

# Markov Chains and Their Impact on the Analysis and Forecasting of Sales for a Bottled Water Company

Quispe-Vásquez Luis Roberto, Doctor en Ciencias<sup>1</sup>; Aguilar-Figueroa Karla, Estudiante Ing. Industrial<sup>2</sup>; Atalaya-Cabrera Katerin, Estudiante Ing. Industrial<sup>3</sup>; Cabrera-Palomino Laura, Estudiante Ing. Industrial<sup>4</sup>; Duran-Cortez Franclin, Estudiante Ing. Industrial<sup>5</sup>; Vásquez-Vega Sharom, Estudiante Ing. Industrial<sup>6</sup>

I-6 Universidad Privada del Norte, Perú, [luis.quispe@upn.edu.pe](mailto:luis.quispe@upn.edu.pe), [n00271243@upn.pe](mailto:n00271243@upn.pe), [n00299202@upn.pe](mailto:n00299202@upn.pe),  
[n00271024@upn.pe](mailto:n00271024@upn.pe), [n00305854@upn.pe](mailto:n00305854@upn.pe), [n00355624@upn.pe](mailto:n00355624@upn.pe).

**Abstract-** *The present investigation was carried out in order to present the application of Markov Chains for sales forecasts in a company specialized in the industrial production of bottled water. To do this, Markov Chains were used to analyze and forecast the sales of its three different products for the next three months. The data reflects sales representatives in the transition matrix states and first-order time series modeling, presenting the one-step transition probability matrix. The experimental results highlight the viability of this method in comparison with classical forecasting approaches, establishing it as a practical and easily applicable option for the company in question.*

**Keywords:** *Markov chains, Forecasting, Transition matrix, Optimization, Modeling.*

# Cadenas de Markov y su impacto en el análisis y pronóstico de ventas de una empresa embotelladora de agua

Markov Chains and Their Impact on the Analysis and Forecasting of Sales for a Bottled Water Company

Quispe-Vásquez Luis Roberto, Doctor en Ciencias - Educación Superior<sup>1</sup>; Aguilar-Figueroa Karla, Estudiante Ing. Industrial<sup>1</sup>; Atalaya-Cabrera Katerin, Estudiante Ing. Industrial<sup>2</sup>; Cabrera-Palomino, Laura, Estudiante Ing. Industrial<sup>3</sup>; Duran-Cortez Franclín, Estudiante Ing. Industrial<sup>4</sup>; Vásquez-Vega Sharom, Estudiante Ing. Industrial<sup>5</sup>  
1-6 Universidad Privada del Norte, Perú, [luisquiva05@gmail.com](mailto:luisquiva05@gmail.com), [n00271243@upn.pe](mailto:n00271243@upn.pe), [n00299202@upn.pe](mailto:n00299202@upn.pe),  
[n00271024@upn.pe](mailto:n00271024@upn.pe), [n00305854@upn.pe](mailto:n00305854@upn.pe), [n00355624@upn.pe](mailto:n00355624@upn.pe).

**Resumen-** La presente investigación fue realizada con el fin de presentar la aplicación de Cadenas de Markov para pronósticos de ventas en una empresa especializada en la producción industrial de agua embotellada. Para ello, se emplearon Cadenas de Markov para analizar y pronosticar las ventas de sus tres productos diferentes para los próximos tres meses. Los datos reflejan las ventas representadas en los estados de la matriz de transición y la modelación de series de tiempo de primer orden, presentando la matriz de probabilidad de transición de un paso. Los resultados experimentales destacan la viabilidad de este método en comparación con enfoques clásicos de pronósticos, estableciéndolo como una opción práctica y de aplicación sencilla para la empresa en cuestión.

**Palabras clave:** Cadenas de Markov, Pronósticos, Matriz de transición, Optimización, Modelación.

**Abstract-** The present investigation was carried out in order to present the application of Markov Chains for sales forecasts in a company specialized in the industrial production of bottled water. To do this, Markov Chains were used to analyze and forecast the sales of its three different products for the next three months. The data reflects sales representatives in the transition matrix states and first-order time series modeling, presenting the one-step transition probability matrix. The experimental results highlight the viability of this method in comparison with classical forecasting approaches, establishing it as a practical and easily applicable option for the company in question.

**Keywords:** Markov chains, Forecasting, Transition matrix, Optimization, Modeling.

## I. INTRODUCCIÓN

El entorno actual se caracteriza por su alto dinamismo y cambio en el que las organizaciones compiten por lograr alto desempeño y ventaja competitiva sustentable sobre sus rivales, para lograrlo utilizan recursos y capacidades e implementan acciones competitivas [1].

