

# Implementation of a mathematical model derived from the Douglas Cobb function for the evaluation of coffee exporters in Honduras.

José L Ordoñez-Ávila<sup>1b</sup>, Magister en Administración de Proyectos<sup>1,2,3</sup>, Maria Elena Perdomo<sup>1b</sup>, Magister en Dirección Empresarial<sup>1,2,4</sup> José Efraín Deras, Doctor en Economía<sup>1,5</sup> and Martin G. Martínez-Rangel, Doctor en Ingeniería y Ciencias Aplicadas<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional Autónoma de Honduras Tegucigalpa, Honduras,

<sup>2</sup>Universidad Tecnológica Centroamericana (UNITEC) San Pedro Sula, Honduras,

<sup>3</sup>jlordonez@unitec.edu, <sup>4</sup>maría\_perdomo@unitec.edu, <sup>5</sup>derasj@bcie.org,

<sup>6</sup>Universidad Autónoma del Estado de Morelos Morelos, México, mmtzr@uam.mx

*Abstract– The international price of coffee and climate change are factors that affect the profits of coffee farms in Honduras. The international price reduces profit margins when it is too low, while climate change puts coffee production at risk. Coffee farmers must decide how they will process their coffee each year whether it will be exported or sold to the domestic market. In this work a method is proposed to calculate the optimal point for export and coffee for sales in the domestic market. This method relates the COBB Douglas production function and the lagrange optimizer. The main result was the application of the model to a coffee exporter with its budget line having a general distribution of 98.3% with 1.6%. It was shown that it is possible to use the logarithmic demand curve to obtain the parameters  $\alpha$  y  $\beta$  of the production function. The Katz & Kan model of coffee we can observe the abstract process of the market in which the demand is found, where consumers who may or may not change their consumption habits affecting the profits of coffee companies The mathematical model showed that the percentage of coffee for local consumption increases as the budget decreases. However, export coffee is never less than local consumption coffee because the Honduran domestic market cannot assimilate all the coffee.*

*Keywords-- Lagrange, production function, coffee, international price, climate change, alpha, beta*

## I. INTRODUCTION

Según la Memoria de los datos establecidos por el Instituto Hondureño del Café (IHCAFE), en la cosecha 2019-2020, Honduras se posiciona como el primer país productor en Centroamérica, además de ser el primer país exportador en Centroamérica y el quinto país exportador en el mundo [2]. A pesar de estos niveles de producción, no se ha encontrado una correlación entre la producción de café de Honduras y el precio internacional del café, sino más bien con la producción de café de Colombia [3]. La oferta y la demanda de café hasta 1989 estuvieron controladas por una serie de acuerdos internacionales del café, cuyo objetivo era mantener el precio estable y administrar la oferta de café. A partir de 1990, el mercado de café se abrió a la oferta y demanda libre, la cual ha estado vigente hasta la actualidad, aunque siempre con algunos

acuerdos [4]. Ocampo-López et al. (2017) [5] hacen referencia a que la variabilidad climática y otros factores han influido en el incremento del precio de producción del café. La escasez de mano de obra y la volatilidad en el precio del café afectan en gran medida a la industria cafetalera, lo que puede llevar a tendencias decrecientes en la producción en los países. Por esta razón, los impactos del cambio climático deben ser evaluados y atendidos para evitar la pérdida de producción en las zonas cafeteras. Además, las cadenas de suministro agroalimentarias presentan el problema de la generación de subproductos que en su mayoría generan desperdicios que son vertidos peligrosamente en el ambiente, incluyendo el café [6].

Las restricciones medioambientales y el cambio climático, que amenazan la producción sostenible de productos agrícolas, son objeto de estudio en la investigación de Lastochkina et al., (2022), que aboga por el empleo de ambientes controlados, como la luz artificial y los endófitos microbianos, para fortalecer la resiliencia de los cultivos a los cambios ambientales [7]. En este contexto, el cambio climático afecta negativamente las fincas de café, con análisis de escenarios basados en los modelos RCP CMIP5 mostrando una preocupante reducción del 65% en las áreas aptas para el cultivo de café en países como Brasil, debido principalmente al exceso de temperaturas [8]. Además, Lagrasta et al., (2021) proponen un modelo de economía circular centrado en subproductos como solución potencial para la sostenibilidad medioambiental, social y económica [6]. En países en desarrollo, los caficultores consideran esencial obtener certificaciones para acceder a los mercados de exportación y así beneficiarse en términos sociales, económicos y medioambientales, lo que promueve un cultivo sostenible [9].

La biotecnología ha cobrado mucha importancia los últimos años ya que se han visto agotados los recursos primarios y la generación de residuos ha aumentado, por lo que los subproductos del café son una opción para creación de otros productos entre ellos, productos químicos para el relleno de materiales compuestos o tipos de poliéster biodegradables [10]. El café siendo un producto de consumo mundial también genera una cantidad considerable de desperdicio, por lo que varias investigaciones se han dado a la tarea de crear bio-compuestos que puedan utilizarse en diferentes áreas de la construcción y

**Digital Object Identifier:** (only for full papers, inserted by LACCEI).  
**ISSN, ISBN:** (to be inserted by LACCEI).  
**DO NOT REMOVE**

generación de energía, el estudio realizado por Saeli et al., (2023) indica que a partir de los bio-compuestos de café se pueden generar subproductos para materiales de la construcción de edificios, ayudando a mejorar la eficiencia energética de los mismos [11].

