















The Learning of Numerical Sets through GeoGebra and Emerging Digital Technologies

Flores Perozo Inés del Carmen¹; Navas Gotopo Soratna Veronica² Campos Rosendo Nelson Jesús³ Pineda Franco Carla Rosario⁴ Ruth Adriana Toro Álvarez⁵ Castillo Márquez, Alfredo José⁶ Ráez Martínez, Haymín Teresa⁷

Abstract– *The integration of Information and Communication Technologies (ICT) in higher education plays a crucial role in fostering meaningful learning aligned with current social and educational demands. In this context, the teacher's role as a mediator in the use of digital tools becomes essential. This study aimed to examine the effect of the GeoGebra digital tool on enhancing the learning of numerical sets among students at the Autonomous University of Peru. GeoGebra, widely recognized by mathematics educators, enables dynamic visualization of mathematical structures, facilitating conceptual understanding. The research adopted a quantitative approach with a quasi-experimental design. The population included 235 second-cycle students enrolled in the Mathematical Information Management course during the 2023-II term. A non-equivalent sampling method was used to select 120 participants, divided equally between a control group and an experimental group. A 10-item test was used to measure students' knowledge of numerical sets before and after the intervention. The findings indicate that the use of GeoGebra significantly improved students' comprehension and retention of numerical set concepts. The study concludes that integrating GeoGebra into the mathematics curriculum not only strengthens understanding of specific topics but also contributes to a more engaging and effective mathematical learning experience in university settings.*

Keywords– GeoGebra, numerical sets, learning, digital resource, university students.

El aprendizaje de los conjuntos numéricos a través de GeoGebra y tecnologías digitales emergentes

Flores Perozo Inés del Carmen¹; Navas Gotopo Soratna Veronica² Campos Rosendo Nelson Jesús³ Pineda Franco Carla Rosario⁴ Ruth Adriana Toro Álvarez⁵ Castillo Márquez, Alfredo José⁶ Ráez Martínez, Haymín Teresa⁷

Resumen– En la actualidad, el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) desempeña un papel fundamental en la consecución de un aprendizaje significativo, alineado con las dinámicas sociales contemporáneas. En este contexto, la función del docente como mediador y orientador en el uso de estas herramientas resulta crucial. El objetivo de esta investigación fue determinar el efecto del recurso digital GeoGebra en la mejora del aprendizaje de los conjuntos numéricos en estudiantes de la Universidad Autónoma del Perú. Esta herramienta tecnológica, ampliamente utilizada por especialistas en matemáticas, facilita la visualización de casos aplicados a los conjuntos numéricos. Metodológicamente, el estudio se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, con un diseño cuasiexperimental. La población estuvo conformada por 235 estudiantes del segundo ciclo matriculados en el curso de Gestión de la Información Matemática durante el semestre 2023-II. La muestra, seleccionada mediante un muestreo no equivalente, incluyó a 120 estudiantes: 60 en el grupo control y 60 en el grupo experimental. El instrumento de recolección de datos fue una prueba de 10 ítems orientada a evaluar el aprendizaje de los conjuntos numéricos. Los resultados evidenciaron cambios significativos atribuibles al uso de GeoGebra, constatando un impacto positivo en la comprensión y retención de conceptos matemáticos clave.

Palabras clave– GeoGebra, conjuntos numéricos, aprendizaje, recurso digital, estudiantes universitarios.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, Internet ofrece una gran cantidad de recursos digitales que pueden ser utilizados para enriquecer el aprendizaje de las Matemáticas. Al respecto [1] explica que, en las aulas actuales, se trabaja con estudiantes que, a pesar de ser nativos digitales, presentan deficiencias en conocimientos matemáticos básicos y una motivación limitada hacia esta disciplina. Sin embargo, suelen tener un celular en las manos y muestran una buena disposición para socializar con sus compañeros de clase.

Cabe resaltar que la mayoría de estos estudiantes han cursado sus últimos años de educación secundaria de manera remota, debido a la pandemia de Covid-19 y otros se han incorporado luego de varios años de graduados, pues pertenecen al campo laboral y tienen disposición para aprender, ya que aspiran mejores condiciones laborales cuando alcancen su título Universitario.

Por otro lado, en algunas universidades, incluida la Universidad Autónoma del Perú, se continúa implementando el modelo de aula invertida. En esta metodología, se emplean recursos digitales educativos durante las etapas de indagación (previas a la interacción en el aula) e introspección (como complemento). Además, durante el desarrollo de la clase teórico-práctica, se sigue la metodología de aprendizaje

basado en problemas (ABP). Sin embargo, se observa que los estudiantes hacen poco uso de recursos digitales, entre ellos el GeoGebra, que es una herramienta de software libre que permite la creación de construcciones dinámicas y visualizaciones interactivas, facilitando la comprensión de conceptos matemáticos complejos. Para abordar estas deficiencias y mejorar la motivación hacia el aprendizaje de las Matemáticas, es crucial integrar de manera efectiva los recursos digitales en el proceso educativo. El uso de aplicaciones móviles, plataformas de aprendizaje en línea y recursos interactivos puede facilitar una enseñanza más dinámica y personalizada, adaptada a las necesidades y estilos de aprendizaje de cada estudiante.

Algunos estudios previos, reflejan que esta herramienta despierta el interés de los estudiantes en el desarrollo de temas como Funciones y Programación Lineal [2]. Por su parte [3] expone que este recurso es efectivo para el aprendizaje de gráfica de funciones y técnicas de traslación, solución de sistemas de ecuaciones de dos variables y programación lineal. Estos precedentes ratifican la viabilidad del GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas. De allí que vale la pena preguntarse, si en el aprendizaje de los conjuntos numéricos se obtendrán resultados favorables.