Por esta razón, la gestión de pronósticos adquiere una significativa relevancia con el fin de mejorar la precisión de los procedimientos y reducir el riesgo al tomar decisiones importantes en el ámbito empresarial. El sector hídrico juega un papel importante en cualquier país puesto que cumple la función en la provisión de agua potable, el tratamiento de aguas residuales y la gestión de recursos hídricos. Estas empresas desempeñan un papel fundamental en la prestación de servicios esenciales para el país y sus economías. La competitividad en las empresas y las cadenas de Markov (CM) pueden estar relacionadas en el contexto de la gestión empresarial y la toma de decisiones estratégicas.

Las cadenas de Markov son capaces de mostrar la transición de un estado a otro dentro de un número finito de posibles estados [2]. Frente a esto [3] describe a las CM como un método útil en la modelación de procesos estocásticos de evolución probabilística, cuando solo se conoce la situación presente. En ese mismo sentido [4] define a una Cadena de Markov como una serie de eventos, donde la probabilidad de que ocurra un evento depende del evento inmediato anterior. Asimismo, menciona que, en efecto, las cadenas de este tipo tienen memoria, puesto que “recuerdan” el último evento, condicionando las posibilidades de eventos futuros. De la misma forma [5] menciona que es un proceso evolutivo, el cual consiste en un número finito de estados en cual la probabilidad de que ocurra un evento depende solamente del evento inmediatamente anterior con unas probabilidades que están fijas.

Según la revista economía [6] Perú, gracias a su geografía, presenta una gran variedad de recursos hídricos, los cuales facilitan la obtención de agua pura y natural, es por ello que, en los últimos tiempos, tal y como se menciona en

CISEPA [7] el Perú, ha vivido notables avances en el sector industrial, impulsando su crecimiento económico. Uno de los sectores más destacados en este proceso de desarrollo es la industria de bebidas, en específico la industria de agua embotellada. De acuerdo con el SNI [8], en el Perú la producción industrial de agua embotellada ha aumentado significativamente en los últimos 10 años. El SNI destaca que, en el mercado peruano, el agua embotellada, tal como ocurre con otras bebidas, es una industria con una tendencia estacional marcada, esto quiere decir que, las ventas crecen en los últimos meses del año y durante la temporada de verano, por ello la producción es mucho más dinámica en el primer y último trimestre de cada año en el Perú, en donde se concentra casi el 60% de la producción anual. El SNI [9] menciona que entre los años 2012 y 2016 la producción anual de agua embotelladora ha sostenido un importante dinamismo, ya que en el 2012 se elaboraron 588 millones de litros, en el 2016 se logró un total de 985 millones de litros, esto demuestra que la producción creció en una tasa promedio anual de 10,9%. De igual manera el SNI [10] demuestra que la producción total de agua para ser embotellada en el 2010 pasó de 78 millones de litros a 320 millones al 2010, esto representa un crecimiento del 1400%. Estos porcentajes demuestran que el Perú ha experimentado un impresionante crecimiento en la producción de agua embotellada en los últimos años, tal y como se indica en el diario Gestión [11].

La mayor parte de la producción de embotellamiento de agua se destina al consumo final, en su totalidad, al mercado interno. Según datos publicados en la Revista Economía (2022), el Perú consume 1.400 millones de litros de agua embotellada al año, por lo cual se encuentra en pleno crecimiento, de un 2% al año [6]. Es esencial mantener y satisfacer esta demanda interna, ya que tiene un impacto significativo en la rentabilidad de las empresas peruanas. Aunque los peruanos muchas veces prefieren empresas embotelladoras más reconocidas debido a su sabor, y su compromiso con el medio ambiente, ya que es “la más ecológica” [12]. Esta embotelladora suele ser de calidad inferior a comparación de los ya establecidos en Perú, que son de mejor presentación, calidad y son reconocidos, lo que les causa gran ventaja y seguridad en sus ventas. En tal sentido, la empresa embotelladora de agua desconoce la cantidad de ventas que obtiene en 1 mes, por lo que se desea mejorar su análisis y pronóstico de ventas. Según Ref. [13] El análisis de ventas de una empresa es fundamental, porque ayuda a planificar las estrategias comerciales, anticipar el comportamiento del consumidor, optimizar el diálogo con clientes y tomar mejores decisiones para el negocio como realizar inversiones inteligentes. Es por ello por lo que las cadenas de Markov desempeñan un papel crucial en la empresa. Estas cadenas son fundamentales en la previsión de ventas del producto, la planificación de la producción, la

planificación financiera, el control de costos, la gestión de la calidad y otras decisiones estratégicas. La forma en que se determinan y utilizan estas cadenas influirá en el éxito y la competitividad de la empresa en el mercado.

