y permanencias geométricas, y no incluye fallas, reprocesos, microparadas, bloqueos, hambre de línea ni retornos adicionales. En consecuencia, las probabilidades estacionarias, la recompensa productiva y los indicadores financieros son proyecciones condicionadas, no resultados observados.

TABLA VI
DATOS PENDIENTES PARA UNA VALIDACIÓN EMPÍRICA

Dato faltante	Uso metodológico
Log de eventos por ciclo	Estimar p_{ij}, autorretenciones y duración media por estado
Inicio/fin de cada estado	Validar $q_i=1/m_i$ y la hipótesis geométrica
Fallas, reprocesos y retornos	Ampliar la red de transiciones
Tiempo planificado y otras paradas	Recalcular OEE TO-BE
Producción real tras el cambio	Validar error de capacidad y ahorro
Contenido de cada nivel de intervención	Auditar causalidad costo–tiempo

Otra limitación es la dependencia de los tiempos de intervención proporcionados por [4]. Aunque la consistencia aritmética fue verificada, no se cuenta con evidencia de múltiples repeticiones para cada nivel d_k. El piloto deberá estimar medias, dispersión e intervalos de confianza. Si la eficiencia de paralelización fuera menor a la prevista, la política podría seguir siendo conveniente, pero su TSU y su recuperación cambiarían.

La evaluación económica no incorpora impuestos, depreciación, mantenimiento adicional, riesgo de demanda ni valor residual. La decisión de inversión debe complementarse con una evaluación financiera corporativa y una revisión técnica de compatibilidad, seguridad e inocuidad de los equipos.

Como los resultados son proyecciones condicionadas, se invita a otros investigadores y equipos de planta a validar la política $d^{\wedge}*=(0,3,0)$ mediante un piloto controlado. Para ello, deberán registrar las transiciones de la Tabla VI y contrastar el TSU, la probabilidad estacionaria de llenado y los indicadores financieros proyectados con los valores observados. Esta validación permitirá ajustar los supuestos Markovianos y confirmar la viabilidad de la intervención.

VI. CONCLUSIONES

El modelo DDP identificó la política $d^*=(0,3,0)$ bajo un presupuesto de S/ 20,000. La asignación de S/ 19,000 al cambio de sabor proyecta una reducción del TSU de 563.3 a 278 min, equivalente a 50.65%, y deja un saldo no asignable de S/ 1,000. La política prioriza la etapa dominante y evita consumir recursos en mejoras locales de menor impacto.

La cadena de Markov de tiempo discreto con recompensas conectó cada decisión presupuestaria con una matriz de transición específica y una probabilidad estacionaria de llenado. Bajo $d_2=3$, πLlenado aumenta de 21.76% a 61.39% y el límite superior de capacidad pasa de 22,251 a 62,764 botellas por turno de 720 min, suponiendo un ciclo de set-up, velocidad constante y ausencia de paradas adicionales. Estos valores representan capacidad potencial y requieren validación en planta.

La evaluación basada únicamente en ahorro de tiempo improductivo proyecta S/ 4,755 mensuales, recuperación en 4.0 meses, VAN de S/ 124,161 y relación B/C descontada de 7.53. La sensibilidad conserva un periodo de recuperación inferior a

siete meses en el escenario conservador, aunque los beneficios dependen de frecuencia de cambios, costo-hora y desempeño real de Cs.

El estudio aporta una metodología de innovación operativa para priorizar inversiones bajo restricción presupuestaria y vincularlas con una cadena de Markov con recompensas. No demuestra desempeño implementado ni OEE futuro. La validación definitiva requiere registros de transición, comprobación de la hipótesis geométrica, distribución completa de paradas, piloto en planta y contraste con simulación o datos fuera de muestra. Su aporte para LEIRD se concentra en innovación de procesos e intraemprendimiento orientados a desarrollar capacidad productiva con capital limitado.

DECLARACIÓN DE USO DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL Y RESPONSABILIDAD DE LOS AUTORES

Los autores declaran que se utilizaron herramientas de inteligencia artificial para la corrección lingüística, la organización editorial y la verificación aritmética. Todos los contenidos generados o asistidos por inteligencia artificial fueron revisados, validados y editados por los autores.