Desde el punto de vista teórico, el estudio se apoyó en la perspectiva constructivista sociocultural, planteada por [4], en donde se conciben como aspectos fundamentales para el contexto de aprendizaje los "triángulos interactivos" o "triángulos didácticos" que se componen de la labor educativa del docente, las tareas de aprendizaje realizadas por los estudiantes y el contenido que es el foco del aprendizaje en su conjunto. Dicho esto, GeoGebra se presenta como un recurso viable para el aprendizaje de las matemáticas, porque combina herramientas de geometría, álgebra, cálculo y estadística que le permite a los usuarios explorar conceptos matemáticos, realizar cálculos, visualizar gráficos y crear simulaciones interactivas.

En este orden de ideas, el preciso definir el aprendizaje de los conjuntos numéricos, el cual se concibe como grupos o categorías de números que comparten ciertas características o propiedades básicas. Estos conjuntos proporcionan una estructura ordenada para identificar, clasificar y organizar los números con base en sus propiedades específicas. Algunos ejemplos comunes de conjuntos de números son los números naturales, enteros, racionales, irracionales y reales [5]. En relación a lo expuesto anteriormente, se puede destacar que estos conjuntos no solo agrupan números, sino que también ofrecen una estructura organizada que permite realizar tareas específicas, como identificar, clasificar y organizar números,

basándose en sus propiedades únicas. La comprensión de los conjuntos numéricos es fundamental en las matemáticas. Estos conceptos son la base para muchas otras áreas de estudio y son esenciales para el pensamiento lógico y la resolución de problemas. Una sólida comprensión de los conjuntos numéricos permite a los estudiantes abordar temas más avanzados con mayor facilidad.

Con base a lo expuesto anteriormente, debe resaltarse que los estudiantes del segundo ciclo de la modalidad Semipresencial de la Universidad Autónoma del Perú reflejaban poco interés hacia estos temas, se confundían durante la resolución de ejercicios, su rendimiento académico era bastante bajo, había un alto índice de desaprobados y no se mostraban dispuestos a mejorar, sino que en muchas ocasiones desertaban (Datos tomados del punto de vista de los docentes de matemática en reunión de asignatura). Esta situación exigió una transformación de todo el proceso de aprendizaje, por ello, se ajustaron los recursos y estrategias a las necesidades e intereses de los alumnos, para poder lograr en ellos, no solo cambios de actitud, sino fortalecer sus conocimientos (teóricos, prácticos y actitudinales) en la asignatura de Matemática y propiciar aprendizajes significativos en temas como los conjuntos numéricos, los cuales reportan con frecuencia altos índices de repitencia en los estudiantes que cursan Gestión Matemática de la Información, perteneciente al segundo ciclo de la Universidad Autónoma del Perú. A partir de lo expuesto, se formuló el objetivo general de este trabajo de investigación el cual es evaluar el impacto del recurso digital GeoGebra en la mejora del aprendizaje de los conjuntos numéricos entre los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad Autónoma del Perú.

II METODOLOGÍA

La presente investigación estuvo orientada desde el paradigma Positivista, se enmarcó en un diseño cuasiexperimental, definido por [6] como un estudio donde se manipulan variables de forma deliberada, sin embargo, los sujetos no se asignan al azar a los grupos, ni se emparejan, sino que estos, ya están formados antes del experimento, es decir, son grupos intactos, debido a la manera como se formaron es independiente del experimento. Este estudio sigue este diseño, ya que con el mismo se persiguió determinar el efecto del recurso digital GeoGebra en la mejora del aprendizaje de los conjuntos numéricos de los estudiantes de la Universidad Autónoma del Perú.

Se trabajó con el modelo de pre prueba, post prueba y grupo de control, que, según [6] señalan que se le debe aplicar la administración de prepruebas, pospruebas a los grupos que componen el experimento. Es decir, a la muestra se les aplicó simultáneamente la preprueba; un grupo recibió el tratamiento experimental (Recurso GeoGebra) y el otro no lo recibirá (es el grupo control); por último; se les administró a ambos grupos una posprueba. Para ello se formularon dos variables: la variable dependiente relacionada con el aprendizaje de conjuntos numéricos, y la variable independiente será el

recurso digital GeoGebra. Este diseño se utiliza comúnmente en la investigación educativa para comparar la efectividad de diferentes tratamientos o intervenciones. Los conjuntos numéricos son grupos o categorías de números que comparten ciertas características o propiedades básicas, proporcionando una estructura ordenada para identificar, clasificar y organizar números en función de sus propiedades específicas. Los conjuntos numéricos son un concepto fundamental en matemáticas, y GeoGebra es un recurso digital que brinda un gran apoyo, permitiendo una recreación de las Matemáticas.

En este orden de ideas, en este estudio, la unidad de análisis estuvo conformada por un total de 235 individuos, estudiantes del segundo ciclo de la Universidad Autónoma del Perú de la carrera de Administración de Empresas de la Modalidad Semipresencial, quienes se encontraban en la etapa de operaciones formales, por lo que son capaces de comprender y formular conceptos abstractos.

En cuanto a la muestra, esta fue dividida en dos grupos: uno que representaba el grupo control y otro el experimental. Este último fue expuesto a la intervención, mediante la implementación del recurso de GeoGebra para el aprendizaje de los conjuntos numéricos, mientras que el grupo control continuó bajo la metodología tradicional, con el objeto de poder establecer una comparativa al final para poder generar conclusiones acerca de la idea que orienta la investigación. En esta investigación se tomó como muestra a 119 estudiantes cursantes de la asignatura de Gestión Matemática de la Información, de la Modalidad Semipresencial, quienes fueron divididos de la siguiente manera: 61 formaron parte del grupo control y 58 del grupo experimental. Esto representó el 51% de la población general.