En este contexto, se formula la siguiente interrogante de investigación: ¿De qué forma las cadenas de Markov impactan en el pronóstico y análisis de las ventas de la empresa embotelladora de agua? Se ha considerado como objetivo general: Aplicar las cadenas de Markov para determinar el impacto en el pronóstico y análisis de las ventas de la empresa embotelladora de agua. Y los objetivos específicos: Describir la situación actual de la empresa en cuanto a sus ventas para la aplicación de la propuesta de pronóstico mediante las cadenas de Markov. Además, elaborar y aplicar las cadenas de Markov que permita lograr una estimación precisa de las ventas a corto plazo de la empresa. Y finalmente estimar las probabilidades de ventas de los productos.

## II. METODOLOGÍA

Tipo de estudio: descriptiva y explicativa. De acuerdo con Ross [14], es fundamental emplear tanto enfoques descriptivos como explicativos para lograr una comprensión profunda de los patrones de comportamiento en las cadenas de Markov. Los métodos descriptivos ofrecen una visión detallada de los datos, mientras que los métodos explicativos buscan discernir las razones subyacentes de dichos patrones. La combinación de estos enfoques se utiliza con frecuencia para obtener una comprensión completa del sistema que está siendo modelado.

### Procedimiento:

El enfoque principal es destacar los conceptos esenciales para comprender el modelo probabilístico de las Cadenas de Markov, basándonos en definiciones relevantes sobre este tema. Para lograrlo, nos respaldaremos en una base teórica sólida que fortalecerá la redacción y mejorará la claridad del contenido.

Población: “Es un conjunto de unidades usualmente personas, objetos, transacciones o eventos en los que estamos interesados en estudiar” [15]

Muestra: “Es una porción o parte de la población de interés” [16].

En nuestro estudio, la población es igual a la muestra.

**Teorema de la probabilidad Total:** “Dado un sistema completo de eventos  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , con probabilidades distintas de cero para cada una de ellas, y un suceso  $B$  del cual conocemos las probabilidades condicionales  $P(B/A_i)$ , podemos

calcular la probabilidad de que ocurra el viento B utilizando la siguiente expresión”

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$

**Procesos estocásticos:** Un proceso estocástico es una secuencia de observaciones:  $X_1, X_2, \dots$ . Los valores de estas observaciones no pueden predecirse de manera exacta, sin embargo, es posible especificar las probabilidades asociadas a los diferentes valores posibles en cualquier punto en el tiempo.

- $X_1$ : Representa una variable aleatoria que define el estado inicial del proceso.
- $X_t$ : Se refiere a una variable aleatoria que caracteriza el estado del proceso en el instante del tiempo  $t$ .

Con relación a cada valor potencial del estado inicial ( $i_1$ ) y para cada uno de los valores subsiguientes ( $i_t$ ) de los estados  $X_t$ , donde  $t=2,3, \dots$ ; detallamos:

$$P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_1 = i_1, X_2 = i_2, \dots, X_t = i_t)$$

**Cadenas de Markov:** Una cadena de Markov es un proceso estocástico, caracterizado por las siguientes propiedades:

Dado que el estado actual es  $X_t$  y los estados previos  $X_1, X_2, \dots, X_{t-1}$ , la probabilidad del estado futuro  $X_{t+1}$ :

- No está influenciada por los estados  $X_1, X_2, \dots, X_{t-1}$
- Solo se ve afectada por el estado actual  $X_t$ .

Si consideramos la modelación de una serie de tiempo  $X_t$  como una cadena de Markov de primer orden teniendo  $k$  estados  $E = \{1, 2, \dots, k\}$ , estamos tratando con una cadena de Markov de primer orden en tiempo discreto. Esta cadena de Markov de primer orden satisface la siguiente relación:

$$P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_1 = i_1, X_2 = i_2, \dots, X_t = i_t) = P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t)$$

Donde  $X_t$ , representa el estado de una serie de tiempo en el tiempo  $t$  y  $i_j$  pertenece a  $E$ .

