Integrated Optimization of Production, Investment, and Hiring in a Rural Pastry Microenterprise Using Mathematical Programming

Antonio de Jesus Rodriguez-Meza[1], Randolf Ñiquen-Levy[2], Carolina Silvia Rosas-Reynoso[3], Maria Lisseth Gaitan-Espinoza[4]
[1 2 3 4] Universidad Privada del Norte - (PE), Perú
antonio.meza@upn.pe, randolf.niquen@upn.pe, Carolina.Rosas@upn.edu.pe, N00407631@upn.pe

Abstract- Rural artisan microenterprises often make production, investment, and temporary-hiring decisions with fragmented records and limited analytical support. This study redesigns and audits a quantitative decision-support framework for a pastry microenterprise in Huancavelica, Peru. Evidence was limited to weekly records from January to December 2024 and a structured interview; therefore, the reconstruction treats the study as a retrospective, non-experimental case study with 52 weekly observations and distinguishes modeled outputs from observed impacts. The framework combines integer linear programming for weekly product mix, binary programming for investment alternatives, a non-homogeneous Markov chain for seasonal hiring windows, and deterministic dynamic programming for temporary-worker allocation. The numerical audit corrects the cheesecake contribution coefficient to S/ 126.56 per lot and reproduces a weekly contribution margin of S/ 1,086.55. The scenario uses 2.83 of 48 oven-hours and 25.83 of 48 operator-hours, equivalent to 5.9% and 53.8% utilization. The algebraic portfolio includes a second oven, industrial mixers, and temporary labor; however, the oven is excluded from implementation because utilization does not support it. Markov and dynamic-programming outputs remain conditional because transition matrices, solver files, and time-study data were unavailable. The contribution is an internally consistent architecture, a reproducibility boundary, and a prioritized validation plan for rural microenterprises.

Keywords- operations research; mathematical programming; rural microenterprise; production planning; investment decisions.

Optimización integrada de producción, inversión y contratación en una microempresa pastelera rural mediante programación matemática

Antonio de Jesus Rodriguez-Meza[1], Randolf Ñiquen-Levy[2], Carolina Silvia Rosas-Reynoso[3], Maria Lisseth Gaitan-Espinoza[4]
[1 2 3 4] Universidad Privada del Norte - (PE), Perú
antonio.meza@upn.pe, randolf.niquen@upn.pe, Carolina.Rosas@upn.edu.pe, N00407631@upn.pe

Resumen- Las microempresas suelen decidir la producción, la inversión y la contratación temporal con registros fragmentados y escaso soporte analítico. Este estudio reconstruye y audita un marco cuantitativo para una microempresa pastelera de Huancavelica, Perú. La evidencia se limita a registros de enero a diciembre de 2024 y una entrevista; por ello, la investigación se aborda como un estudio de caso retrospectivo, no experimental, con 52 observaciones semanales, diferenciando resultados modelados de impactos observados. El marco integra programación lineal entera para el mix semanal, programación binaria para inversiones, una cadena de Markov no homogénea para ventanas estacionales de contratación y programación dinámica determinística para asignar el tiempo del ayudante. La auditoría corrige el coeficiente del cheesecake a S/ 126,56 por lote y reproduce un margen semanal de S/ 1 086,55. El escenario utiliza 2,83 de 48 horas de horno y 25,83 de 48 horas de operaria, equivalentes a 5,9% y 53,8% de utilización. La cartera incluye segundo horno, batidoras y personal temporal; sin embargo, el horno se excluye por su baja utilización. Los resultados de Markov y programación dinámica permanecen condicionados por falta de matrices, archivos del solver y cronometrajes. La contribución es una arquitectura consistente y un plan de validación.

Palabras clave- investigación de operaciones; programación matemática; microempresa rural; planificación de producción; decisiones de inversión.

I. INTRODUCCIÓN

Las micro, pequeñas y medianas empresas constituyen la mayor parte del tejido empresarial peruano y concentran una proporción sustantiva del empleo privado [1], [3]. En unidades rurales y artesanales, la limitada digitalización de registros, la volatilidad de la demanda y la separación informal entre las finanzas del negocio y las del hogar dificultan la planificación. La literatura internacional coincide en que la calidad de las decisiones de una pyme depende menos de la complejidad del algoritmo que de la trazabilidad de los parámetros, la consistencia de las unidades y la capacidad de traducir los resultados en reglas operativas comprensibles [2], [5].

El caso analizado corresponde a una pastelería artesanal de Huaytará, Huancavelica. El manuscrito fuente describe una operación administrada por su propietaria, con registros manuscritos de pedidos y producción, capacidad limitada de trabajo y decisiones de inversión realizadas de manera empírica. La necesidad de ingeniería consiste en convertir información dispersa en un sistema de apoyo a decisiones que responda cuatro preguntas conectadas: qué producir, en qué invertir, cuándo contratar apoyo temporal y cómo asignar ese apoyo durante la jornada.

La versión inicial combinaba programación lineal, programación binaria, una cadena de Markov no homogénea y programación dinámica. Sin embargo, una auditoría interna identificó diferencias entre la formulación y las tablas, períodos temporales incompatibles, indicadores financieros sin flujo de caja y resultados de capacidad que contradecían la compra de un segundo horno. En consecuencia, el propósito de esta reconstrucción no es preservar todas las cifras originales, sino establecer una versión cuantitativamente coherente, declarar qué resultados son reproducibles y delimitar qué evidencia falta para una validación completa.

La pregunta de investigación es: ¿cómo estructurar un marco integrado y auditable de programación matemática que apoye decisiones de producción, inversión y contratación temporal en una microempresa pastelera rural, sin presentar como impactos observados los resultados que solo han sido modelados?

A. Objetivo y contribución

El objetivo general es diseñar y evaluar, mediante modelado cuantitativo, un marco integrado de apoyo a las decisiones de producción, inversión y contratación temporal para una pastelería artesanal rural de Huancavelica. Los objetivos específicos son: determinar un mix semanal consistente con las restricciones reportadas; evaluar algebraicamente las alternativas de inversión; formalizar una regla estacional de contratación; revisar la asignación del tiempo del ayudante; y analizar la sensibilidad y los límites de los resultados.