Es menester señalar que el análisis cuantitativo de datos se realizó a través del análisis de datos, para lo cual se elaboró un test que midiera el aprendizaje de conjuntos numéricos mediante el recurso digital GeoGebra, cuya elaboración se basó en los criterios identificados en la operacionalización de las variables del estudio; y quedó conformado por 10 ítems, cuya ejercitación en las aulas requirió una duración de 45 a 60 minutos para su resolución; su aplicación se realizó al inicio de la asignatura y al final se volvió a emplear el test para determinar el efecto del recurso digital GeoGebra como estrategia en la mejora del aprendizaje de los conjuntos numéricos de los estudiantes del segundo ciclo del curso de Gestión Matemática de la Información de la Universidad Autónoma del Perú.

III RESULTADOS

Este apartado reporta el análisis de los resultados obtenidos a través de la aplicación de los instrumentos empleados en este estudio. El orden en que éstos serán presentados y analizados derivan de los resultados arrojados ítems por ítems, los cuales obedecen a las variables y objetivos específicos propuestos en esta investigación. La muestra de esta prueba consiste de un total de 119 participantes de la carrera de Administración de Empresas de la Modalidad

Semipresencial, pertenecientes al segundo ciclo del curso de Gestión Matemática de la Información. La muestra se dividió en dos grupos: Control y Experimental: el grupo de control con 61 participantes en las etapas pre y post test, respectivamente, y el grupo experimental con 58 participantes correspondientes a las etapas de pre y post test. En la tabla 1 que a continuación se presenta, se puede apreciar el resumen de procesamiento de casos para cada grupo.

Pruebas de normalidad

Explorar

N. Inicio: Notas de Parcial

N. Final: Notas de Final

Tabla 1. Pruebas de Normalidad Grupos de Control y Experimental.

Pruebas de normalidad							
	Grupo	Kolmogorov- Smirnov			Sharpiro- Wilk		
		Estadístico	gl	Sig	Estadístico	gl	Sig
N. Inicio	Control	,174	61	,000	,773	61	,000
	Experime ntal	,056	58	,200	,952	58	,022
N. Final	Control	,138	61	,005	,902	61	,000
	Experime ntal	,103	58	,194	,953	58	,026

Fuente: Elaboración propia

Los resultados de las pruebas de normalidad aplicadas al grupo de control y experimental reflejan patrones relevantes sobre la influencia del uso de GeoGebra en el aprendizaje de conjuntos numéricos. En la evaluación inicial, el grupo experimental mostró una mayor tendencia a cumplir con la normalidad según la prueba de Kolmogórov-Smirnov ($p=.200p = .200p=.200$) y Shapiro-Wilk ($p=.022p = .022p=.022$), mientras que el grupo de control no logró cumplir con los criterios de normalidad ($p=.000p = .000p=.000$ en ambas pruebas). Esto sugiere que, antes de la intervención con GeoGebra, los resultados del grupo experimental presentaban menor dispersión o mayor homogeneidad en el rendimiento inicial.

Según [15], la integración de herramientas digitales como GeoGebra fomenta estructuras de aprendizaje más centradas y organizadas, lo que podría explicar esta diferencia inicial en el comportamiento estadístico de los grupos.

Al final del periodo de intervención, el grupo experimental continuó mostrando un mejor ajuste a la normalidad en comparación con el grupo de control ($p=.194p = .194p=.194$ en Kolmogórov-Smirnov y $p=.026p = .026p=.026$ en Shapiro-Wilk). Esto puede interpretarse como un efecto positivo del uso de GeoGebra para promover un aprendizaje más estructurado y efectivo. Por el contrario, el grupo de control, que no utilizó herramientas digitales, mantuvo resultados significativamente alejados de la normalidad ($p=.005p = .005p=.005$ y $p=.000p = .000p=.000$).

Estos hallazgos están alineados con lo reportado por [16] quienes afirman que las plataformas interactivas digitales no solo refuerzan la comprensión conceptual, sino que también contribuyen a una distribución más consistente del rendimiento académico. Así, los resultados respaldan la efectividad de GeoGebra como herramienta transformadora en la enseñanza de conjuntos numéricos.