Las probabilidades condicionales ( $P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t)$ ) son también llamadas probabilidades de transición de un paso de las Cadenas de Markov, y pueden expresarse como  $P(X_{t+1} = i | X_t = i_t) \forall i, j \in E$ . La matriz  $P = (P_{ij})_{k \times k}$  es conocida como la matriz de probabilidad de transición de un paso. Es importante observar que los elementos de la matriz  $P$  satisfacen dos propiedades clave:  $0 \leq p_{ij} \leq 1 \forall i, j \in E$  y  $\sum_{i=1}^k p_{ij} = 1 \forall j \in E$ . Luego, procedemos a construir una cadena de Cadena de Markov de primer orden para una serie de tiempo observada, como:  $X_{t+1} = PX_t$ . Este modelo

esta dado mediante:  $X_{m+1} = \sum_{i=1}^n \lambda_i P_i X_{n-1+i}$ ,  $i=m-1, m, \dots$ , utilizando valores iniciales como  $X_0, X_1, \dots, X_{n-1}$ . Los pesos dados por  $\lambda_i$  son números reales no negativos y sujetos a la condición:  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ .

Dada la serie de tiempo, se calcula la frecuencia de transición de los estados en la secuencia temporal  $n = m-i+1$  a los estados en la secuencia temporal  $t = m+1$ , para  $1 \leq i \leq n$ . Después de normalizar los valores, se obtienen estimaciones de las matrices de probabilidad de transición  $\hat{p}_i$ . Es relevante destacar que el vector estacionario del vector  $x$  puede estimarse a partir de la proporción de ocurrencia de cada estado en cada secuencia. La evaluación del rendimiento y la efectividad del modelo de cadena de Markov de orden superior se miden mediante la efectividad de la predicción, que se define como "s" y se describe a continuación:

$$S = \frac{1}{N-n} \times \sum_{t=n+1}^N a_t \times 100\%$$

Donde  $N$  representa la longitud de la secuencia de datos:

$$a_t = \begin{cases} 1, & \hat{x}_t = X_t \\ 0 & \end{cases}$$

### III. RESULTADOS

#### Diagnóstico de la empresa

La data mostrada a continuación proviene de la información histórica recopilada de las ventas realizadas durante los últimos 24 meses de la empresa embotelladora de agua, agrupada por cada producto.

Producto 1: Botella de 625 mL

Producto 2: Botella de 1 L

Producto 3: Botella de 2 L

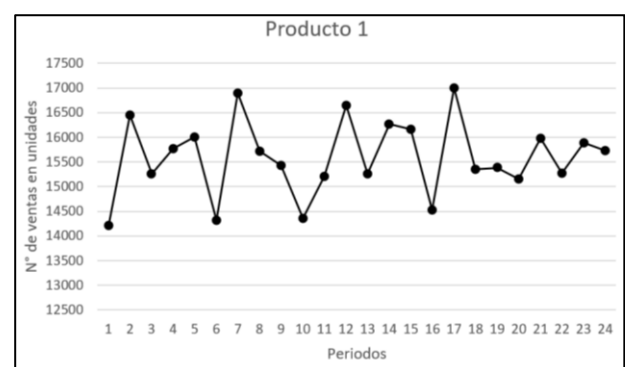


Fig. 1. Serie de tiempo para el Producto 1

En cuando al producto 1, se observa que la menor cantidad de botellas vendidas durante esa serie de periodos fue 14218 y la mayor cantidad fue de 16998,

con un coeficiente de variación de 5%. Este coeficiente se obtuvo al dividir la desviación estándar del número de ventas entre el promedio del número de ventas del producto 1.

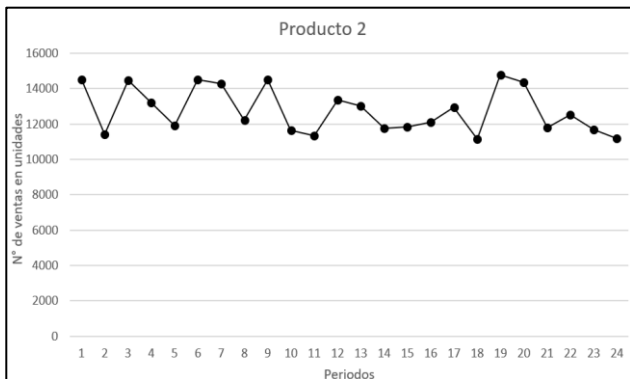


Fig. 2. Serie de tiempo para el Producto 2

Por su parte, en los datos del producto 2, se observa que la menor cantidad de botellas vendidas durante esa serie de periodos fue 11162 y la mayor cantidad fue de 14780, con un coeficiente de variación de 10%.