Los autores asumen plena responsabilidad por la exactitud, originalidad e integridad de todo el contenido del presente manuscrito, incluidos los componentes elaborados con asistencia de inteligencia artificial.

REFERENCIAS

[1] PRODUCE, Reporte estadístico del sector bebidas no alcohólicas 2023. Lima, Perú: Ministerio de la Producción, 2024.

[2] P. Muchiri and L. Pintelon, "Performance measurement using overall equipment effectiveness (OEE): Literature review and practical application discussion," Int. J. Prod. Res., vol. 46, no. 13, pp. 3517–3535, 2008, doi: 10.1080/00207540601142645.

[3] S. Nakajima, Introduction to TPM: Total Productive Maintenance. Portland, OR, USA: Productivity Press, 1988.

[4] A. A. Aguayo Flores and A. A. Ramírez Bartolo, "Propuesta de implementación de herramientas de Lean Manufacturing para incrementar la productividad en el proceso de producción de la Línea 5," Proyecto de Innovación y/o Mejora, SENATI, Lima, Perú, 2024.

[5] A. Realyvásquez-Vargas, K. Arredondo-Soto, J. García-Alcaraz, and A. Herrera-Salas, "Applying SMED to improve changeover time in a manufacturing company," Applied Sciences, vol. 10, no. 11, p. 3677, 2020, doi: 10.3390/app10113677.

[6] A. Realyvásquez-Vargas, J. Flor-Montalvo, J. Blanco-Fernández, J. D. Sandoval-Quintanilla, E. Jiménez-Macías, and J. L. García-Alcaraz, "Reduction of setup time through SMED in a manufacturing company: A systematic approach," Appl. Sci., vol. 12, no. 18, art. 9181, 2022, doi: 10.3390/app12189181.

[7] R. Keyser, R. Severin, and M. Geiger, "Setup time reduction with SMED in a corrugated box plant," J. Appl. Res. Ind. Eng., vol. 9, no. 2, pp. 264–271, 2022, doi: 10.22105/jarie.2022.317908.1405.

[8] F. J. G. Silva et al., "A case study on reducing setup time using SMED on a turning line," Procedia Manuf., vol. 51, pp. 1473–1480, 2020, doi: 10.1016/j.promfg.2020.10.205.

[9] M. A. Bocanegra-Flores, C. E. Berna-Olaya, and W. D. Calderón-Gonzales, "Resource-sensitive Lean-TPM and SMED intervention to elevate OEE: A case study of a Peruvian bottle manufacturer," SSRG Int. J. Ind. Eng., vol. 12, no. 3, pp. 8–19, 2025, doi: 10.14445/23499362/IJIE-V12I3P102.

[10] D. S. Rossi-Huamán, B. M. Tecse-Villacorta, and R. N. Meza-Ortiz, "Enhancing operational effectiveness in a beverage bottling SME through SMED, 5S, and TPM maintenance practices," SSRG Int. J. Ind. Eng., vol. 12, no. 3, pp. 20–32, 2025, doi: 10.14445/23499362/IJIE-V12I3P103.

[11] G. Tortorella, R. Miorando, and D. Tlapa, "Lean Manufacturing in food and beverage industry: Systematic review and research agenda," Int. J. Lean Six Sigma, vol. 12, no. 2, pp. 289–315, 2021, doi: 10.1108/IJLSS-04-2020-0024.

[12] S. Saad, C. Bhovar, R. Bahadori, and H. Zhang, "Industry 4.0 application in Lean Manufacturing – A systematic review," Adv. Transdiscip. Eng., vol. 21, pp. 521–531, 2021, doi: 10.3233/ATDE210059.

[13] P. Saraswat, R. Agrawal, and S. B. Rane, "Technological integration of lean manufacturing with Industry 4.0 toward lean automation: Insights from the systematic review and further research directions," Benchmarking, vol. 32, no. 6, pp. 1909–1941, 2025, doi: 10.1108/BIJ-05-2023-0316.

[14] R. Bellman, Dynamic Programming. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 1957.