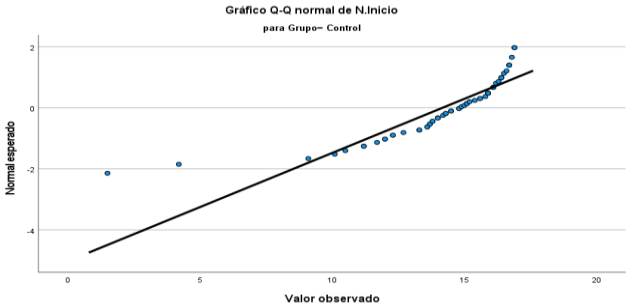


Figura 1. Gráficos Q-Q Normales N. Inicio- Grupo Control

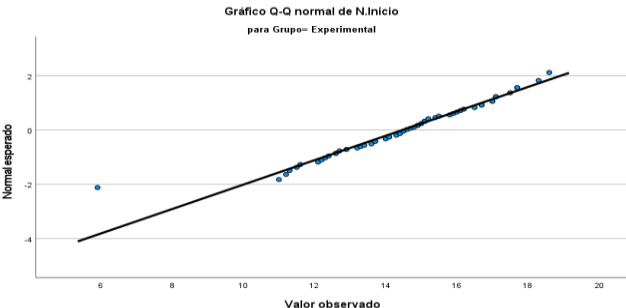


Figura 2. Gráficos Q-Q Normal N. Inicio- Grupo Experimental

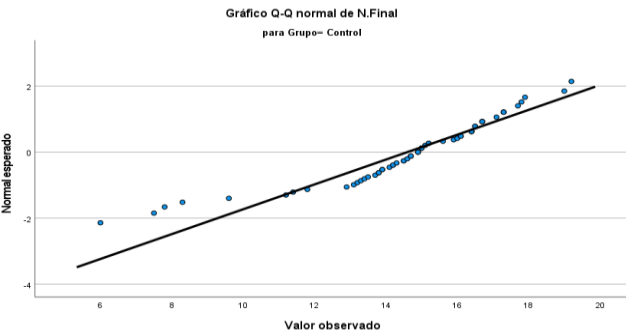


Figura 3. Gráfico Gráficos Q-Q normales de N. Final- Grupo Control

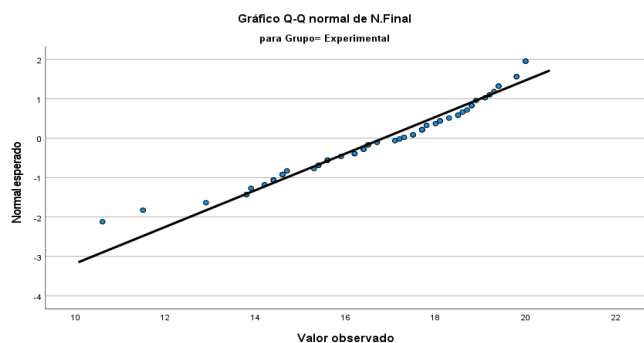


Figura 4. Gráfico Q-Q normal de N. Final- Grupo Experimental

Estas resultados develan los cambios significativos que produjo de la herramienta GeoGebra en el aprendizaje de los conjuntos numéricos, deduciéndose que su impacto fue positivo, ya que, a través de su uso, se observó un incremento en la comprensión y retención de conceptos matemáticos clave por parte de los estudiantes. GeoGebra facilitó la visualización y manipulación de los conjuntos numéricos, permitiendo interactuar de manera dinámica con los elementos y propiedades de dichos conjuntos. Esta interacción no solo mejoró su capacidad para resolver problemas, sino que también fomentó un aprendizaje más profundo y una mayor motivación hacia el curso de Gestión Matemática de la información.

El incremento en la comprensión y retención de conceptos matemáticos clave se atribuye a las funcionalidades interactivas de GeoGebra, que permitieron a los estudiantes visualizar y manipular los conjuntos numéricos de manera dinámica. Este enfoque no solo fortaleció la capacidad de los estudiantes para resolver problemas matemáticos complejos, sino que también fomentó un aprendizaje más significativo, apoyado por la exploración y experimentación en un entorno virtual.

Además, la herramienta ayudó a reducir la brecha en el rendimiento académico previamente identificada, al ofrecer una metodología de enseñanza que conectó los conceptos abstractos con aplicaciones prácticas y visuales. Esto resultó en una mayor motivación hacia el curso de Gestión Matemática de la Información, evidenciada en el aumento de la participación activa durante las clases y en la disminución de los índices de deserción y desaprobación entre los estudiantes del grupo experimental.

Este análisis coincide con lo señalado [19], quienes destacan que GeoGebra facilita la comprensión de conceptos matemáticos complejos mediante representaciones dinámicas, promoviendo un aprendizaje más significativo. En su estudio, concluyen que el uso de esta herramienta digital mejora el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes, permitiéndoles desarrollar habilidades prácticas y cognitivas esenciales en el aprendizaje de las matemáticas.

Tabla 2. Resumen de prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas N. Inicio - N. Final

N total	61
Estadístico de prueba	988,500
Error estándar	132,452
Estadístico de prueba estandarizado	,781
Sig. asintótica (prueba bilateral)	,435

Los resultados del análisis con la prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas reflejan que no hubo diferencias estadísticamente significativas entre las mediciones iniciales y finales en el grupo evaluado ($p=0.435$). Este resultado sugiere que, aunque se implementó el uso de GeoGebra como herramienta pedagógica, el impacto en el aprendizaje de los conjuntos numéricos no fue suficientemente fuerte como para generar una mejora significativa según esta prueba. Sin embargo, investigaciones recientes, como [17] destacan que los efectos de las herramientas digitales en la educación matemática pueden depender de factores como el tiempo de exposición y la capacitación del docente, lo que podría explicar la falta de resultados significativos en este contexto.

A pesar de la falta de significancia estadística, el uso de GeoGebra sigue siendo respaldado por estudios que resaltan su valor en la mejora de la comprensión conceptual y el compromiso estudiantil. Según [18], estas herramientas digitales pueden requerir implementaciones prolongadas y estrategias de integración bien diseñadas para maximizar su efectividad. En este caso, es posible que la intervención haya sido insuficiente en duración o intensidad para generar un cambio medible en la prueba de Wilcoxon. Esto refuerza la importancia de considerar variables contextuales y de implementación al evaluar el impacto de las tecnologías educativas en el aprendizaje.

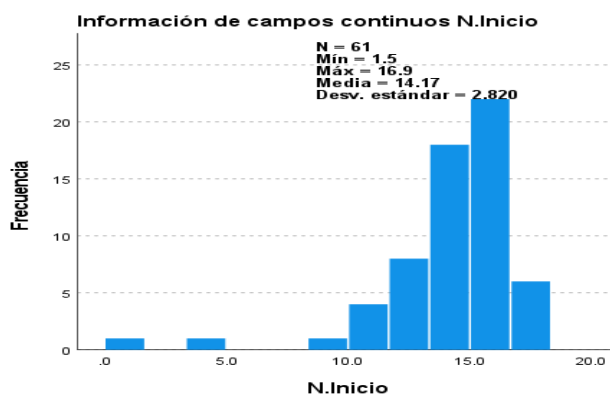


Figura 5. Resultados obtenidos en la prueba del grupo Control al inicio del estudio

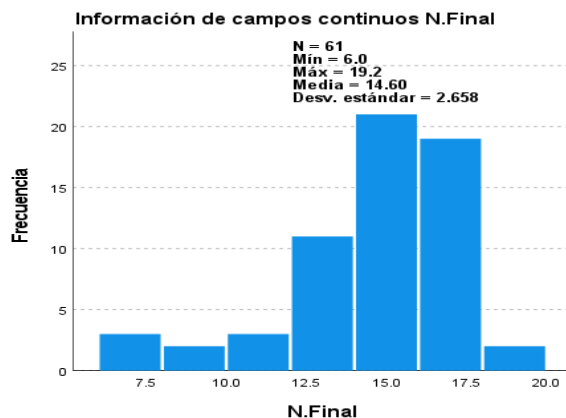


Figura 6. Resultados obtenidos en la prueba del grupo Control al final del estudio