La contribución no consiste en un algoritmo nuevo. Radica en conectar decisiones que suelen tratarse por separado, auditar la coherencia entre las salidas de un modelo y las entradas del siguiente, y proponer una frontera explícita entre resultado matemático, recomendación operativa e impacto empírico. Este enfoque es pertinente para innovación de gestión, porque reduce la dependencia exclusiva de la intuición sin ocultar la incertidumbre ni la calidad limitada de los registros.

II. TRABAJOS RELACIONADOS

La programación lineal y entera se utiliza para seleccionar combinaciones de productos bajo restricciones de capacidad, materiales y demanda. Baki y Cheng [6] muestran su utilidad en una pequeña empresa, mientras Cedillo-Robles et al. [8] y Bayá et al. [9] enfatizan que la integralidad y la formulación completa son necesarias cuando las decisiones representan lotes indivisibles. En el sector alimentario, Tirkeş et al. [7] y Georgiadis et al. [11] incorporan secuencias, recursos y tiempos de proceso, evidenciando que una función objetivo aislada no reemplaza la descripción técnica de la operación.

La planificación agregada enfrenta además variabilidad de demanda y capacidad. Gómez-Rocha y Hernández-Gress [10] abordan incertidumbre mediante programación estocástica; Yu et al. [14] comparan alternativas de decisión con múltiples criterios; y Taşkıner y Bilgen [13] documentan que los modelos agroalimentarios requieren integrar perecibilidad, estacionalidad y restricciones de recursos. Estos estudios respaldan el uso de modelos cuantitativos, pero también muestran que los resultados dependen de datos suficientemente largos y de supuestos claramente verificables.

En la gestión de personal, la programación dinámica permite descomponer decisiones secuenciales de asignación [15], [16], [20]. Las cadenas de Markov, por su parte, modelan transiciones probabilísticas entre estados [17]. No obstante, su aplicación responsable exige publicar las matrices, los conteos de transición y el criterio de clasificación de estados. Sin estos elementos, un calendario de contratación puede describirse como salida reportada, pero no como resultado independientemente reproducido.

La brecha relevante para este caso es práctica y metodológica: existe literatura sobre planificación, inversión, estacionalidad y asignación, pero el manuscrito no demuestra que los cuatro componentes formen una cadena causal automática. La integración debe evaluarse mediante interfaces explícitas: el mix productivo informa los requerimientos; la evaluación de inversión debe responder a una restricción realmente activa; la regla de contratación depende de probabilidades calibradas; y la asignación del ayudante solo genera valor si el tiempo liberado se transforma en producción factible o nivel de servicio.

Por ello, el marco propuesto incorpora una capa previa de control de consistencia y una capa posterior de validación. La primera verifica unidades, horizontes y ecuaciones. La segunda impide traducir una solución algebraica en una recomendación cuando la evidencia operativa la contradice.

TABLA I. SÍNTESIS COMPARATIVA DE LITERATURA

Fuente	Decisión	Método	Lección para el caso
[6]	Mix de productos	PL	Definir margen y restricciones
[7]	Plan y secuencia	Modelo multietapa	Vincular etapas y recursos
[8], [9]	Producción	MILP	Respetar integralidad y capacidad
[10]	Planificación incierta	Programación estocástica	No confundir promedio y pico
[11], [12]	Programación alimentaria	Optimización/heurísticas	Comparar con regla base
[15]	Tamaño de personal	P. dinámica	Publicar estados y retornos
[17]	Transiciones	Markov	Mostrar matrices y validación

La contribución del estudio es de integración y auditoría; no se propone un algoritmo original.

La comparación permite delimitar el aporte. La literatura aporta técnicas consolidadas, mientras el caso combina decisiones de distinto horizonte: la producción es semanal, la contratación es estacional y la inversión es plurianual. La integración solo es válida si esos horizontes se conectan mediante flujos de caja y restricciones multiperíodo; de otro modo, la suma de cuatro modelos aislados no constituye por sí misma una innovación metodológica.

III. METODOLOGÍA

A. Diseño, unidad de análisis y datos

Se desarrolló un estudio de caso aplicado, cuantitativo, no experimental y retrospectivo [21]. La unidad organizacional fue una microempresa pastelera rural y la unidad temporal fue la semana. Aunque el manuscrito original mencionaba 104 ciclos correspondientes a dos años, la documentación disponible solo identifica registros de enero a diciembre de 2024; en consecuencia, esta reconstrucción adopta n=52 semanas y elimina cualquier inferencia sustentada en un segundo año no documentado.

Las fuentes declaradas fueron facturas de insumos, registros manuscritos de producción, cuadernos de pedidos y una entrevista estructurada de 22 preguntas a la propietaria. No se adjuntaron la base digitalizada, el instrumento, los archivos del solver, los conteos de transición ni los cronometrajes. Por ello, la revisión reproduce únicamente cálculos que pueden verificarse con las cifras publicadas y mantiene como condicionales las salidas que dependen de datos ausentes.

TABLA II. FRONTERA DE EVIDENCIA DEL ESTUDIO

Componente	Evidencia disponible	Estado
Período	Ene.-dic. 2024	52 semanas
PLE	Función y tabla parcial	Auditado aritméticamente
Binario	Costos, coeficientes y lógica	Enumeración reproducida
Markov	Umbral y ventanas	Matrices no disponibles
P. dinámica	Asignación final	Tabla T_k(d) ausente
Finanzas	TIR/VAN declarados	Flujo no disponible

Fuente: elaboración propia a partir del manuscrito proporcionado.

B. Procedimiento de reconstrucción

El procedimiento tuvo cinco fases: (1) normalización del horizonte y de las unidades; (2) conciliación de coeficientes entre funciones y tablas; (3) resolución exhaustiva del modelo binario de cinco decisiones; (4) verificación manual de porcentajes, holguras, costos y tiempos; y (5) clasificación de cada conclusión como reproducida, condicionada o descartada. No se imputaron datos faltantes ni se construyeron matrices probabilísticas inexistentes.