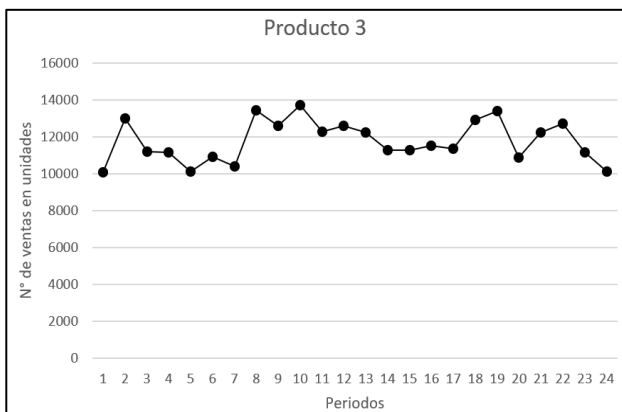


Fig. 3. Serie de tiempo para el Producto 3

Asimismo, al observar los datos del producto 2, se detalla que la menor cantidad de botellas vendidas durante esa serie de periodos fue 10081 y la mayor cantidad fue de 13689, con un coeficiente de variación de 9%.

### Especificación de los datos de interés

Debido a una resolución mucho más práctica se propuso un caso para los 3 productos: estado 1 (ventas bajas), estado 2 (ventas medias) y estado 3 (ventas altas). Al ser definidos estos estados, se ubican en una tabla donde se indica la frecuencia con la se repiten los datos, agrupados en intervalos con un rango definido de acuerdo la diferencia entre el mayor y el menor datos de cada producto. Posteriormente este rango se dividió entre 3, debido a la cantidad de estados definidos para el cálculo de las probabilidades

de cada producto; y el resultado de esto se usó para formar los intervalos. Estos datos se presentan en la tabla 1.

TABLA I

TABLA DE FRECUENCIAS DE DATOS PARA LOS ESTADOS DE CADA PRODUCTO.

	Est.	Intervalo	Media	F
Prd. 1	1	<14218;15145]	14681.5	4
	2	<15145;16071]	15608	14
	3	<16071;16998]	16534.5	6
Prd. 2	1	<11163;12368]	11765.5	12
	2	<12368;13574]	12971	5
	3	<13574;14780]	14177	7
Prd. 3	1	<10081;11283]	10682	11
	2	<11283;12486]	11884.5	5
	3	<12486;13689]	13087.5	8

En base los datos obtenidos en la tabla 1 se procede a calcular las probabilidades de transición que existen entre cada estado, lo cual permite generar las cadenas de Markov de cada uno de los productos.

TABLA II

MATRIZ DE TRANSICIÓN PARA EL PRODUCTO 1

	1	2	3
1	0.17	0.29	0.54
2	0.17	0.58	0.25
3	0.32	0.43	0.25

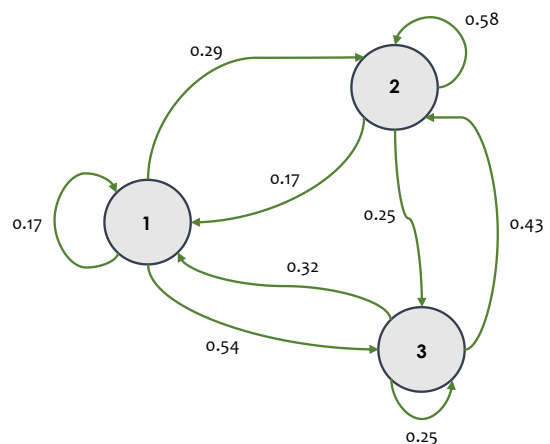


Fig. 4. Diagrama de transición de la cadena del primer orden para el producto 1

Para el cálculo de las probabilidades en los 3 estados de transición se aplicó el siguiente procedimiento:

- Primero se trabajó de manera diagonal, se dividió el promedio de ventas bajas entre el total de ventas para determinar el porcentaje de pasar de mantener ventas bajas y así posteriormente para ventas medias y ventas altas.
- Posteriormente, se dividió el promedio de ventas medias sobre ventas altas y así sucesivamente, cuando ya se tenían 2 datos en una línea, el restante de las unidades era el porcentaje de la otra situación.

### Clasificación de los estados

La clasificación de los estados obtenidos nos da una mayor información de cómo se están comportando los datos y de los resultados que puede arrojar la matriz de transición al ser manipulada. El diagrama de transición de la cadena de primer orden se muestra en la figura 4.