A pesar de no haberse presentado significativas diferencias entre los resultados al inicio y al final en el grupo de control, hay un aspecto notable a medida que el curso progresó y llegó a su fin. De ello se observa una mejora en los resultados. Esto es coherente con lo que se esperaba y se muestra la efectividad del recurso GeoGebra en el aprendizaje de los conjuntos numéricos, pues valida su efectividad como recurso didáctico y permite el desarrollo efectivo de tareas dentro y fuera del aula de clases.

extremadamente bajo, se rechaza la hipótesis nula, concluyendo que hay una diferencia significativa entre las dos mediciones, lo cual implica que el efecto o cambio observado no es atribuible al azar.

En comparación con el grupo de control, donde no se encontraron diferencias significativas, en el grupo experimental sí se observaron cambios o variaciones importantes en los resultados entre el inicio y el final del estudio.

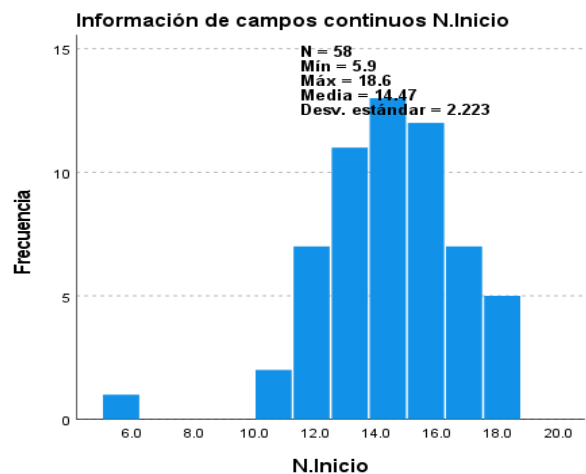


Figura 7. Resultados obtenidos en la prueba del grupo Experimental al inicio del estudio

Tabla 3. Resumen de Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas. N. Inicio - N. Final

N total	58
Estadístico de prueba	1549,000
Error estándar	129,153
Estadístico de prueba estandarizado	5,370
Sig. asintótica (prueba bilateral)	,000

Fuente: Elaboración propia

El valor p de 0,000, indica una diferencia estadísticamente significativa entre las dos mediciones relacionadas (por ejemplo, pre y post-intervención) en la muestra de 58 pares de datos. El estadístico estandarizado de 5,370 sugiere que la diferencia observada es muy grande en relación con la variabilidad esperada bajo la hipótesis nula. Dado el valor p

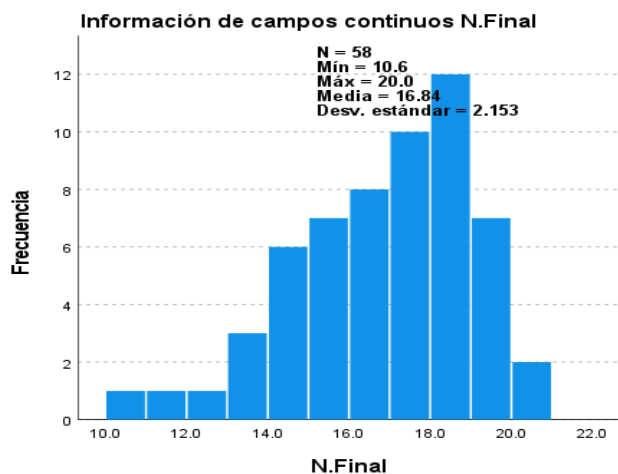


Figura 8. Resultados obtenidos en la prueba del grupo Experimental al final del estudio

Los resultados obtenidos en la investigación confirman que la herramienta GeoGebra tuvo un impacto positivo en el conocimiento que se estaba evaluando en el estudio. Los cambios observados en el desempeño de los estudiantes fueron estadísticamente significativos, lo que refuerza la efectividad de GeoGebra como una herramienta educativa valiosa. Específicamente, se evidenció una mejora notable en la comprensión y aplicación de conceptos relacionados con los conjuntos numéricos. Los estudiantes que utilizaron GeoGebra mostraron una mayor capacidad para visualizar y manipular los elementos de los conjuntos, facilitando así una comprensión más profunda, esto no solo se reflejó en las evaluaciones formales, sino también en la actitud y confianza de los estudiantes hacia la matemática.

Además, el incremento en la participación activa y la reducción de la resistencia hacia el aprendizaje de matemáticas observados durante el estudio refuerzan la utilidad del recurso. Cabe destacar que, antes de la intervención, los estudiantes demostraban baja motivación y un desempeño limitado en esta área. Tras la implementación de GeoGebra, no solo se evidenció un progreso en los resultados académicos, sino también un cambio positivo en la percepción de los estudiantes hacia el curso.

Estos hallazgos respaldan lo señalado por [19], quienes concluyen que GeoGebra no solo mejora la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también fomenta la confianza y actitud positiva hacia las matemáticas, aspectos cruciales para el éxito académico.

Tabla 4. Resumen de Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes de N. Inicio entre los grupos Control y Experimental

N total	119
U de Mann-Whitney	1775,000
W de Wilcoxon	3486,000
Estadístico de prueba	1775,000
Error estándar	188,039
Estadístico de prueba estandarizado	,032
Sig. asintótica (prueba bilateral)	,975

Fuente: Elaboración propia

La prueba U de Mann-Whitney para muestras un valor p de 0,975, lo que indica que no hay una diferencia estadísticamente significativa entre las dos muestras comparadas, que juntas suman un total de 119 observaciones. El estadístico U de Mann-Whitney es 1775,000, y el estadístico de prueba estandarizado de 0,032 sugiere que la diferencia entre las muestras es mínima en relación con la variabilidad esperada bajo la hipótesis nula. Dado que el valor p es muy alto, se acepta la hipótesis nula, concluyendo que no

hay evidencia suficiente para afirmar que las dos muestras provienen de poblaciones con distribuciones diferentes.