C. Variables, indicadores y reglas de calidad

TABLA III. OPERACIONALIZACIÓN DEL MARCO

Constructo	Indicador	Unidad	Fuente mínima
Producción	Lotes por producto	lotes/sem.	Registro de producción
Rentabilidad operativa	Margen de contribución	S//sem.	Precio y costo variable
Capacidad	Uso de horno y operaria	h/sem.	Cronometraje/registro
Servicio	Pedidos atendidos/rechazados	%	Cuaderno de pedidos
Inversión	Flujo incremental	S//período	Cotización y caja
Demanda	Estado A, N o B	categoría/sem.	Pedidos y umbrales
Contratación	Probabilidad y costo	P(A); S//sem.	Matriz y contrato
Asignación	Tiempo por etapa	min/ciclo	Estudio de tiempos

Cada indicador debe conservar la misma definición en línea base, modelo y validación.

El control de calidad propuesto exige verificar duplicados, semanas sin registro, devoluciones, pedidos cancelados, cambios de receta y compras para inventario. Los costos deben asignarse al lote y distinguir desembolso de consumo; los tiempos deben separar espera, trabajo de la operaria y trabajo del ayudante. Una semana no puede clasificarse como demanda alta solo por ventas elevadas si también hubo aumentos de precio o pedidos acumulados de semanas anteriores.

Para reducir sesgo de confirmación, los parámetros se fijan antes de resolver los modelos y se conserva una bitácora de cambios. Las discrepancias entre factura, pedido y producción se resuelven mediante una regla documentada y no mediante el valor que favorezca la solución. Los escenarios se comparan con la misma demanda y horizonte, y cualquier exclusión de semanas debe justificarse.

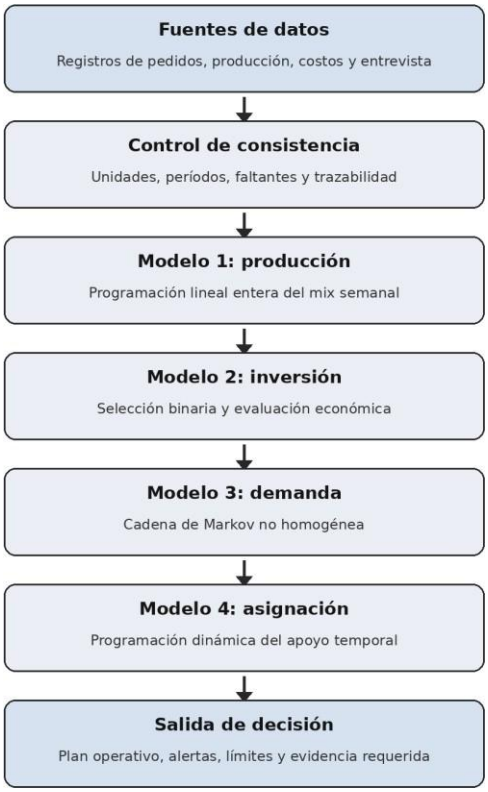


Fig. 1. Arquitectura auditable del marco integrado. Fuente: elaboración propia.

D. Ética, privacidad y reproducibilidad

La versión de revisión se prepara de manera anónima. La empresa debe autorizar por escrito el uso de sus registros y la entrevista, y los datos comerciales deben publicarse solo de forma agregada. La reproducibilidad requiere adjuntar un diccionario de variables, los modelos ejecutables y una hoja de trazabilidad entre dato fuente, parámetro y resultado. Hasta completar esos elementos, el artículo describe una evaluación basada en modelado, no una intervención validada.

E. Plan de análisis, verificación y reproducibilidad

La primera etapa del plan de análisis es reconstruir una base semanal maestra. Cada fila representa una semana y debe incluir pedidos recibidos, atendidos y rechazados; lotes por producto; precio; consumo de insumos; horas de horno; horas de operaria; merma; promociones y eventos. Las recetas y costos se mantienen en tablas auxiliares con fecha de vigencia para evitar que un cambio de precio se atribuya erróneamente a un cambio de productividad. La conciliación semanal debe cerrar entre pedidos, producción y ventas, registrando cualquier diferencia como incidencia y no como dato eliminado sin explicación.

La segunda etapa es la verificación del modelo de producción. Se ejecuta una solución base, se comprueba cada restricción con sustitución manual y se comparan el valor de la función objetivo y las holguras con el reporte del solver. Cuando las variables representan lotes, se exige una solución entera. La estabilidad se examina modificando costos, tiempos y cotas dentro de rangos observados; un precio sombra solo se informa para una relajación lineal y dentro del intervalo de validez entregado por el solver. Además, la solución debe compararse con la regla empírica de la propietaria usando la misma demanda.

La tercera etapa evalúa inversiones. Cada alternativa requiere un flujo incremental separado: desembolso inicial, mantenimiento, capacitación, costos laborales, ahorro, ventas adicionales, capital de trabajo y valor residual. Los beneficios no se incorporan como coeficientes fijos si dependen de la demanda; en ese caso se calculan por escenario o se enlazan con el modelo estocástico. El modelo binario selecciona una cartera, pero la recomendación se emite únicamente después de revisar liquidez, restricciones legales y capacidad de ejecución.

La cuarta etapa calibra la cadena de Markov. Los estados A, N y B se definen mediante umbrales previos y se construye una tabla de transiciones consecutivas. Para cada temporada, cada elemento p_{ij} se estima como el número de transiciones $i \rightarrow j$ dividido por el total de salidas desde i. Se verifica que las filas sumen uno y se informa el número de observaciones por fila. Con un historial corto, las probabilidades deben presentarse con intervalos o análisis de sensibilidad; una matriz con celdas sustentadas en uno o dos eventos no es suficiente para una recomendación firme.

La quinta etapa valida la programación dinámica. Para cada combinación de etapa y nivel de apoyo se realizan cronometrajes repetidos en condiciones comparables. La tabla de retornos conserva media, dispersión y número de mediciones. Después de aplicar la recursión, la política óptima se reproduce manualmente y se contrasta con dos alternativas simples: asignación proporcional y concentración del ayudante en la etapa más larga. La reducción del tiempo solo se monetiza cuando existe demanda para utilizar la capacidad liberada y cuando no se deterioran la calidad ni la seguridad alimentaria.