TABLA III

MATRIZ DE TRANSICIÓN PARA EL PRODUCTO 2

	1	2	3
1	0.5	0.3	0.2
2	0.47	0.21	0.32
3	0.58	0.13	0.29

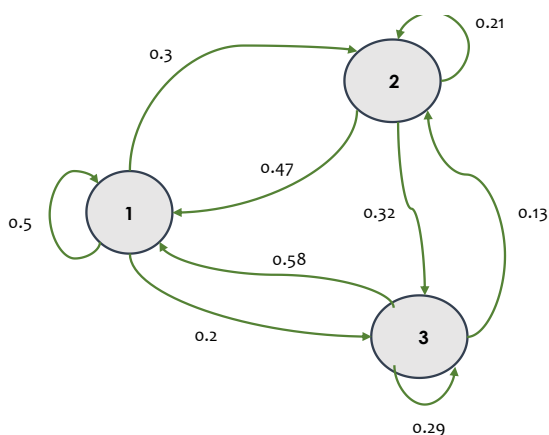


Fig. 5. Diagrama de transición de la cadena del primer orden para el producto 2

TABLA IV

MATRIZ DE TRANSICIÓN PARA EL PRODUCTO 3

	1	2	3
1	0.46	0.25	0.29
2	0.45	0.21	0.34
3	0.36	0.31	0.33

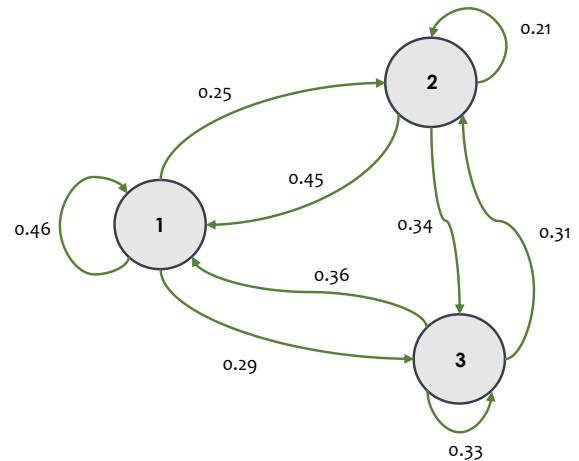


Fig. 6. Diagrama de transición de la cadena del primer orden para el producto 3

### Probabilidades del estado estable

Mediante el uso de cadenas de Markov se realizó la multiplicación de las matrices de transición de 3 x 3, obtenidas mediante cálculos en base a la Tabla 1. Debido a la cantidad de estados definidos, se obtuvo como resultados matrices de 3 x 3; donde se visualiza la probabilidad del cambio de ventas de estado a estado en los próximos 3 meses.

Cálculo de probabilidades de niveles de ventas para los próximos 3 meses para el producto 1

TABLA V

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO 1 EN EL MES 1

Mes 1	1	2	3
1	0.17	0.58	0.25

En la tabla 5 se puede observar una probabilidad máxima de 0.58 y una probabilidad mínima de 0.17 con respecto al producto 1.

TABLA VI

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO  
1 EN EL MES 2

Mes 2	1	2	3
1	0.2075	0.4932	0.2993

En la tabla 6 se puede observar una probabilidad máxima de 0.4932 y una probabilidad mínima de 0.2075 con respecto al producto 1.

TABLA VII

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO  
1 EN EL MES 3

Mes 3	1	2	3
1	0.214895	0.47493	0.310175

En la tabla 7 se puede observar una probabilidad máxima de 0.47493 y una probabilidad mínima de 0.214895 con respecto al producto 1.

*Cálculo de probabilidades de niveles de ventas para los próximos 3 meses para el producto 2*

TABLA VIII

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO  
2 EN EL MES 1

Mes 1	1	2	3
2	0.5	0.3	0.2

En la tabla 8 se puede observar una probabilidad máxima de 0.5 y una probabilidad mínima de 0.2 con respecto al producto 2.

TABLA IX

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO  
2 EN EL MES 2

Mes 2	1	2	3
2	0.507	0.239	0.254

En la tabla 9 se puede observar una probabilidad máxima de 0.507 y una probabilidad mínima de 0.239 con respecto al producto 2.

TABLA X

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO  
2 EN EL MES 3

Mes 3	1	2	3
2	0.51315	0.23531	0.25154

En la tabla 10 se puede observar una probabilidad máxima de 0.51315 y una probabilidad mínima de 0.23531 con respecto al producto 2.

*Cálculo de probabilidades de niveles de ventas para los próximos 3 meses para el producto 3*

TABLA XI

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO  
3 EN EL MES 1

Mes 1	1	2	3
3	0.46	0.25	0.29

En la tabla 11 se puede observar una probabilidad máxima de 0.46 y una probabilidad mínima de 0.25 con respecto al producto 3.