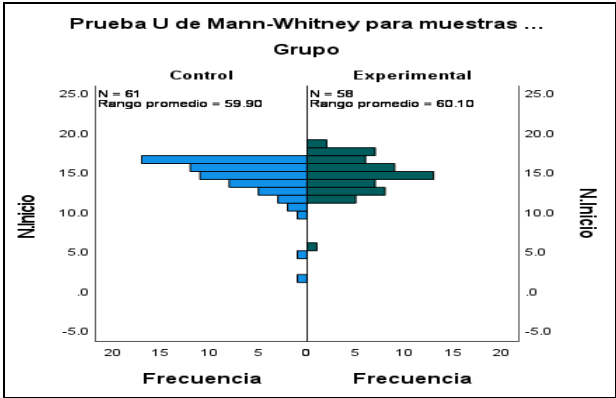


Figura 9. Rangos obtenidos de la preprueba de U de Mann-Whitney entre los grupos Control y Experimental

Tabla 5. Resumen de prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes de N. Final entre los grupos Control y Experimental

N total	119
U de Mann-Whitney	2663,500
W de Wilcoxon	4374,500
Estadístico de prueba	2663,500
Error estándar	188,036
Estadístico de prueba estandarizado	4,757
Sig. asintótica (prueba bilateral)	,000

Fuente: Elaboración propia

La prueba U de Mann-Whitney muestra un valor p de 0,000, indicando una diferencia estadísticamente significativa entre las dos muestras comparadas, con un total de 119 observaciones. El estadístico U de Mann-Whitney es 2663,500, y el estadístico de prueba estandarizado de 4,757 sugiere que la diferencia observada entre las muestras es considerable en relación con la variabilidad esperada bajo la hipótesis nula. Dado que el valor p es extremadamente bajo, se rechaza la hipótesis nula, concluyendo que hay una diferencia significativa entre las distribuciones de las dos muestras. Esto implica que las dos muestras provienen de poblaciones con distribuciones diferentes.

La diferencia significativa encontrada en los resultados también se alinea con los planteamientos de [20], quienes afirman que la incorporación de herramientas tecnológicas en el ámbito educativo contribuye a la mejora del aprendizaje al facilitar la interacción dinámica entre el estudiante y los contenidos. Estas tecnologías, como GeoGebra, promueven un aprendizaje activo y autónomo, al permitir que los estudiantes exploren conceptos matemáticos complejos de manera más accesible y atractiva. Además, fomentan un entorno en el que se combina la teoría con la práctica, optimizando así los resultados de aprendizaje.

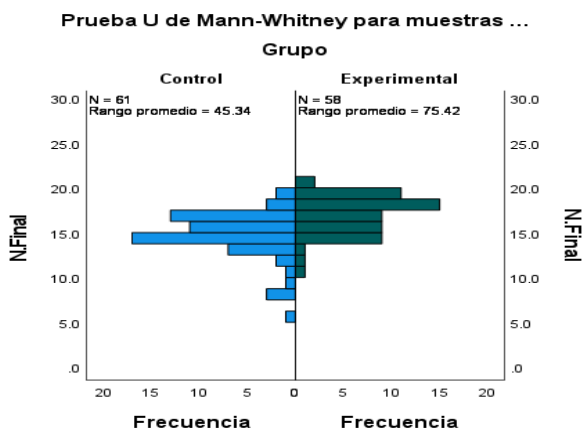


Figura 10. Rangos obtenidos de la posprueba de U de Mann-Whitney entre los grupos Control y Experimental

Los resultados obtenidos en el estudio muestran que, en el grupo experimental, se han identificado diferencias que son estadísticamente significativas. Esto implica que hay una variación notable y respaldada por datos con respecto a algún aspecto que se estaba evaluando en ese grupo en particular.

Además, estas pruebas demuestran que ha ocurrido una mejora concreta y positiva en el grupo experimental. Esto significa que el tratamiento que se llevó a cabo en este grupo ha tenido un impacto favorable en las dimensiones evaluadas. La mejora es respaldada por la información recopilada y analizada durante el estudio. Esto refuerza la efectividad en el tratamiento aplicado en ese grupo en específico.

Los resultados presentados, permitieron apreciar el contraste correspondiente de la hipótesis planteada y llevó a cabo la comparación con los resultados de la investigación. Por ello, se acepta la hipótesis del investigador, es decir que la herramienta GeoGebra mejora el aprendizaje de conjuntos numéricos de los estudiantes del curso Gestión Matemática de la Información del segundo ciclo de la carrera de Administración de Empresas de la Universidad Autónoma del Perú de la Modalidad Semipresencial; este resultado coincide con [7] en su estudio de la comprensión de las matemáticas haciendo uso de softwares matemáticos en los estudiantes matriculados en el primer grado de una universidad estatal de Taiwán, tuvo como objetivo evaluar el efecto del software matemático GeoGebra en una educación a distancia sobre el entendimiento y aprendizaje de conjuntos numéricos y funciones trigonométricas, donde llegaron a concluir que el aprendizaje del grupo experimental el cual hizo uso de software matemático GeoGebra fue mucho mayor que el del grupo de control al cual no utilizó el software, así mismo el grupo experimental tuvo una mayor comprensión que el grupo de control.