La cantidad de productos o servicios que los consumidores están dispuestos a adquirir en un período determinado y a un precio establecido se conoce como demanda. Las cantidades demandadas no siempre coinciden con las cantidades adquiridas; en ocasiones, la cantidad demandada supera la cantidad de bienes disponibles. La medición de la demanda se realiza en términos de monto por unidad de tiempo [12]. La curva de demanda del individuo, como mencionan Pyndick y Rubinfeld (2009), relaciona la cantidad que un consumidor compra de un bien con el precio de este [13]. No obstante, para determinar el precio del café en el mercado mexicano, se utiliza el modelo de corrección de errores (MCE) condicional de una sola ecuación, en el cual se estima un incremento del 1% en el precio internacional del café, sin considerar que la producción nacional de café influye en el precio internacional del café [14]. Algunos modelos examinan la volatilidad de los precios de las materias primas y su impacto en el mercado de acciones. Uno de los mencionados es la técnica de estimación Threshold Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (TGARCH), que, al aplicarse, muestra resultados que indican que las variaciones en los precios del café provocan una reducción en los rendimientos diarios de las acciones [15]. El estudio de Bacon (2010) lleva a cabo un análisis del establecimiento de los precios justos del café y cuál debería ser su precio mínimo en el mercado internacional, ya que muchos agricultores consideran que las normas de precio justo no tienen en cuenta todos los criterios necesarios. El estudio concluye que los precios justos perdieron el 41% de su valor en el período que abarca los años de 1988 a 2008 [16].

Los productores de café se ven enfrentados a dos factores que no pueden controlar el cambio climático y el precio internacional del café. El cambio climático afecta directamente los costos de producción como lo muestra el estudio realizado por (Anh et al., 2023) [17] que utiliza el modelo Autoregressive Distributed Lag (ARDL). El café juega un papel crucial en la economía de muchos países de África América y Asia, pero la predicción del rendimiento del café basado en las condiciones ambientales y climáticas se convierte en un reto para los que modelan sistemas agrícolas [18].

Para satisfacer esta demanda, es necesario mantener sistemas de producción, como la función Cobb Douglas. Esta función es una contribución muy influyente para la teoría económica, ya que sus creadores introdujeron esta función que lleva sus nombres, y ha sido ampliamente utilizada por economistas debido a su docilidad algebraica y su capacidad para proporcionar una aproximación sólida del proceso de producción [19]. Biesuz (2014) menciona que la teoría económica de la producción tiene como objetivo proporcionar a los directivos y empresarios la información necesaria para organizar eficientemente el proceso de producción de la

empresa, garantizar la utilización eficiente de los factores productivos, reducir los costos y maximizar las ganancias [20]. La función de producción describe las cantidades de productos obtenidas al combinar diferentes cantidades de factores productivos, junto con un nivel específico de conocimientos y tecnología.

La función de producción puede servir como base para la función de utilidad, como se muestra en [21]. En ese caso, resulta útil aplicar el método de multiplicadores de Lagrange, una técnica empleada para minimizar o maximizar una función sujeta a una restricción. El primer paso consiste en formular el Lagrangiano del problema, siendo esta función la que se debe maximizar o minimizar [13]. Alfred Marshall, por otro lado, introduce su teoría de la demanda Marshalliana, basándola en dos premisas: la primera sostiene que cada individuo asigna una función de utilidad diferente a cada bien consumido, y la segunda establece que la utilidad marginal del dinero es constante [22]. La Tabla I muestra la aplicación del método del lagrangiano y la función de Cobb-Douglas. Los procesadores de café deben tomar decisiones sobre si ofrecer café para exportación o agregar un mayor valor a sus productos a través de la torrefacción y la venta a nivel nacional. Esta decisión se ve influenciada por lo mencionado por Parkin y Loria (2015), quienes afirman que, si los factores no cambian, cuanto mayor sea el precio de un bien, menor será la cantidad demandada de ese bien, y viceversa [12]. El precio internacional del café, los costos de producción y el presupuesto de las plantas procesadoras son los factores más relevantes a considerar al tomar esta decisión. Por lo tanto, el objetivo de esta investigación es desarrollar un método que permita optimizar las cantidades de café para exportación y café para la venta local.

Tabla I  
Métodos económicos para la optimización

Métodos para la optimización		
Aplicación del modelo de lagrange	Modelo económico	Jayathilaka et al., (2022) [23] Zungu & Greyling, (2021) [24]
	Aproximación de precio Economía de escalas	Chen et al., (2020) [25] Alkaabneh et al., (2019) [26]
APLICACIÓN DEL MÉTODO DE COBB DOUGLAS	CRECIMIENTO ECONÓMICO	URBANO & APARICIO, (2016) [27] IMPACT OF COFFEE EXPORTS ON ECONOMIC GROWTH IN ETHIOPIA; AN EMPIRICAL INVESTIGATION, (2022) [28]
	PRODUCTIVIDAD	TRAN ET AL., (2021) [29] WAMBUA ET AL., (2021) [30]
	OPTIMIZACIÓN	Lukač (2023) [31]

## II. MATERIALES Y MÉTODO

Las dificultades de inversión que puede tener la bolsa de valores en Ecuador, para cual desarrolla un modelo para disminuir el riesgo [32]. Para determinar la cantidad de productos a procesar por medio del modelo de Lagrange, se propone la realización de cuatro pasos la influencia del precio del café internacional, los costos de producción, la obtención de los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  y la aplicación del modelo matemático.

Para explicar el mecanismo económico en el que se ven las empresas del rubro del café se plantea utilizar un modelo matemático de maximización. Este proceso sentará las bases para la aplicación de estas ecuaciones a empresas dedicadas al procesamiento del café.