TABLA IV. PAQUETE MÍNIMO DE REPRODUCIBILIDAD

Archivo	Contenido	Verificación
datos_semanales.csv	52 filas y diccionario	Sin identificadores personales
parametros_productos.xlsx	Costos, tiempos y cotas	Unidades y vigencia
modelo_milp	Variables, restricciones y solver	Solución y holguras
flujos_inversion.xlsx	Flujos por alternativa	VAN, TIR y escenarios
matrices_markov.xlsx	Conteos y matrices 3×3	Filas suman 1
tiempos_pdd.csv	$T_k(d)$, $C_k(d)$, repeticiones	Política reproducible
README	Pasos, versiones y semillas	Ejecución independiente

Los nombres son ilustrativos; el contenido es obligatorio para una verificación independiente.

El criterio de detención es conservador. Si una cifra central no puede trazarse a un dato, una ecuación y una salida reproducible, se reporta como no verificable y se excluye de las conclusiones. Si la solución cambia ante perturbaciones pequeñas, se presenta como sensible. Si una recomendación matemática contradice la capacidad observada, se clasifica como hipótesis para piloto. Estas reglas protegen la validez del artículo y evitan que la sofisticación formal oculte debilidades de evidencia.

IV. FORMULACIÓN DEL MARCO

A. Modelo 1: programación lineal entera del mix

Sea x_i el número entero de lotes semanales del producto i. El criterio económico debe ser el margen de contribución unitario y no el precio de venta. La función reportada fue corregida porque el coeficiente de x_5 aparecía como S/ 253,12, mientras la tabla utilizaba S/ 126,56 por lote y dos

lotes aportaban S/ 253,12. La formulación coherente con la tabla es:

$$Max\ Z = 574{,}02x_1 + 98{,}66x_2 + 23{,}84x_3 + 160{,}75x_4 + 126{,}56x_5 \quad (1)$$

Las restricciones generales se expresan como $\Sigma\ h_i\ x_i \leq 48$ para horas de horno, $\Sigma\ o_i\ x_i \leq 48$ para horas de operaria, $\Sigma\ c_i\ xi \leq 6\ 000$ para presupuesto y $L_i \leq x_i \leq U_i$ para cotas de demanda, con x_i entero y no negativo. Los coeficientes completos h_i, o_i, c_i, L_i y U_i no fueron suministrados; por tanto, no se afirma que el escenario publicado sea el óptimo global. Sí puede verificarse que su valor económico coincide con (1).

TABLA V. ESCENARIO SEMANAL RECONCILIADO

Producto	x_i	Horno h	Operaria h	MC S/
Torta chocolate	1	1,50	15,00	574,02
Empanadas	1	1,00	3,00	98,66
Alfajores	1	0,33	1,83	160,75
Cheesecake	2	0,00	6,00	253,12
Total	-	2,83	25,83	1 086,55

**Coeficiente corregido: el cheesecake requiere 6,00 h de operaria para dos lotes (3,00 h por lote); total recalculado a 25,83 h.*

Con el total reportado, la utilización del horno es 2,83/48=5,9% y la de la operaria 25,83/48=53,8%. Las holguras son 45,17 h y 22,17 h, respectivamente. Ninguna de las dos restricciones aparece vinculante en este escenario. En consecuencia, se eliminan los precios sombra y la afirmación de que la operaria constituye el cuello de botella, porque tales conclusiones no se deducen de la solución mostrada.

B. Modelo 2: selección binaria de alternativas

Sea y_j=1 si se selecciona la alternativa j y 0 en caso contrario. Los coeficientes reportados se interpretan como beneficio neto de un período, aunque mezclan inversión inicial y costos anuales. Para auditar la coherencia algebraica se mantuvo el horizonte de un período:

$$Max\ B = 23085y_1 + 1300y_2 - 1400y_3 + 4400y_4 + 6600\ y_5 \quad (2)$$

$$8000y_1 + 3500y_2 + 5000y_3 + 18000y_4 + 2400y_5 \leq 20000 \quad (3)$$

$$y_1 \leq y_4 + y_5;\quad y_j \in \{0,1\} \quad (4)$$

La enumeración de las 32 combinaciones muestra que, bajo (2)-(4), la solución algebraica es y_1=y_2=y_5=1, con costo de S/ 13 900 y coeficiente objetivo de S/ 30 985. La cartera original y_1=y_5=1 no era óptima porque todavía podía incorporarse y_2 dentro del presupuesto. Sin embargo, la baja utilización del horno contradice la conveniencia operativa de y_1; por ello, la solución algebraica se presenta como prueba de consistencia del modelo, no como recomendación de inversión.

C. Algoritmo de integración y criterios de salida

La integración se ejecuta como una secuencia con compuertas. Primero, el MILP genera un plan y un vector de utilización. Si ningún recurso supera un umbral de saturación definido con datos de pico, no se activa una inversión de capacidad. Segundo, las alternativas que superan esa compuerta se evalúan con flujos incrementales y restricciones lógicas. Tercero, la contratación temporal se activa solo cuando el valor esperado del margen incremental supera el costo semanal. Cuarto, la programación dinámica asigna el ayudante y devuelve un tiempo de ciclo. La decisión final se acepta únicamente si el tiempo liberado permite una mejora operativa verificable.

Este mecanismo evita la doble contabilización. El beneficio de contratar personal no puede aparecer simultáneamente como coeficiente independiente en el modelo binario, como margen esperado en Markov y como producción adicional en programación dinámica, salvo que cada componente represente flujos distintos y se demuestre su no superposición. La salida integrada debe mostrar un estado de decisión: recomendar, evaluar en piloto, posponer o descartar.

TABLA VI. COMPUERTAS DE DECISIÓN

Etapa	Condición mínima	Salida
Producción	Modelo factible y datos trazables	Mix candidato
Capacidad	Saturación de pico documentada	Inversión elegible
Finanzas	VAN incremental no negativo	Inversión evaluable
Contratación	E[margen] ≥ costo semanal	Semana elegible
Asignación	Ahorro medido y tarea factible	Política piloto
Validación	Mejora frente a línea base	Recomendación final

Las compuertas son reglas metodológicas; sus umbrales finales requieren datos del caso.