TABLA XII

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO  
3 EN EL MES 2

Mes 2	1	2	3
3	0.2135	0.4031	0.3834

En la tabla 12 se puede observar una probabilidad máxima de 0.4031 y una probabilidad mínima de 0.2135 con respecto al producto 3.

TABLA XIII

PROBABILIDAD DE VENTAS DEL PRODUCTO  
3 EN EL MES 3

Mes 3	1	2	3
3	0.2275	0.46058	0.31192

En la tabla 13 se puede observar una probabilidad máxima de 0.46058 y una probabilidad mínima de 0.2275 con respecto al producto 3

Todas estas tablas nos muestran la probabilidad de que cada uno de los productos tengan una venta baja, una venta media y una venta alta, considerando así al producto 3 con mayor probabilidad de tener más

ventas con respecto a los otros productos dentro de los próximos 3 meses.

#### IV. DISCUSIÓN

La aplicación de un modelo probabilístico para el pronóstico y análisis de las ventas de la empresa embotelladora de agua como lo son las cadenas de Markov para anticipar las ventas futuras permite minimizar el nivel de incertidumbre en las decisiones de las organizaciones permitiendo una mayor precisión en la predicción del comportamiento de los datos utilizados para realizar estimaciones futuras. Coincidiendo con Ref. [17] los resultados relativos a la predicción de ventas para el próximo mes utilizando cadenas de Markov indican un aumento del 1.2% para el producto 1, un incremento del 5% para el producto 2 y un aumento del 0.7% para el producto 3. Se pudo estimar las probabilidades de ventas de los productos de la empresa, obteniendo resultados que concuerdan con Ref. [5] que define a una Cadena de Markov como un proceso evolutivo que involucra un conjunto limitado de estados, donde la ocurrencia de un evento depende únicamente del evento precedente, con probabilidades constantes y predefinidas. En la investigación, se realizaron las Cadenas de Markov, donde se tomaron en cuenta 3 productos: Botellas de 625 mL, botellas de 1 L y botellas de 2 L con sus respectivas ventas mensuales. Se realizaron las tablas de frecuencia para los estados de cada producto, estos datos sirvieron para calcular las probabilidades presentes en las matrices de transición, que se emplearán para posteriormente calcular la probabilidad de los niveles de venta de los siguientes meses. Sobre los estados, se establecieron 3 estados por cada producto: Estado 1 (ventas bajas), Estado 2 (ventas medias) y Estado 3 (ventas altas).

Una Cadena de Markov es un proceso evolutivo que involucra un conjunto limitado de estados, donde la ocurrencia de un evento depende únicamente del evento precedente, con probabilidades constantes y predefinidas. Concordando con Ref. [17] Se han presentado escenarios que representan el análisis realizado con únicamente 3 estados correspondientes a la ventas baja, media y alta.

#### V. CONCLUSIONES

La presente investigación ha demostrado la efectividad de las cadenas de Markov como herramienta para el pronóstico y análisis de ventas en la empresa embotelladora “San Marcelo”. Se logró cumplir con los objetivos establecidos, validando que la aplicación de este método permite obtener estimaciones precisas para los próximos meses y

optimizar la toma de decisiones en la gestión empresarial.

- La descripción de la empresa embotelladora de agua en Cajamarca permitió confirmar que cuentan con una variedad de productos, incluyendo botellas de 625 ml, 1 L y 2 L. A pesar de las fluctuaciones notables en las ventas durante los últimos 24 meses, se implementó exitosamente el enfoque de cadenas de Markov para mejorar la previsión de ventas. Este enfoque ha optimizado la gestión de inventario y anticipado con mayor precisión las necesidades del mercado, fortaleciendo la posición competitiva de la empresa.
- La elaboración y aplicación de las cadenas de Markov se ubicaron correctamente en una tabla que indica la frecuencia de los datos agrupados en intervalos definidos. Las probabilidades de transición para tres estados de ventas (bajas, medias y altas) se calcularon de manera eficiente, formando matrices de transición 3x3. Estas matrices se multiplicaron para predecir las transiciones en el comportamiento de ventas en los próximos 3 meses, facilitando una predicción precisa.
- La estimación de las probabilidades de niveles de ventas para los próximos 3 meses mostró resultados que permitieron identificar oportunidades de mejora. En el producto 1, la probabilidad de pasar de ventas bajas a altas aumentó un 1.3%, mientras que el producto 3 mostró un ligero incremento del 0.14%. Por otro lado, el producto 2 evidenció una disminución en sus ventas, sugiriendo la necesidad de ajustes. En general, la conclusión confirma que es conveniente enfocar esfuerzos en incrementar las ventas de los productos 1 y 3 para aumentar la rentabilidad de la empresa.