### A. Obtención de la curva de indiferencia

Así como existe una relación de la curva de demanda del individuo donde se relaciona la cantidad con el precio, las empresas pueden mostrar su demanda con este tipo de relación. En este caso se conceptualiza la demanda de café de una empresa que se dedica a la exportación de café verde y al mismo tiempo lo procesa para consumo en el mercado local. Por tanto, este tipo de empresas debe decidir la combinación de exportación y consumo local que será capaz de maximizar la utilidad. La figura 1 muestra la curva de renta-consumo (azul) teniendo en cuenta estos dos productos, pese a que toda la producción es de la misma materia prima. Además, que hay una restricción presupuestaria denotada por la línea roja. En el momento en que la restricción presupuestaria sea tangente a la demanda se obtiene el punto de maximización.

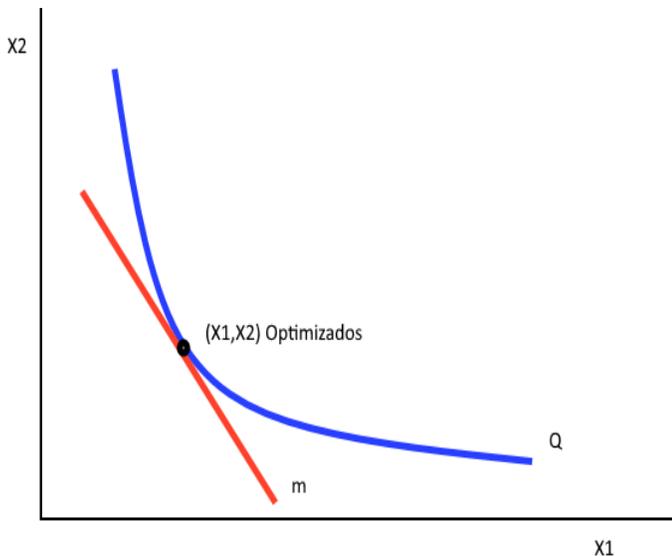


Fig. 1 Magnetization as a function of applied field.

En cuanto a la demanda de café, existen dos factores que permiten que estas empresas aumenten su demanda. La primera es el presupuesto de compra, si este presupuesto aumenta entonces la empresa puede obtener una mayor demanda de quintales de café. La otra alternativa es que el precio del mercado

internacional del café baje, lo cual repercute en el precio del mercado nacional. En ese caso las empresas del rubro compiten en negociaciones para obtener los quintales de café ya que eso aumenta la demanda de todas las empresas del rubro.

Se puede suponer que la demanda de café está dada por la siguiente ecuación (regresión lineal múltiple):

$$Q = \alpha X_1 + \beta X_2 + \epsilon \quad (1)$$

Donde:

$X_1$  es el café pergamino para exportación

$X_2$  es el café procesado para exportación  $Q$  es la demanda total del mercado

$\epsilon$  es una constante que conlleva la influencia colectiva de cualquier variable omitida (error)

$\alpha$  es el coeficiente de café a ser exportado

$\beta$  es el coeficiente de café a ser procesado para ventas locales.

Esta ecuación de demanda se basa en el análisis de Paz Soldán & Villarroel, (2009) donde la demanda del café sin tostar fue inelástica por lo que al aplicar el método de mínimos cuadrados se obtiene la nueva ecuación de demanda como curva de indiferencia [33]:

$$\log(Q) = \alpha \log(X_1) + \beta \log(X_2) + \log(\epsilon) \quad (2)$$

### B. Pesos de la función utilidad Cobb Douglas

Si a la ecuación de demanda inelástica se le aplica al lado derecho de la ecuación sus propiedades logarítmicas se obtiene la siguiente ecuación:

$$\log(Q) = \epsilon X_1^\alpha X_2^\beta \quad (3)$$

La ecuación de Cobb Douglas para función utilidad relaciona las cantidades de  $n$  productos por un factor de ponderación como se muestra en la siguiente ecuación:

$$U(X_1, X_2) = \epsilon X_1^\alpha X_2^\beta \quad (4)$$

Si bien sus dimensiones no son iguales es posible utilizar  $\alpha$  y  $\beta$  como los pesos de función Cobb Douglas, por lo tanto, se puede asumir lo siguiente:

$$\log(Q) = U(X_1, X_2) = \alpha \log(X_1) + \beta \log(X_2) + \log(\epsilon) \quad (5)$$

### C. Maximización por el método Lagrange

Esta ecuación de demanda se basa en el análisis de Paz Soldán & Villarroel, (2009) [33] donde la demanda del café sin tostar fue inelástica por lo que al aplicar el método de mínimos cuadrados se obtiene la nueva ecuación de demanda

Ahora que se tiene una función de utilidad basada en los productos de café que la empresa tiene, se procede a realizar una restricción presupuestaria. La cual estaría dada por el costo

del producto  $X_1$  y el costo de procesar el producto  $X_2$ , restringida por el presupuesto total  $m$ . (Esta ecuación representa la línea roja en la figura 1)

$$C_{X_1}X_1 + C_{X_2}X_2 = m \quad (6)$$

Teniendo la función utilidad y la restricción presupuestaria se aplica el método lagrangiana para optimizar el presupuesto según la demanda. El cual consiste en sumar la función utilidad con el producto de  $\lambda$  con la restricción presupuestaria, obtenido la siguiente ecuación.

$$\Phi = \alpha \log(X_1) + \beta \log(X_2) + \epsilon - \lambda(C_{X_1}X_1 + C_{X_2}X_2 - m) \quad (7)$$

Ya que la derivada es una línea tangente a la curva se procede a realizar derivadas parciales con el fin de encontrar la línea y el punto de la curva de demanda donde pasa esta línea:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X_1} = \alpha \log(X_1) + \beta \log(X_2) + \epsilon - \lambda(C_{X_1}X_1 + C_{X_2}X_2 - m)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X_2} = \alpha \log(X_1) + \beta \log(X_2) + \epsilon - \lambda(C_{X_1}X_1 + C_{X_2}X_2 - m)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = \alpha \log(X_1) + \beta \log(X_2) + \epsilon - \lambda(C_{X_1}X_1 + C_{X_2}X_2 - m) \quad (8)$$