TABLA VII. ALTERNATIVAS BINARIAS REPORTADAS

j	Alternativa	Costo S/	Coef. B S/	Observación
1	Segundo horno	8 000	23 085	Contradice utilización
2	Batidoras	3 500	1 300	Factibilidad pendiente
3	Refrigeración	5 000	-1 400	Dominada
4	Repostero fijo	18 000/año	4 400	OPEX anual
5	Ayudante temporal	2 400/año	6 600	Costo no conciliado

La TIR y el VAN no se recalculan porque no se proporcionaron flujos de caja incrementales.

D. Modelo 3: cadena de Markov no homogénea

Se consideran los estados A (demanda alta), N (normal) y B (baja). Una cadena no homogénea requiere una matriz P_t que puede cambiar según la temporada, y el vector de estado se actualiza mediante $v_t = v_{t-1} P_t$ [17]. El manuscrito declara tres matrices estacionales y v_0=[0,10; 0,70; 0,20], pero no muestra los conteos ni las probabilidades de transición. Por ello, las probabilidades semanales y las 17 semanas de contratación no pueden ser recalculadas de forma independiente.

$$v_t = v_{(t-1)}\ P_t,\quad P_t \in \{P_{baja}, P_{normal}, P_{alta}\} \quad (5)$$

La regla económica sí puede auditarse. El umbral publicado es 184,76/576,45=0,3205. Si se desea un criterio conservador, debe utilizarse 0,321 con tres decimales o 0,33 con dos decimales; 0,32 no representa un redondeo al alza. Con 17 semanas, el costo calculado con S/ 184,76 por semana es S/ 3140,92. La diferencia frente al valor publicado de S/ 3140,88 probablemente proviene de decimales no mostrados.

TABLA VIII. VENTANAS REPORTADAS Y ESTADO DE VERIFICACIÓN

Ventana	Semanas	P(A) máx.	Decisión	Estado
Día de la Madre	17-20	0,5361	Contratar	No reproducida
Fiestas Patrias	25-28	0,5362	Contratar	No reproducida
Navidad	44-52	0,5422	Contratar	No reproducida

Se requieren matrices 3×3, definiciones de estados y conteos de transición.

E. Modelo 4: programación dinámica

La programación dinámica distribuye 480 min del ayudante entre tres etapas: preparación, horno y decorado. Sea s el tiempo disponible y d la decisión de apoyo; la recursión de Bellman es:

$$f_k(s) = min_d \{ T_k(d) + f_{(k+1)}[s - C_k(d)] \},\ f_4(s)=0 \quad (6)$$

El manuscrito reporta d_1=3, d_2=1 y d_3=2, consumiendo 240, 80 y 160 min. Los tiempos resultantes son 108, 120 y 104 min, para un total de 332 min. Frente a 563,3

min, la diferencia correcta es 231,3 min y la reducción es 41,1%. Se elimina la afirmación de que se liberan exactamente 148 min de la operaria y se produce un lote adicional de empanadas, porque un lote requiere 180 min según la propia tabla y no se proporcionó una descomposición que reconcilie los tiempos.

TABLA IX. ASIGNACIÓN REPORTADA DEL AYUDANTE

Etapa	d*	Ayudante min	Tiempo etapa min	Reducción
Preparación	3	240	108	55,0%
Horno	1	80	120	20,0%
Decorado	2	160	104	40,0%
Total	-	480	332	41,1%

La política se conserva como salida reportada; falta la tabla completa $T_k(d)$.

V. RESULTADOS RECONSTRUIDOS

A. Producción y utilización

La corrección del coeficiente de x_5 permite reproducir S/1086,55 por semana en el escenario publicado. Si este escenario se repitiera cuatro semanas, el margen sería S/4346,20, no S/3621,94. Frente a una línea base mensual de S/ 864, la diferencia relativa sería 403,0%. Esta comparación sigue siendo ilustrativa: no se documentó que la línea base y el escenario optimizado utilicen el mismo horizonte, demanda y estructura de costos.

La lectura operacional cambia de manera sustantiva. El horno utiliza 5,9% de su disponibilidad semanal y la operaria 53,8%. Por tanto, el segundo horno no resuelve una restricción activa del escenario. Una inversión en capacidad solo sería justificable si las cotas de demanda, la simultaneidad de pedidos o los tiempos de pico fueran distintos de los promedios mostrados y estuvieran incorporados explícitamente al modelo.

B. Inversión y coherencia financiera

La cartera $y_1=y_2=y_5$ es la mejor combinación matemática bajo los coeficientes declarados. El payback simple implícito sería $13900/30985\times12=5{,}38$ meses, pero no se interpreta como indicador financiero válido porque B no se deriva de un flujo incremental documentado. Se retiran la TIR de 412%, el VAN superior a S/ 57000 y los paybacks de 4,2 o 3,1 meses. Para restituirlos se necesita separar inversión, costos operativos, impuestos, capital de trabajo, valor residual y horizonte de cada alternativa.

C. Contratación estacional y asignación

La regla de contratación utiliza un punto de equilibrio de 0,3205. Las tres ventanas y las 17 semanas se mantienen solo como resultado informado por los autores originales. El costo aritmético asciende a S/ 3140,92 usando el costo semanal mostrado. No se conserva el ROI de 107,1%, porque el beneficio incremental de S/576,45 por semana y la probabilidad efectiva de cada semana no se pueden rastrear a los registros.

En programación dinámica, el resultado de 332 min y la reducción de 41,1% son aritméticamente coherentes con los tiempos finales publicados. No obstante, la optimalidad requiere comparar todas las decisiones factibles de cada etapa. La ausencia de $T_k(d)$ y $C_k(d)$ impide verificar que no exista otra asignación con menor tiempo o igual desempeño y menor necesidad de entrenamiento.

TABLA X. AUDITORÍA DE RESULTADOS CLAVE

Indicador	Valor corregido	Decisión editorial
Z semanal	S/ 1 086,55	Conservar como escenario
Z en 4 semanas	S/ 4 346,20	Corregir
Utilización horno	5,9%	Corregir
Utilización operaria	53,8%	Corregir
Cartera algebraica	y1+y2+y5	Conservar con advertencia
Umbral Markov	0,3205	Corregir redondeo
Costo 17 semanas	S/ 3 140,92	Corregir
Reducción PDD	231,3 min; 41,1%	Conservar parcialmente
TIR/VAN/ROI	No verificables	Eliminar

Las cifras corregidas no equivalen a beneficios observados en operación.