[15] F. S. Hillier and G. J. Lieberman, Introducción a la Investigación de Operaciones, 9th ed. Mexico City, Mexico: McGraw-Hill, 2015.

[16] H. A. Taha, Investigación de Operaciones, 10th ed. Mexico City, Mexico: Pearson Educación, 2017.

[17] F. Mafakheri, M. Breton, and A. Ghoniem, "Supplier selection-order allocation: A two-stage multiple criteria dynamic programming approach," Int. J. Prod. Econ., vol. 132, no. 1, pp. 52–57, 2011, doi: 10.1016/j.ijpe.2011.03.005.

[18] M. Moya Navarro and J. M. Ugalde Rodríguez, "Determination of the collaborative optimal lot size for product replenishment in a supermarket chain using dynamic programming algorithms," in Proc. 23rd LACCEI Int. Multi-Conf. Eng., Educ., Technol., pp. 1–10, 2025, doi: 10.18687/LACCEI2025.1.1.1786.

[19] Y. A. Román-Torres, W. J. Atoche Díaz, and V. D. Farro-Díaz, "Mejora de la cadena de suministro de una empresa maderera usando programación lineal," in Proc. 23rd LACCEI Int. Multi-Conf. Eng., Educ., Technol., pp. 1–10, 2025, doi: 10.18687/LACCEI2025.1.1.1347.

[20] S. Hosseini, D. Ivanov, and A. Dolgui, "Ripple effect modelling of supplier disruption: Integrated Markov chain and dynamic Bayesian network approach," Int. J. Prod. Res., vol. 58, no. 11, pp. 3284–3303, 2020, doi: 10.1080/00207543.2019.1661538.

[21] N. E. Caicedo-Solano, D. Peña-González, D. Vergara, I. F. Machado, and E. A. Ariza-Echeverri, "Advanced stochastic modeling for series production processes: A Markov chains and queuing theory approach to optimizing manufacturing efficiency," Processes, vol. 13, no. 11, art. 3468, 2025, doi: 10.3390/pr13113468.

[22] M. C. Magnanini, W. Terkaj, and T. A. M. Tolio, "A novel algorithm for optimal buffer allocation in automated asynchronous unreliable lines," Int. J. Adv. Manuf. Technol., vol. 122, pp. 4405–4419, 2022, doi: 10.1007/s00170-022-09867-w.

[23] M. C. Magnanini and T. Tolio, "A Markovian model of asynchronous multi-stage manufacturing lines fabricating discrete parts," J. Manuf. Syst., vol. 68, pp. 325–337, 2023, doi: 10.1016/j.jmsy.2023.04.006.

[24] J. I. Hernández-Vázquez, J. O. Hernández-Vázquez, S. Hernández-González, and D. A. Olivares-Vera, "Optimization of the OEE indicator through meta-models' simulation in the buffer allocation problem," J. Ind. Eng. Manag., vol. 17, no. 1, pp. 275–291, 2024, doi: 10.3926/jiem.6572.

[25] F. De Carlo, M. A. Arleo, and M. Tucci, "OEE evaluation of a paced assembly line through different calculation and simulation methods: A case study in the pharmaceutical environment," Int. J. Eng. Bus. Manag., vol. 6, art. 27, 2014, doi: 10.5772/59158.

[26] J. Zhang, X. Wang, and Y. Zhang, "Transient analysis of production performance and energy consumption in geometric flexible production systems," Expert Syst. Appl., vol. 245, art. 123017, 2024, doi: 10.1016/j.eswa.2023.123017.

[27] J. R. Norris, Markov Chains. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 1997, doi: 10.1017/CBO9780511810633.

[28] R. Hernández Sampieri and C. P. Mendoza Torres, Metodología de la Investigación: Las Rutas Cuantitativa, Cualitativa y Mixta, 1st ed. Mexico City, Mexico: McGraw-Hill Education, 2018.

[29] Banco Central de Reserva del Perú, "Tipo de cambio de las principales monedas: promedio del período," Lima, Perú, 2025. [Online]. Available: https://estadisticas.bcrp.gob.pe