El resultado de la derivada para cada una de las ecuaciones es:

$$\alpha = C_{X_1}X_1 \lambda$$

$$\beta = C_{X_2}X_2 \lambda$$

$$C_{X_1}X_1 + C_{X_2}X_2 = 0 \quad (9)$$

Mientras que se puede obtener el valor de  $\lambda$  en términos de  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$\frac{\alpha + \beta}{\lambda} = m \quad (10)$$

Por lo que al sustituir  $\lambda$  en la derivada parcial de  $X_1$ :

$$\frac{\alpha m}{C_{X_1}(\alpha + \beta)} = X_1 \quad (11a)$$

Por lo que al sustituir  $\lambda$  en la derivada parcial de  $X_2$ :

$$\frac{\alpha m}{C_{X_2}(\alpha + \beta)} = X_2 \quad (11b)$$

Ahora el costo de procesamiento varía según la cantidad de unidades a producir y este dado por:

$$C_{X_2} = C_f + X_2 C_v \quad (12)$$

Al sustituir la ecuación de  $C_{X_2}$  se obtiene el valor de  $X_2$ :

$$\alpha m = X_2(C_f + X_2 C_v)(\alpha + \beta) \quad (13)$$

Despejando para  $X_2$  se obtiene la siguiente ecuación:

$$(\alpha + \beta)C_v X_2^2 + (\alpha + \beta)X_2 - \alpha m = 0 \quad (14)$$

Esta ecuación tiene los elementos de una cuadrática y se puede resolver utilizando la cuadrática especial:

$$X_2 = \frac{-(\alpha + \beta)C_f \pm \sqrt{((\alpha + \beta)C_f)^2 + 4(\alpha + \beta)C_v \alpha m}}{2(\alpha + \beta)C_v} \quad (15)$$

Algunos autores totalizan  $\alpha + \beta = 1$ , es posible simplificar el valor de  $X_1$  y  $X_2$  según la siguiente ecuación:

$$\frac{\alpha m}{C_{X_1}(\alpha + \beta)} = X_1 \quad (16)$$

$$X_2 = \frac{-C_f \pm \sqrt{(C_f)^2 + C_v \alpha m}}{2C_v} \quad (17)$$

#### D. Aplicación del modelo

Para la aplicación del modelo propuesto tomando en cuenta la influencia del precio del café internacional se comparan tres cosechas de café entre el precio del café internacional y el precio de compra o costo de materia prima para las exportadoras. Los costos de producción se describen los dos procesos de producción para el café y como están relacionados el uno con el otro para los temas de producción.

- Obtención de la curva de indiferencia o regresión logarítmica por medio del método de mínimos cuadrados.
- El uso de los coeficientes de la curva de indiferencia como pesos para la función utilidad Cobb Douglas.
- Aplicación del método de los multiplicadores de lagrange mediante una ecuación de restricción presupuestaria, basado en los costos de producción. Y la determinación de los valores óptimos de la cantidad de quintales a exportar y quintales a procesar para consumo local.

## II. RESULTADOS

#### A. Aplicación del modelo

El precio internacional del café tiene un impacto importante en las negociaciones de los exportadores con los caficultores o distribuidores. Los exportadores tratan de mantener su margen de ganancia empujando la compra de café a un precio menor. Para entender como el precio afecta las compras por parte de los exportadores, se utilizan los precios de compra en dólares de las temporadas de café 2017/2018, 2018/2019, 2019/2020 tal como se muestra en la Tabla II.

Tabla II  
Compras y precio internacional del café

Mes	2017-18			2018-19			2019-20		
	Comp.	Pr.Int.	Margen	Comp.	Pr.Int.	Margen	Comp.	Pr. Int.	Margen
Octubre	1.39	3.01	0.54	1.15	2.76	0.58	1.12	2.47	1.35
Noviembre	1.54	2.89	0.47	1.40	2.60	0.46	1.63	2.44	0.81
Diciembre	1.64	2.88	0.43	1.39	2.57	0.46	1.96	2.72	0.76
Enero	1.69	2.90	0.42	1.48	2.65	0.44	1.87	2.94	1.07
Febrero	1.72	2.96	0.42	1.52	2.71	0.44	1.80	2.96	1.16
Marzo	1.69	3.10	0.45	1.92	2.80	0.32	1.94	3.15	1.21
Abril	1.67	3.10	0.46	2.22	2.80	0.21	4.01	3.27	-0.74
Mayo	3.38	3.22	-0.05	1.52	2.88	0.47	3.53	3.31	-0.22
Junio	2.89	3.11	0.07	2.29	2.83	0.19	4.09	3.23	-0.86

La tendencia del precio internacional del café es a aumentar en la medida que la temporada de café está llegando al final. En la temporada 2017/2018 el precio del café tuvo un máximo de \$3.22 al final de la temporada en la cual los caficultores que guardan café lograron tener las mejores ventas. No obstante, el posible margen de venta de las exportadoras fue mayor al 40%. En la cosecha 2018/2019 el precio del café internacional tiene su mayor valor a finales de la cosecha \$2.88. El margen de ingresos de los exportadores se mantiene similar al de la cosecha anterior. No se observa que los caficultores y distribuidores tuvieran un poder de negociación como se mostró en la temporada anterior. En la tercera temporada el valor máximo del precio del café asciende \$3.23 similar al de temporada 1. Esta temporada muestra un comportamiento similar por parte de los caficultores y distribuidores de la temporada 1, logrando los mejores precios de compra por parte de los exportadores. No obstante, en esta temporada el margen de posibles ingresos es mucho mayor al 40% al inicio de la temporada y cae a márgenes negativos al final de esta.