D. Validez interna, externa y de constructo

La validez interna está amenazada por la ausencia de una línea base homogénea, la posible mezcla de unidades por lote y la utilización de beneficios no trazados. La validez de constructo se afecta cuando ingreso, margen y utilidad se usan como sinónimos. La validez externa es limitada porque una empresa con una propietaria y un portafolio reducido no representa automáticamente a las microempresas rurales peruanas.

Las medidas de mitigación son concretas: definir un diccionario de variables; calcular márgenes desde recetas y consumos; reservar semanas para validación; comparar el modelo con una regla empírica; informar resultados negativos; y reportar intervalos o rangos, no solo puntos. Un resultado puede considerarse robusto si la recomendación no cambia ante perturbaciones razonables de costos, tiempos y probabilidades. Si cambia, la salida apropiada es una alerta de sensibilidad y no una recomendación categórica.

La trazabilidad cuantitativa se completa con una tabla de conciliación anual: margen semanal por estado, número de semanas, costo de contratación, inversión y depreciación. Esta tabla debe explicar cualquier diferencia entre la suma de semanas y el indicador anual. Debido a que el valor S/ 52081 no pudo reconciliarse con S/ 1086,55 por 52 semanas, dicho total se excluye de la versión reconstruida.

VI. INTEGRACIÓN, SENSIBILIDAD Y FACTIBILIDAD

A. Interfaces entre modelos

La integración es válida solo si cada interfaz tiene una variable común y una unidad compatible. El modelo de producción debería entregar requerimientos de capacidad y margen marginal por recurso. El modelo de inversión debería utilizar esos requerimientos y no beneficios exógenos. La cadena de Markov debería entregar una probabilidad semanal que, combinada con el margen incremental y el costo del ayudante, active una decisión. Finalmente, la programación dinámica debería convertir el tiempo del ayudante en una reducción verificable de duración, merma o rechazo de pedidos.

En la versión examinada, estas interfaces son principalmente narrativas. El horno no es vinculante, pero se le asigna un beneficio elevado en el modelo binario; la contratación aparece con dos costos anuales distintos; y el tiempo reducido por programación dinámica no se conecta con una cantidad adicional factible. La principal mejora cualitativa del artículo consiste, por tanto, en convertir dichas contradicciones en condiciones de decisión y no ocultarlas bajo un indicador agregado.

B. Análisis de sensibilidad defendible

TABLA XI. ESCENARIOS Y CONCLUSIÓN SEGURA

Perturbación	Resultado defendible	Dato requerido
Horas de operaria +25%	Efecto indeterminado; hay 22,17 h de holgura	Matriz completa y nuevas cotas
Presupuesto -50%	No verificable	Costos variables por producto
Capacidad de horno ×2	Baja prioridad en escenario medio	Pedidos simultáneos de pico
Costo ayudante ±20%	Cambia umbral de contratación	Margen incremental real
Probabilidades ±10%	Puede alterar ventanas	Matrices y validación temporal
Tiempos de etapa ±15%	Evalúa robustez de d*	Cronometraje repetido

No se extrapolan precios sombra fuera de un rango que no fue reportado.

C. Interpretación cualitativa de adopción

La factibilidad organizacional depende de que la propietaria pueda registrar semanalmente pedidos rechazados, horas efectivas, lotes, costos variables y causa de incumplimiento. El uso de una hoja de cálculo con cinco productos y alertas simples sería más apropiado que una herramienta compleja sin mantenimiento. La dependencia del conocimiento tácito es una fortaleza para reconocer estacionalidad, pero también un riesgo cuando los criterios no quedan documentados.

La entrevista estructurada se menciona como fuente, pero sus respuestas no fueron proporcionadas; por ello, no se realizó codificación temática ni se atribuyen opiniones a la propietaria. La interpretación cualitativa se limita a hechos descritos en el manuscrito: gestión centralizada, registros manuales y decisiones empíricas. Antes de implementar, debe validarse que la regla de contratación sea comprensible, que los datos puedan capturarse sin sobrecarga y que las recomendaciones respeten restricciones sanitarias, de calidad y de liquidez no incluidas en los modelos.

D. Protocolo de validación

Se propone un piloto de 12 semanas: cuatro semanas de línea base, cuatro de aplicación y cuatro de seguimiento. Los indicadores mínimos son margen de contribución, porcentaje de pedidos atendidos, horas de operaria, horas de horno, tiempo de ciclo, merma y desviación entre demanda prevista y real. Las comparaciones deben incluir intervalos y registrar eventos atípicos. La cadena de Markov debe recalibrarse con una segunda temporada anual; la programación dinámica requiere al menos tres cronometrajes por combinación de apoyo.

VII. DISCUSIÓN

La reconstrucción confirma la utilidad potencial de la programación matemática en pequeñas empresas, pero también ilustra un problema frecuente: una solución puede ser matemáticamente atractiva y operacionalmente incoherente si sus parámetros no provienen de la misma línea base. Los trabajos de Baki y Cheng [6], Cedillo-Robles et al. [8] y Bayá et al. [9] muestran que el modelo debe conservar unidades y restricciones técnicas. En este caso, corregir un solo coeficiente cambia la trazabilidad de Z, mientras revisar las holguras modifica por completo la interpretación del cuello de botella.

La baja utilización media del horno no excluye picos de saturación. Sin embargo, una decisión de capacidad no puede justificarse con un promedio y, al mismo tiempo, atribuirse a estados estacionales sin incorporar esa relación en el modelo. Los enfoques de planificación alimentaria [7], [11]-[13] sugieren utilizar horizontes multiperíodo o escenarios de pico. Esta sería una extensión más defendible que asignar un beneficio fijo de S/ 23 085 al segundo horno.

La cadena de Markov aporta una lógica temporal superior a un calendario fijo, pero con 52 semanas y tres matrices existe riesgo de estimaciones inestables. La teoría exige que las probabilidades se deriven de conteos suficientes y se evalúen fuera de muestra [17]. Mientras eso no ocurra, las ventanas reportadas deben considerarse hipótesis de planificación. De forma similar, la programación dinámica organiza la asignación de recursos [15], [16], [20], pero la ausencia de una tabla completa de retornos impide verificar optimalidad y sensibilidad al nivel de entrenamiento del ayudante.