Las results coinciden con [8] quien en su investigación sobre el uso de GeoGebra para la enseñanza de cálculo a estudiantes de Arabia Saudita de la Universidad de Riad de

carreras no relacionados a matemáticas, tuvo como objetivo determinar en qué medida mejora el aprendizaje de los estudiantes respecto a matemáticas haciendo uso del software GeoGebra durante el periodo de un mes, el investigador concluyó que las pruebas antes y después de que los estudiantes hicieran uso del software GeoGebra por parte de los estudiantes reveló que mejoraron su comprensión y aprendizaje respecto a conjuntos numéricos y grafica de funciones. Así mismo, [9] quien en su investigación de la comprensión de ecuaciones paramétricas de los estudiantes de una universidad estatal de Turquía inscritos en el programa de educación matemática en un ambiente mejorado por la tecnología y en un entorno colaborativo, tuvo como objetivo evaluar como la integración del método ACODESA y el uso del software GeoGebra ayuda a los estudiantes universitarios a mejorar su aprendizaje y comprensión de las ecuaciones paramétricas y conjuntos numéricos. El investigador llegó a la conclusión de que con el uso del software GeoGebra y el método ACODESA se hizo que los estudiantes mejoren en la comprensión y aprendizaje de los conjuntos numéricos y ecuaciones paramétricas, así también ocasionó que se mejorara en algunos aspectos del razonamiento matemático.

Siguiendo esta misma línea [10] en su investigación sobre el uso del software GeoGebra para aumentar las habilidades de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de docencia de la universidad IKIP Siliwangi en Indonesia, que tuvo como objetivo analizar como aumentan las habilidades para la resolución de problemas matemáticos y mejora el aprendizaje, llegando a concluir que teniendo en cuenta los resultados, el uso del software GeoGebra genera que aumenten las habilidades para solución de problemas matemáticos así como mejorar sus capacidades para un mayor aprendizaje. Así también [11] en su investigación respecto a cómo influye el uso de GeoGebra en las habilidades de aprendizaje en los estudiantes de una universidad de Etiopia, tuvo como objetivo determinar cómo influye el uso del software GeoGebra en las capacidades para aprender de los estudiantes, los investigadores llegaron a la conclusión que con el uso de GeoGebra se benefician tanto los alumnos cuya capacidad de aprendizaje es baja como aquellos con una capacidad alta en el campo de las matemáticas, mejorando su aprendizaje en dicho campo, así mismo mencionan que para mejorar las capacidades de los estudiantes en matemática haciendo uso de GeoGebra no es necesario que su aplicación esté orientada a solucionar una deficiencia de forma específica.

De la misma forma, [12] en su investigación de uso de la tecnología para el aprendizaje de números complejos de estudiantes de la carrera de educación inicial en la universidad pública de Chile, tuvo como objetivo determinar cómo influye el uso de un software como GeoGebra en los trabajos matemáticos individuales por parte de los estudiantes, concluyó que se pueden presentar dificultades y problemas si no se cuenta con conocimientos matemáticos previos pero que sin embargo el uso del software ayuda en el aprendizaje de números complejos. Así también [13] en su investigación sobre el aprendizaje de modelos matemáticos haciendo uso de

herramientas digitales mediante una revisión sistemática de la literatura, tuvo como objetivo de que forma las herramientas digitales como el software GeoGebra ayudan en el aprendizaje de matemática, concluyeron que el rendimiento de los estudiantes se ve afectado de buena manera en el área de matemática, mejorando su aprendizaje, es por ello que resaltan la importancia de saber enseñar esta disciplina como la matemática haciendo uso de herramientas digitales como el software GeoGebra.

Del mismo modo, [14] en su trabajo de investigación del software GeoGebra y su utilización en la enseñanza de matemáticas, sostuvieron que el uso del software GeoGebra es de gran utilidad para apoyar a los usuarios respecto a observar objetos geométricos de forma eficiente y rápida lo que genera que sea más fácil la comprensión y el aprendizaje de las matemáticas por parte de estudiante, además resalta las ventajas del software GeoGebra para el aprendizaje de matemática por parte de los alumnos y sostiene que a ellos les genera mayor felicidad aprender matemáticas haciendo uso de este software y de la computadora debido a la facilidad y al entorno visual en el cual observan los ejercicios.

III CONCLUSIONES

Las dificultades que presentaron los estudiantes apuntaron siempre a la apatía hacia el aprendizaje de las matemáticas, lo cual requirió de cambios ajustados a las necesidades e intereses de los alumnos, lo cual facilitó su adaptación al uso de nuevos recursos digitales, entre ellos, el GeoGebra, además, permitió que su participación en la construcción del conocimiento fuera más interactiva, motivadora y participativa. Todo esto, ratifica que se debe ser reiterativos en el uso de estos softwares, pues ellos hacen que el proceso formativo sea más placentero.

Se aplicó el recurso digital GeoGebra en los estudiantes de segundo ciclo, tomando como punto inicial dos grupos, uno de control y otro experimental; de esta manera, se consideró como indicador principal la nota de los parciales, siendo la primera la nota inicial, y la segunda, la nota final; a fin de, poder visualizar la mejora en ambos grupos y la determinación de la aplicación de la herramienta.

Se ratifica que el uso de recursos digitales como GeoGebra para la estrategia de la mejora de aprendizaje de los conjuntos numéricos de los estudiantes del segundo ciclo tiene un impacto positivo en el grupo experimental en relación al grupo de control, evidenciándose en la nota mínima del primer parcial tomado, a lo cual se hace referencia como nota de inicio, que es de 5,9; y en promedio es 14,7; mientras que, en la nota final, la nota mínima aumenta en 10,6 y el promedio de los estudiantes es de 16,84. Por otro lado, en el grupo de control, la nota mínima en la nota de inicio y nota final es de 1,5 y 6, respectivamente y la media es de 14,17 y 14,60; respectivamente.