El proceso de café local es más costoso sobre el proceso de café para exportación. Estos costos aumentan por el uso de la maquinaria, el mantenimiento de esta, la mano de obra, energía y consumibles entre otros para realizar este proceso. La ganancia es que este café que tiene un mayor valor agregado ya no es regulado por el precio internacional del café y puede competir. Para realizar la curva de indiferencia del café es necesario tener la curva de los dos subproductos de café, el de exportación y el de consumo local. Para esto nos basaremos en la temporada 3 de las cosechas analizadas al momento. La cual tiene una curva de oferta por parte de los caficultores dada por la figura 2.

Curva de indiferencia

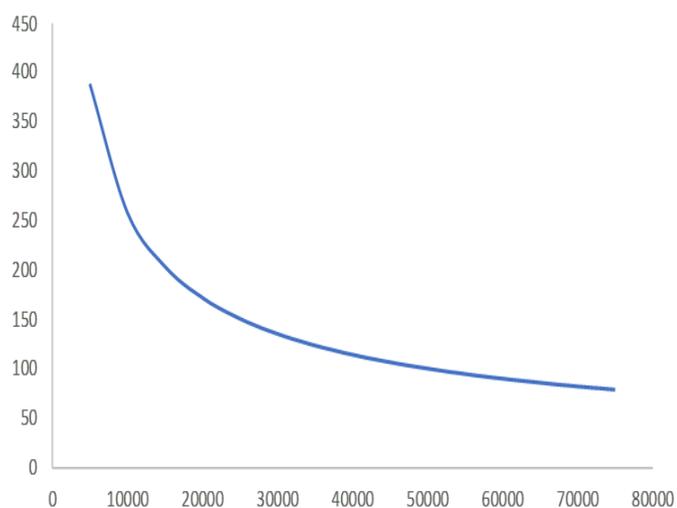


Fig. 2 Curva de indiferencia oferta por parte de los caficultores.

El precio de compra es el mismo para ambos productos con la diferencia que los costos de producción del café para consumo local son mayores. Para este caso se asume que esos costos son un 20% sobre el precio de compra del café. Debido a que el precio de venta no está dado por el mercado, se asumió una curva creciente en las cantidades y constante en el precio. Ahora en cuanto a los que la exportadora puede ofrecer al mercado por ambos canales de producción está delimitado por la curva de la figura 2. Esto debido a que es la cantidad total comprada que puede ser procesada en un periodo. Por lo que si el 95% se utiliza para exportación solo el 5% se podrá utilizar para consumo local. Basado en la ecuación 1 del modelo es aplica la regresión lineal múltiple se obteniendo:

$$Q = 28276.X_1 - 88269.X_2 + 534520. \quad (18)$$

Al aplicar el método de cuadrados múltiples la curva de demandase puede expresar en función logarítmica como los muestra la ecuación 2. Donde  $\alpha$  y  $\beta$  se pueden sumar obtener su porcentaje de participación teniendo como resultados  $\alpha = 0.37$  y  $\beta = 0.63$  para obtener una relación 1 a 2, para la función Douglas Cobb como se mostró en la ecuación 3, dejando:

$$\log(Q) = (1.8058E + 11)X_1^{0.37} X_2^{0.63} \quad (19)$$

Por lo que la función utilidad de Douglas Cobb está dada por la ecuación 4.

$$U(X_1, X_2) = (1.8058E + 11)X_1^{0.37} X_2^{0.63} \quad (20)$$

Ahora que se tiene una función de utilidad basada en los productos de café que la empresa tiene, se procede a realizar una restricción presupuestaria. La cual estaría dada por el costo del producto  $X_1$  y el costo de procesar el producto  $X_2$ , restringida por el presupuesto total  $m$ . Donde  $m$  esta dado por el presupuesto de compra y los costos de producción que en este

caso serán equivalentes a un 20% adicional a la compra. El presupuesto de compra según las compras de la exportadora, por lo que el presupuesto total  $m$  sería la ecuación presupuestaria estaría dada por la ecuación 6.

Se aplicaron las fórmulas de la solución del modelo lagrange para simplificado para obtener las cantidades de  $X_1$  y  $X_2$  que dan una mayor utilidad, a los diferentes meses. El costo fijo será el equivalente al precio de compra y el costo variable a un 20% más de costo de producción. Al aplicar las ecuaciones de  $X_1$  y  $X_2$  se obtienen los datos de la Tabla III donde se muestra la contribución porcentual con diferentes presupuestos. El modelo matemático muestra una relación directa entre el presupuesto total y el porcentaje para consumo interno la cual es inversamente proporcional. Es decir, entre menor es el presupuesto mayor, hay un aumento en la cantidad del producto a procesar para consumo local. Este modelo muestra que se debe mantener un mínimo de producción para mantener los costos fijos, pero que la rentabilidad mayor está en la exportación del café, debido al mercado limitado para el consumo interno.