Desde la perspectiva de emprendimiento, el aporte más sólido es la profesionalización gradual de la decisión financiera. La literatura sobre pymes destaca que herramientas simples y capacidades de gestión son necesarias para convertir información en crecimiento sostenible [2], [5]. En consecuencia, el valor del marco no debe medirse por una TIR extraordinaria, sino por su capacidad para hacer visibles supuestos, costos y condiciones de activación.

VIII. APORTE A LA INNOVACIÓN Y EL EMPRENDIMIENTO

El artículo se alinea principalmente con el track financiero de LEIRD porque su pregunta central es cómo mejorar la calidad de decisiones de inversión, contratación y uso de recursos. La innovación no es tecnológica en sentido estricto: consiste en formalizar una práctica de gestión, introducir criterios verificables y reducir decisiones basadas exclusivamente en intuición. Esta contribución es compatible con el desarrollo de capacidades empresariales, siempre que el modelo se convierta en una rutina accesible y no en un ejercicio aislado.

El potencial regional debe expresarse con cautela. Un caso rural permite identificar barreras de datos, liquidez y adopción que suelen quedar fuera de aplicaciones industriales grandes, pero no demuestra impacto regional. La transferencia requeriría un protocolo parametrizable, capacitación breve y evidencia en varias empresas. La escalabilidad se evaluaría por el costo de captura de datos, el tiempo de recalibración y la estabilidad de las reglas, no por replicar los mismos coeficientes.

Desde una perspectiva de innovación frugal, la solución recomendada es una hoja de cálculo o aplicación ligera con módulos graduales: registro, cálculo de margen, alerta de capacidad, calendario y evaluación de inversión. El módulo probabilístico solo debería habilitarse cuando exista suficiente historial. Así, la sofisticación del modelo crece con la madurez de los datos y evita imponer una carga analítica que la microempresa no pueda sostener.

IX. RUTA DE IMPLEMENTACIÓN Y GOBERNANZA DEL MODELO

La implementación debe ser gradual y reversible. La fase cero consiste en acordar qué datos se registrarán, quién los valida y con qué frecuencia se actualizarán los parámetros. La propietaria conserva la decisión final, mientras el equipo técnico mantiene el diccionario de variables, la hoja de cálculo y la bitácora de cambios. Ningún coeficiente puede

modificarse sin fecha, fuente y responsable. Esta gobernanza evita que el modelo pierda trazabilidad después de la entrega académica.

La fase uno digitaliza doce semanas de operación con un formulario sencillo. El objetivo no es optimizar todavía, sino comprobar que los campos pueden registrarse sin interrumpir la producción. Cada cierre semanal genera cuatro conciliaciones: pedidos frente a producción, producción frente a ventas, consumo teórico frente a compras y horas planificadas frente a horas efectivas. Las diferencias se clasifican como merma, inventario, cancelación, error de registro u otra causa. Solo cuando la tasa de registros completos sea suficiente se procede a calibrar.

La fase dos reconstruye los modelos con datos verificados. El MILP se ejecuta primero y se contrasta con la práctica real. Si la solución propone productos que no tienen demanda o viola restricciones de calidad, se corrige la formulación y no el dato para forzar el resultado. La evaluación de inversión se limita inicialmente a alternativas de bajo costo. La cadena de Markov se mantiene como módulo experimental hasta disponer de un segundo ciclo estacional, y la programación dinámica se calibra con cronometrajes realizados por una persona distinta de quien ejecuta la tarea.

La fase tres es un piloto controlado. Durante cuatro semanas se conserva la regla habitual para establecer la línea base; durante cuatro semanas se aplica el plan recomendado; y durante cuatro semanas se observa la persistencia del resultado. La decisión de continuar exige que la mejora no dependa de una promoción excepcional y que no aumenten merma, reclamos o sobrecarga. Si el margen mejora pero el nivel de servicio empeora, la política se revisa. Si no existe diferencia material, la solución se simplifica en lugar de añadir complejidad.

TABLA XII. HOJA DE RUTA PROPUESTA

Fase	Duración referencial	Producto	Criterio de avance
0. Gobernanza	1-2 semanas	Diccionario y responsables	Campos y fuentes aprobados
1. Registro	12 semanas	Base semanal conciliada	Completitud y consistencia
2. Calibración	2-4 semanas	Modelos y escenarios	Resultados reproducibles
3. Piloto	12 semanas	Comparación pre/aplicación/seguimiento	Mejora sin deterioro
4. Escalamiento	Trimestral	Tablero y revisión	Reglas estables y sostenibles

Las duraciones son una propuesta de gestión y deben ajustarse a la disponibilidad real de la empresa.

El tablero de decisión debería mostrar pocos indicadores: margen semanal, porcentaje de pedidos atendidos, utilización de recursos, merma, estado de demanda y costo de apoyo temporal. Cada recomendación debe incluir una explicación breve y una alerta de confianza: alta cuando se sustenta en datos recientes y robustos; media cuando depende de un escenario; y baja cuando falta evidencia. Esta interfaz traduce la investigación de operaciones a una capacidad empresarial y permite que la propietaria cuestione la recomendación antes de adoptarla.

La gobernanza incluye una revisión mensual de datos y una revisión trimestral de parámetros. Los modelos no deben recalibrarse automáticamente ante una sola semana atípica. Los cambios por inflación, nuevos productos o equipos se documentan como versiones. Cuando la empresa no pueda mantener el registro, el sistema debe volver a reglas simples, porque una decisión transparente con pocos datos es preferible a una solución sofisticada basada en información desactualizada.

X. IMPLICACIONES, LIMITACIONES Y TRABAJO FUTURO

A. Implicaciones prácticas

La empresa debería priorizar tres acciones de bajo costo: digitalizar un registro semanal único, medir tiempos reales y separar margen de contribución de ingreso. Solo después conviene reevaluar inversiones. La compra de equipos debe condicionarse a una utilización de pico documentada, mientras la contratación temporal puede probarse mediante contratos cortos y una regla de salida basada en demanda atendida y margen incremental.