#### REFERENCIAS

- [1] Miranda-Torrez J. Acciones competitivas y desempeño organizacional en la perspectiva dinámica competitiva. Investigación Administrativa [Internet]. [citado 13 de octubre de 2023]. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=456065109007>
- [2] y [3] Posadas EJ. Cadenas de Markov Espaciales para simular el crecimiento del Área Metropolitana de Toluca, 2017-2031. Economía, Sociedad y Territorio [Internet]. [citado 15 de octubre de 2023]. Disponible



en:

[https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_artext&pid=S1405-84212019000200109](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_artext&pid=S1405-84212019000200109)

[4] Villareal, A. Estimación de matrices de transición para la cartera comercial de las entidades financieras ecuatorianas controladas por la superintendencia de bancos y seguros [Internet]. 2011 [citado 14 de octubre de 2023]. Disponible en: <https://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/2699/1/CD-3384.pdf>

[5] Universidad Nacional de Colombia. Clase 23. Aplicaciones: Cadenas de Markov. [Internet]. Unal.edu.co. 2014 [citado 13 de octubre de 2023]. Disponibles en: <https://ciencias.medellin.unal.edu.co/cursos/algebra-lineal/clases/8-clases/25-clase-23-aplicaciones-cadenas-de-markov.html>

[6] Revista Economía. Las embotelladoras de agua, una industria en crecimiento - Revista Economía [Internet]. Revista Economía. 2022 [citado 13 de octubre de 2023]. Disponible en: <https://www.revistaeconomia.com/las-embotelladoras-de-agua-una-industria-en-crecimiento/>

[7] Jiménez T, Iguíñiz, Otra J, Lugar L. La economía peruana del último medio siglo: ensayos de interpretación [Internet]. [citado 13 de octubre de 2023]. Disponible en: <http://repositorio.pucp.edu.pe/index/handle/123456789/131465>

[8] [9] y [10] Elaboración de Agua Embotellada INTRODUCCIÓN [Internet]. [citado 13 de octubre de 2023]. Disponible en: <https://sni.org.pe/wp-content/uploads/2021/07/Marzo-2017-Elaboracion-de-Agua-Embotellada.pdf>

[11] Milla A. Agua embotellada: ¿Cuánto se consume en Perú y qué se espera para los próximos años? [Internet]. Gestión. Gestión; 2023 [citado 13 de octubre de 2023]. Disponible en: <https://gestion.pe/economia/empresas/agua-embotellada-cuanto-se-consume-en-peru-y-que-se-espera-para-los-proximos-anos-noticia/>

[12] Rodríguez ML. ¿Cuáles son las aguas embotelladas mejor posicionadas entre los jóvenes? Blog USIL [Internet]. 6 de octubre de 2023 [citado 13 de octubre de 2023]. Disponible en: <https://blogs.usil.edu.pe/facultad-ciencias-empresariales/marketing/el-posicionamiento-de-las->

[marcas-de-aguas-](#)

[embotelladas#:~:text=Entre%20las%20marcas%20de%20aguas,marcas%20de%20agua%20relativamente%20nuevas](#)

[13] Clavijo C. Cómo vender un producto: técnicas y ejemplos. HubSpot [Internet]. 20 de enero de 2023 [citado 13 de octubre de 2023]. Disponible en: <https://blog.hubspot.es/sales/como-vender-un-producto>

[14] Sheldon M. Rosss. Introduction to probability models. Academic press. [Internet] [citado 27 de octubre]. Disponible en: [https://fac.ksu.edu.sa/sites/default/files/introduction-to-probability-model-s.ross-math-cs.blog\\_ir\\_.pdf](https://fac.ksu.edu.sa/sites/default/files/introduction-to-probability-model-s.ross-math-cs.blog_ir_.pdf)

[15] y [16] Robles Pastor. Población y muestra. Pueblo continente. 30(1):245-247. [Internet]. [citado 27 de octubre]. Disponible en: <http://journal.upao.edu.pe/PuebloContinente/article/view/1269>

[17] Higareda, P. et al. Aplicación de Cadenas de Markov como método de pronósticos de ventas para una empresa multinacional. - Revista Economía [Internet]. 2016 [citado 12 de noviembre de 2023]. <https://amca.mx/memorias/amca2016/Articulos/0089.pdf>