Tabla III  
Aplicación del modelo de lagrange

Cx1 (Cf)	Compras	Cv	Total	$X_1$	$X_2$	Cx1	Cx2
1,734.89	23,996,530.06	299,956.63	24,296,486.69	5182	158	97%	3%
2,093.04	120,448,403.11	1,505,605.04	121,954,008.15	21559	326	99%	1%
1,996.25	189,963,808.76	2,374,547.61	192,338,356.37	35649	420	99%	1%
1,916.51	120,249,560.94	1,503,119.51	121,752,680.45	23505	340	99%	1%
2,062.81	60,601,005.27	757,512.57	61,358,517.84	11006	232	98%	2%
4,273.13	24,463,882.91	305,798.54	24,769,681.44	2145	101	95%	5%
3,761.65	14,602,988.62	182,537.36	14,785,525.97	1454	83	95%	5%
4,357.34	7,531,792.91	94,147.41	7,625,940.32	648	54	92%	8%

#### IV. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Los modelos de oferta y demanda buscan resaltar la interacción en el mercado que involucra un producto entre los consumidores y los productores en relación con su precio y las ventas de dicho producto. En economía, la oferta y la demanda se pueden definir como la cantidad de bienes o servicios que los productores ponen a disposición de los consumidores y la cantidad que estos últimos están dispuestos a comprar en un período de tiempo específico. En un mercado perfecto, la cantidad ofrecida por el productor y la cantidad demandada por el consumidor dependen del precio del producto en el mercado [34].

Se han propuesto algunos modelos del café basados en Katz Kan [35], como los de [36] y [37], aunque no han logrado establecer una relación sólida entre la ecuación de demanda y la adquisición del café. Los modelos de cooperativas se han planteado como un respaldo a los caficultores; no obstante, los

autores Trejo-Pech, Servín-Juárez y Reyes-Duarte (2023) [38] no encontraron evidencia que respalde esta afirmación. Por otro lado, Bobadilla-Calderón, Martínez-Flores y Leon-Chavarri (2022) presentaron resultados más favorables en cuanto a temas de producción que el apoyo brindado por algunas cooperativas en el proceso [39].

Cuando se considera el modelo de Katz & Kan aplicado al café, se puede observar el proceso abstracto del mercado en el que se encuentra la demanda. En este proceso, los consumidores tienen la capacidad de cambiar sus hábitos de consumo, lo que puede afectar las ganancias de las empresas de café, como se muestra en la Figura 3. Por otro lado, la empresa de café debe tomar decisiones sobre la cantidad en la que ofertará sus productos en el mercado, justo después del proceso de secado. La mayor restricción en esta decisión está relacionada con el presupuesto de la empresa, el cual debe cumplir con las obligaciones financieras, como la deuda ( $r$ ), el costo de la mano de obra ( $mo$ ), alquileres ( $a$ ) y otros servicios ( $s$ ), que

conforman parte de los costos fijos ( $cf(r, s, a, mo)$ ). Los costos variables afectan a ambos productos, pero presentan una variación mayor en el caso del café para consumo total. Por lo tanto, los costos variables dependen de la cantidad de quintales a procesar y las negociaciones de compra para adquirir la materia prima, en este caso, el café pergamino húmedo. Por lo

que estos costos variables dependen del precio internacional ( $pi$ ) del café que obliga a negociar con las fincas productoras más el costo de procesamiento ( $cp$ ) y estarían dados en función de  $cv(pi, cp)$ .

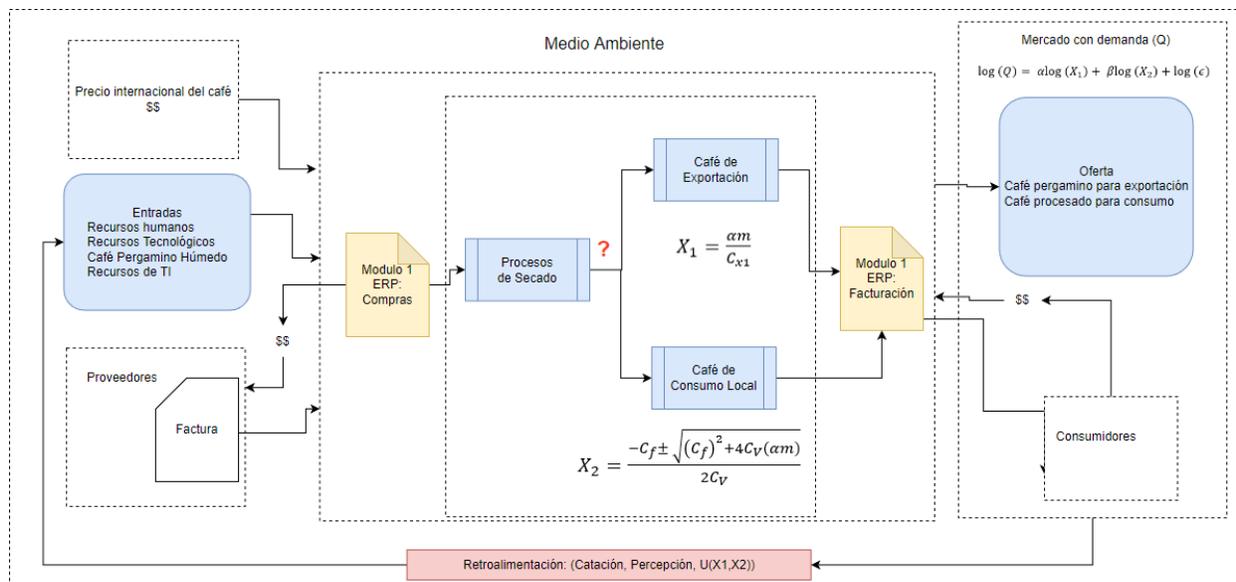


Fig. 3 Influencia de la modelo matemática en el rubro del café.