B. Limitaciones

El estudio se limita a una empresa y a un año documentado. Algunos parámetros provienen de declaraciones y no de medición. La reconstrucción verifica coherencia interna, pero no certifica exactitud de los datos ni optimalidad global. Tampoco evalúa calidad alimentaria, merma, disponibilidad de insumos, impuestos o restricciones legales de contratación.

C. Trabajo futuro

La replicación en otras microempresas permitiría evaluar transferibilidad y estimar qué componentes aportan valor fuera del caso.

XI. CONCLUSIONES

La reconstrucción transforma el manuscrito en un marco de decisión más prudente y auditable. La corrección del coeficiente del cheesecake reproduce S/ 1086,55 en el escenario semanal, pero las holguras muestran que ni horno ni operaria son restricciones vinculantes con los datos publicados. Por ello, se descartan los precios sombra y la justificación automática de un segundo horno.

El modelo binario, resuelto conforme a sus propios coeficientes, selecciona segundo horno, batidoras y personal temporal. Esta solución revela una inconsistencia de diseño: el resultado algebraico no es una recomendación de ingeniería cuando la capacidad adicional no responde a una restricción activa. Los indicadores TIR, VAN, ROI y payback deben mantenerse fuera del artículo hasta reconstruir flujos de caja completos.

La regla de contratación tiene un umbral corregido de 0,3205 y un costo aritmético de S/ 3 140,92 para 17 semanas, pero el calendario no es reproducible sin matrices de transición. La asignación dinámica reporta 332 min y una reducción de 41,1%; no se sostiene, en cambio, la producción de un lote adicional sin una conciliación del tiempo liberado.

La principal contribución es metodológica y práctica: una arquitectura que integra producción, inversión, demanda y asignación, acompañada de controles que impiden confundir resultado matemático con impacto observado. El marco puede apoyar innovación de gestión en microempresas rurales, pero su utilidad económica requiere medición directa, implementación piloto y validación con datos posteriores.

REFERENCIAS

[1] Ministerio de la Producción, Las Mipyme en Cifras 2024, Lima, Perú, 2025. [En línea]. Disponible en el portal institucional de PRODUCE.

[2] OECD, OECD SME and Entrepreneurship Outlook 2023. Paris, France: OECD Publishing, 2023, doi: 10.1787/342b8564-en.
[3] Instituto Nacional de Estadística e Informática, Perú: Estructura Empresarial, 2024. Lima, Perú: INEI, 2025.
[4] Instituto Nacional de Estadística e Informática, Mapa de Pobreza Monetaria Provincial y Distrital 2018. Lima, Perú: INEI, 2020.
[5] Superintendencia de Banca, Seguros y AFP, La educación financiera en los microempresarios peruanos. Lima, Perú: SBS, 2021.
[6] S. Mohd Baki and J. K. Cheng, "A linear programming model for product mix profit maximization in a small medium enterprise company," Int. J. Ind. Manag., vol. 9, pp. 64-73, 2021, doi: 10.15282/ijim.9.0.2021.5956.
[7] G. Tirkeş, N. Çelebi, and C. Güray, "Developing a multi-stage production planning and scheduling model for a small-size food and beverage company," J. Eur. Syst. Autom., vol. 54, no. 2, pp. 273-281, 2021, doi: 10.18280/jesa.540209.
[8] J. A. Cedillo-Robles et al., "A production planning MILP optimization model for a manufacturing company," in Production Research, Commun. Comput. Inf. Sci., 2021, pp. 85-96, doi: 10.1007/978-3-030-76307-7_7.
[9] G. Bayá et al., "Production optimization in a grain facility through mixed-integer linear programming," Appl. Sci., vol. 12, no. 16, art. 8212, 2022, doi: 10.3390/app12168212.
[10] J. E. Gómez-Rocha and E. S. Hernández-Gress, "A stochastic programming model for multi-product aggregate production planning using valid inequalities," Appl. Sci., vol. 12, no. 19, art. 9903, 2022, doi: 10.3390/app12199903.
[11] G. P. Georgiadis, B. Mariño Pampín, D. Adrián Cabo, and M. C. Georgiadis, "Optimal production scheduling of food process industries," Comput. Chem. Eng., vol. 134, art. 106682, 2020, doi: 10.1016/j.compchemeng.2019.106682.
[12] M. E. Samouilidou, G. P. Georgiadis, and M. C. Georgiadis, "Food production scheduling: A thorough comparative study between optimization and rule-based approaches," Processes, vol. 11, no. 7, art. 1950, 2023, doi: 10.3390/pr11071950.
[13] T. Taşkıner and B. Bilgen, "Optimization models for harvest and production planning in agri-food supply chain: A systematic review," Logistics, vol. 5, no. 3, art. 52, 2021, doi: 10.3390/logistics5030052.
[14] V. F. Yu, H.-C. Kao, F.-Y. Chiang, and S.-W. Lin, "Solving aggregate production planning problems: An extended TOPSIS approach," Appl. Sci., vol. 12, no. 14, art. 6945, 2022, doi: 10.3390/app12146945.
[15] M. K. So and S. L. Kek, "Workforce size problem in manufacturing with dynamic programming approach," AIP Conf. Proc., vol. 2266, art. 090005, 2020, doi: 10.1063/5.0018444.
[16] F. Alkaabneh, A. Diabat, and H. O. Gao, "A unified framework for efficient, effective, and fair resource allocation by food banks using an approximate dynamic programming approach," Omega, vol. 100, art. 102300, 2021, doi: 10.1016/j.omega.2020.102300.
[17] S. M. Ross, Introduction to Probability Models, 12th ed. Amsterdam, Netherlands: Academic Press, 2019.
[18] F. S. Hillier and G. J. Lieberman, Introduction to Operations Research, 11th ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2021.
[19] H. A. Taha, Operations Research: An Introduction, 10th ed. Harlow, U.K.: Pearson, 2017.
[20] D. P. Bertsekas, Dynamic Programming and Optimal Control, 4th ed. Belmont, MA, USA: Athena Scientific, 2017.
[21] R. Hernández-Sampieri and C. P. Mendoza, Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta. Ciudad de México, México: McGraw-Hill, 2018.
[22] World Bank, Enterprise Surveys: Peru Country Profile. Washington, DC, USA: World Bank Group, accessed Jul. 2026.