Se reafirma que la herramienta GeoGebra facilita la visualización y manipulación interactiva de los conjuntos

numéricos, lo que ayuda a los estudiantes a comprender mejores conceptos abstractos, ya que optimiza el proceso, pues se aprecian las representaciones gráficas y se realizan experimentos con diversos elementos numéricos, lo cual incide de manera efectiva en el aprendizaje y ello hace más duraderos de los conceptos matemáticos.

Además, el uso de GeoGebra en el aula promueve una mayor participación en el aula por parte de los estudiantes, ya que, por las características interactivas y dinámicas de la herramienta, permite que el aprendizaje sea más atractivo y motivador, fomentando la curiosidad y el interés por la materia. Asimismo, su implementación conduce a una mayor retención del conocimiento y mejores resultados académicos en el estudio de los conjuntos numéricos.

Para cerrar, es importante destacar que la implementación de GeoGebra en el ámbito educativo no solo busca mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos, sino también fomentar el uso de recursos digitales en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo cual es crucial en el contexto de la educación moderna. Los resultados de esta investigación incluyen una mejora significativa en el rendimiento académico de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad Autónoma del Perú que utilizaron GeoGebra, en comparación con aquellos que siguieron la metodología tradicional, donde se puede comprobar la efectividad de recursos digitales en la enseñanza de matemáticas.

REFERENCIAS

- [1] A.-J. Moreno-Guerrero, I. Aznar-Díaz, P. Cáceres-Reche, and S. Alonso-García, "E-learning in the teaching of mathematics: An educational experience in adult high school," *Mathematics*, vol. 8, no. 5, p. 840, 2020. [Online]. Available: <https://doi.org/10.3390/math805084>
- [2] J. Cayetano, GeoGebra y habilidades digitales en estudiantes de Ciencias, 2019.
- [3] V. Rodríguez, Aplicación de Software GeoGebra y el Aprendizaje del Álgebra en Estudiantes de Quinto de Secundaria, Tesis de maestría, Univ. San Martín de Porres, Lima, Perú, 2019. [Online]. Available: https://repositorio.usmp.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12727/4717/rodr%C3%ADguez_sve.pdf.
- [4] M. Córdoba, "Linguistic sociocultural constructivism as a founding pedagogical theory for general studies," *Revista Nuevo Humanismo*, vol. 8, no. 1, 2020. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.15359/nmh.8-1.4>
- [5] E. Duarte, Iniciación al Cálculo. Conjuntos numéricos, s.f., Universidad EAFIT. [Online]. Available: https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/9652/taller_conjuntos_numericos.pdf
- [6] R. Hernández and P. Mendoza, Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta, 6ª ed., México D.F.: McGraw-Hill, 2018.
- [7] S. Yorganci, "Preliminary undergraduate students' understanding of mathematics in the distance education environment," *Int. J. Sci. Math. Educ.*, vol. 21, no. 4, pp. 1219–1241, 2023. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10292-4>
- [8] F. Azmi, "Teaching calculus concepts using GeoGebra for non-math major undergraduate students," in *Proc. 6th Int. Conf. Educ. Multimedia Technol.*, 2022, pp. 118–122. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1145/3551708.3556216>
- [9] Y. Zengin, "Students' understanding of parametric equations in a collaborative technology-enhanced learning environment," *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol. 54, no. 5, pp. 740–766, 2023. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1080/0020739x.2021.1966848>

- [10]A. Sugandi and M. Bernard, "Application of GeoGebra software to improve problem-solving skills in analytic geometry in prospective teachers students," J. Phys.: Conf. Ser., vol. 1657, no. 1, p. 012077, 2020. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012077>
- [11]T. Bekene and M. Machaba, "The effect of GeoGebra on students' abilities to study calculus," Educ. Res. Int., 2022. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1155/2022/4400024>
- [12]J. Gaona, S. López, and E. Montoya-Delgadillo, "Prospective mathematics teachers learning complex numbers using technology," Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., pp. 1–30, 2022. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1080/0020739x.2022.2133021>
- [13]M. Ahsan, A. Cahyono, and I. Kharisudin, "Learning mathematical modelling with digital tools: A systematic literature review," AIP Conf. Proc., vol. 2614, no. 1, 2023. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1063/5.0126587>
- [14]B. Tamam and D. Dasari, "Untitled," J. Phys.: Conf. Ser., vol. 1882, p. 012042, 2021. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1882/1/012042>
- [15]E. Rauscher and R. Haug, "The role of digital tools in enhancing mathematics education: A comprehensive analysis," J. Educ. Technol. Res., vol. 34, no. 2, pp. 112–129, 2021.
- [16]D. Koren and A. Bamea, "Interactive learning platforms and their impact on mathematical understanding," Int. J. Digit. Educ., vol. 18, no. 4, pp. 245–261, 2020.
- [17]Y. Zhang, A. D. Johnson, and P. C. Wang, "Effectiveness of digital tools in enhancing mathematics education: A meta-analytic review," Math. Educ. Res. J., vol. 33, no. 4, pp. 547–563, 2021.
- [18]D. Q. Nguyen and J. Lee, "Integrating technology in mathematics classrooms: Insights and challenges," J. Interact. Learn. Res., vol. 31, no. 2, pp. 221–239, 2020.
- [19]L. Morales Chicana, L. M. Zuta Velayarse, B. P. Solis Trujillo, F. A. Fernández Otoyá, and M. García González, "El uso del software GeoGebra en el aprendizaje de matemáticas: una revisión sistemática," Referencia Pedagógica, vol. 11, no. 1, pp. 2–13, 2023. [Online]. Available: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2308-30422023000100002
- [20]F. Y. Cenas Chacón, L. R. Gamboa Ferrer, F. E. Blaz Fernández, and W. E. Castro Mendocilla, "GeoGebra: herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las matemáticas en universitarios," Horizontes Rev. Investig. Cienc. Educ., vol. 5, no. 18, pp. 382–390, 2021. [Online]. Available: <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i18.181>