## REFERENCES

- [1] Memoria cosecha web IHCAFE – IHCAFE – Instituto Hondureño del Cafe. (2021). <https://www.ihcafe.hn/mdocs-posts/memoria-cosecha-web-ihcafe/>
- [2] Perdomo, M. E. (2022). Relationship between coffee quality methods and the coffee price in Honduras. Proceedings of the 2nd LACCEI International Multiconference on Entrepreneurship, Innovation and Regional Development (LEIRD 2022): “Exponential Technologies and Global Challenges: Moving toward a new culture of entrepreneurship and innovation for sustainable development”. 2nd LACCEI International Multiconference on Entrepreneurship, Innovation and Regional Development (LEIRD 2022): “Exponential Technologies and Global Challenges: Moving toward a new culture of entrepreneurship and innovation for sustainable development”. <https://doi.org/10.18687/LEIRD2022.1.1.216>
- [3] Figueroa-Hernández, E., Pérez-Soto, F., Godínez-Montoya, L., Perez-Figueroa, R. A., Figueroa- Hernández, E., Pérez-Soto, F., Godínez-Montoya, L., & Perez-Figueroa, R. A. (2019). Los precios de café en la producción y las exportaciones a nivel mundial. Revista mexicana de economía y finanzas, 14(1), 41-56. <https://doi.org/10.21919/remef.v14i1.358>
- [4] Ocampo-López, O. L., Álvarez-Herrera, L. M., Ocampo-López, O. L., & Álvarez-Herrera, L. M. (2017). Tendencia de la producción y el consumo del café en Colombia. Apuntes del Cenes, 36(64), 139-165. <https://doi.org/10.19053/01203053.v36.n64.2017.5419>
- [5] Lagrasta, F. P., Pontrandolfo, P., & Scozzi, B. (2021). Circular Economy Business Models for the Tanzanian Coffee Sector: A Teaching Case Study. Sustainability, 13(24), Art. 24. <https://doi.org/10.3390/su132413931>
- [6] Lastochkina, O., Aliniaiefard, S., SeifiKalhor, M., Bosacchi, M., Maslennikova, D., & Lubyanova, A. (2022). Novel Approaches for Sustainable Horticultural Crop Production: Advances and Prospects. Horticulturae, 8(10), Art. 10. <https://doi.org/10.3390/horticulturae8100910>
- [7] Lorençone, P. A., de Oliveira Aparecido, L. E., Lorençone, J. A., Botega, G. T., Lima, R. F., & de Souza Rolim, G. (2023). Climate change and its consequences on the climatic zoning of Coffea canephora in Brazil. Environment, Development and Sustainability. <https://doi.org/10.1007/s10668-023-03051-0>
- [8] Kangile, J. R., Kadigi, R. M. J., Mgeni, C. P., Munishi, B. P., Kashaigili, J., & Munishi, P. K. T. (2021). Dynamics of Coffee Certifications in Producer Countries: Re-Examining the Tanzanian Status, Challenges and Impacts on Livelihoods and Environmental Conservation. Agriculture, 11(10), Art. 10. <https://doi.org/10.3390/agriculture11100931>
- [9] Pagliarini, E., Totaro, G., Sacconi, A., Gaggia, F., Lancellotti, I., Di Gioia, D., & Sisti, L. (2023). Valorization of coffee wastes as plant growth promoter in mulching film production: A contribution to a circular economy. Science of The Total Environment, 871, 162093. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2023.162093>
- [10] Saeli, M., Batra, V. S., Singh, R. K., Tobaldi, D. M., & Labrincha, J. A. (2023). The coffee-house: Upcycling spent coffee grounds for the production of green geopolymeric architectural energy-saving products. Energy and Buildings, 286, 112956. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2023.112956>
- [11] Parkin, M., & Loria, E. (2015). Microeconomía (11.a ed.). <https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWVpbnx1Y28xdW1zc3xneDo0YzFIMTMyZGI4MDZkNDY0>
- [12] Pyndick, Robert. S., & Rubinfeld, D. (2009). Microeconomía (7.a ed.). Pearson.
- [13] Gálvez-Soriano, O., & Cortés, M. (2021). Is there a pass-through from the international coffee price to the Mexican coffee market? Studies in Agricultural Economics, 123(2), 86-94. <https://doi.org/10.7896/j.2143>
- [14] Ofori-Boateng, K., Agyapong, E. K., Ohemeng, W., & Annor, L. D. J. (2022). Commodity price volatility and stock market returns in an emerging economy. International Social Science Journal, 72(244), 321-337. <https://doi.org/10.1111/issj.12320>
- [15] Bacon, C. M. (2010). Who decides what is fair in fair trade? The agricultural governance of standards, access, and price. The Journal of

- Peasant Studies, 37(1), 111-147. <https://doi.org/10.1080/03066150903498796>
- [16] Anh, D. L. T., Anh, N. T., & Chandio, A. A. (2023). Climate change and its impacts on Vietnam agriculture: A macroeconomic perspective. *Ecological Informatics*, 74, 101960. <https://doi.org/10.1016/j.ecoinf.2022.101960>
- [17] Kouadio, L., Deo, R. C., Byrareddy, V., Adamowski, J. F., Mushtaq, S., & Phuong Nguyen, V. (2018). Artificial intelligence approach for the prediction of Robusta coffee yield using soil fertility properties. *Computers and Electronics in Agriculture*, 155, 324-338. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2018.10.014>
- [18] Reynès, F. (2019). The Cobb–Douglas function as a flexible function: A new perspective on homogeneous functions through the lens of output elasticities. *Mathematical Social Sciences*, 97, 11-17. <https://doi.org/10.1016/j.mathsocsci.2018.10.002>
- [19] Biesuz, B. E. V. (2014). La Función de producción COBB – DOUGLAS The role of production COBB - DOUGLAS. 8, 8.
- [20] Cervantes- Jiménez, M., & León-Castañeda, E. (2012). Estimación de la función de utilidad del consumidor ecuatoriano en el año 2012. <https://revistas.uta.edu.ec/erevista/index.php/bcoyu/article/view/658>
- [21] Labiano, J. M. Z. (2002). ¿Por qué es preferible la función de demanda marshalliana a la de Walras? *Cuadernos de Ciencias Económicas y Empresariales*, 42, 111-124.
- [22] Jayathilaka, R., Jayawardhana, C., Embogama, N., Jayasooriya, S., Karunaratna, N., Gamage, T., & Kuruppu, N. (2022). Gross domestic product and logistics performance index drive the world trade: A study based on all continents. *PLOS ONE*, 17(3), e0264474. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0264474>
- [23] Zungu, L. T., & Greyling, L. (2021). Government size and economic growth in African emerging economies: Does the BARS curve exist? *International Journal of Social Economics*, 49(3), 356-371. <https://doi.org/10.1108/IJSE-01-2021-0016>
- [24] Chen, X., Tang, C., Li, Z., Qi, L., Chen, Y., & Chen, S. (2020). A Pricing Approach Toward Incentive Mechanisms for Participant Mobile Crowdsensing in Edge Computing. *Mobile Networks and Applications*, 25(4), 1220-1232. <https://doi.org/10.1007/s11036-020-01538-y>
- [25] Alkaabneh, F., Diabat, A., & Elhedhli, S. (2019). A Lagrangian heuristic and GRASP for the hub-and-spoke network system with economies-of-scale and congestion. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 102, 249-273. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2018.12.011>
- [26] Urbano, D., & Aparicio, S. (2016). Entrepreneurship capital types and economic growth: International evidence. *Technological Forecasting and Social Change*, 102, 34-44. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2015.02.018>
- [27] Impact of coffee exports on economic growth in Ethiopia; An empirical investigation. (2022). <https://www.tandfonline.com/doi/epdf/10.1080/23322039.2022.2041260?needAccess=true&role=button>
- [28] Tran, D. N. L., Nguyen, T. D., Pham, T. T., Rañola, R. F., & Nguyen, T. A. (2021). Improving Irrigation Water Use Efficiency of Robusta Coffee (*Coffea canephora*) Production in Lam Dong Province, Vietnam. *Sustainability*, 13(12), Art. 12. <https://doi.org/10.3390/su13126603>
- [29] Wambua, D. M., Gichimu, B. M., & Ndirangu, S. N. (2021). Smallholder Coffee Productivity as Affected by Socioeconomic Factors and Technology Adoption. *International Journal of Agronomy*, 2021, 1-8. <https://doi.org/10.1155/2021/8852371>
- [30] Lukač, Zrinka. 2023. «Optimal Taxation of a Perfectly Competitive Firm with Cobb–Douglas Production Function as a Bilevel Programming Problem». *Central European Journal of Operations Research* 31(3):891-909. doi: 10.1007/s10100-022-00832-2.
- [31] Goldaracena, Oscar Daniel Licandro. 2023. «Voluntariado corporativo: definición y relación con la Responsabilidad Social Empresarial». *Retos* 13(25):107-21. doi: 10.17163/ret.n25.2023.07.
- [32] Paz Soldán, M., & Villarreal, J. (2009). LA Elasticidad Precio DE LA Demanda PARA Algunos Productos—Embajada del Reino de los Países Bajos. *StuDocu*. <https://www.studocu.com/ec/document/universidad-de-guayaquil/economia-politica/la-elasticidad-precio-de-la-demanda-para-algunos-productos/3448125>
- [33] Simón, C. B., Cortés, J. C., Rodríguez, D. M., Quiles, A. N., & Micó, R. J. V. (2019). Un modelo de oferta y demanda con incertidumbre. *Modelling in Science Education and Learning*, 12(1), 111-122. <https://doi.org/10.4995/mse.2019.10897>
- [34] Katz, D., & Kahn, R. (1986). *Psicología Social de la Organización*. Trillas.
- [35] Ordoñez-Avila, Jose Luis, y Martin G. Martínez-Rangel. 2022. «Proposed Open Systems Model and Intelligent Agriculture in Coffee Farms within the Harvesting Process». en *Proceedings of the 2nd LACCEI International Multiconference on Entrepreneurship, Innovation and Regional Development (LEIRD 2022): “Exponential Technologies and Global Challenges: Moving toward a new culture of entrepreneurship and innovation for sustainable development”*. Latin American and Caribbean Consortium of Engineering Institutions.
- [36] Ordoñez-Avila, Jose Luis, Maria Elena Perdomo, Darwin Barahona, Hector Perdomo, Givanildo Sosa, y Martin G. Martínez-Rangel. 2022. «Proposed Model for Coffee Cooperative in Santa Bárbara, Honduras». en *Proceedings of the 2nd LACCEI International Multiconference on Entrepreneurship, Innovation and Regional Development (LEIRD 2022): “Exponential Technologies and Global Challenges: Moving toward a new culture of entrepreneurship and innovation for sustainable development”*. Latin American and Caribbean Consortium of Engineering Institutions.
- [37] Trejo-Pech, Carlos Omar, Roselia Servín-Juárez, y Álvaro Reyes-Duarte. 2023. «What sets cooperative farmers apart from non-cooperative farmers? A transaction cost economics analysis of coffee farmers in Mexico». *Agricultural and Food Economics* 11(1):14. doi: 10.1186/s40100-023-00256-9.
- [38] Bobadilla-Calderón, José, Claudia Martinez-Flores, y Claudia Leon-Chavarri. 2022. «Implementation of Integrated Autonomous Maintenance and Standard Work to improve the productivity in post-harvest production: Case study of a Peruvian coffee farm». en *Proceedings of the 20th LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education and Technology: “Education, Research and Leadership in Post-pandemic Engineering: Resilient, Inclusive and Sustainable Actions”*. Latin American and Caribbean Consortium of Engineering Institutions.