

Copper Monthly Price Forecast with Time Series Models

Jairo Jhonatan Marquina-Araujo,¹ Marco Antonio Cotrina-Teatino, Dr.¹, Eduardo Manuel Noriega Vidal, MSc.¹, Solio Marino Arango Retamozo, Dr.¹, Juan Antonio Vega-Gonzales, Dr.², Aldo Roger Castillo Chung, MSc.², Hans Roger Portilla Rodriguez, MSc.³

¹Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad Nacional de Trujillo, Perú, h2223400318@unitru.edu.pe, mcotrinat@unitru.edu.pe, emnoriegav@unitru.edu.pe, sarango@unitru.edu.pe,

²Departamento de Ingeniería Metalúrgica, Universidad Nacional de Trujillo, Perú, jvega@unitru.edu.pe, alrocas@unitru.edu.pe,

³Departamento de Ciencias, Universidad Privada del Norte, Perú, hans.portilla@upn.pe

Abstract- The objective of this research was to find the forecast price of copper in \$/lb for the month of September 2022. The research design was quantitative with a predictive scope, real information on monthly copper prices since September 2020 was used to August 2022. The models used as time series forecasting methods were moving average forecasting, weighted moving average, simple exponential smoothing, Holt exponential smoothing, and Winters exponential smoothing. The adjustment of the methods to the original model used the coefficient of determination (R²) and the mean absolute percentage error (MAPE) as a measure of precision. The result indicated that the best method is simple exponential smoothing, where the forecast copper price for September 2022 was \$3.60/lb, the mean absolute percentage error (MAPE) was 4.4% and the coefficient of determination (R²) was 0.86. Finally, it is concluded that with the time series forecasting methods it is possible to forecast the price of copper.

Keywords: Coefficient, Mistake, Forecast, Time series, exponential smoothing

Digital Object Identifier (DOI):

<http://dx.doi.org/10.18687/LEIRD2022.1.1.6>

ISBN: 978-628-95207-3-6 ISSN: 2414-6390

Pronóstico del precio mensual de Cobre con Modelos de Series de Tiempo

Jairo Jhonatan Marquina-Araujo,¹ Marco Antonio Cotrina-Teatino, Dr.¹, Eduardo Manuel Noriega Vidal, MSc.¹, Solio Marino Arango Retamozo, Dr.¹, Juan Antonio Vega-Gonzales, Dr.², Aldo Roger Castillo Chung, MSc.², Hans Roger Portilla Rodriguez, MSc.³

¹Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad Nacional de Trujillo, Perú, h2223400318@unitru.edu.pe, mcotrinat@unitru.edu.pe, emnoriegav@unitru.edu.pe, sarango@unitru.edu.pe,

²Departamento de Ingeniería Metalúrgica, Universidad Nacional de Trujillo, Perú, jvega@unitru.edu.pe, alrocas@unitru.edu.pe,

³Departamento de Ciencias, Universidad Privada del Norte, Perú, hans.portilla@upn.pe

Resumen– El objetivo de esta investigación fue encontrar el precio pronosticado de cobre en \$/lb para el mes de setiembre de 2022. El diseño de la investigación fue cuantitativo con un alcance predictivo, se utilizó información real de los precios de cobre mensuales desde setiembre de 2020 a agosto de 2022. Los modelos que se emplearon como métodos de predicción de series de tiempo fueron el pronóstico por promedio móvil, promedio móvil ponderado, suavizado exponencial simple, suavizado exponencial de Holt y suavizado exponencial de Winters. El ajuste de los métodos al modelo original utilizó el coeficiente de determinación (R^2) y como medida de precisión al error porcentual absoluto medio (MAPE). El resultado indicó que el mejor método es de suavización exponencial simple, donde el precio pronosticado de cobre para setiembre de 2022 fue 3.60 \$/lb, el porcentaje de error absoluto medio (MAPE) fue 4.4% y el coeficiente de determinación (R^2) fue de 0.86. Finalmente, se concluye que con los métodos de predicción de series de tiempo es posible pronosticar el precio de cobre.

Palabras clave: Coeficiente, Error, Pronóstico, Serie de tiempo, Suavizado exponencial

I. INTRODUCCIÓN

En el Perú, en marzo de 2022, 4 metales registraron un aumento en su cotización respecto al mismo mes del año 2021, el cobre obtuvo un incremento (+13,7%); el oro (+13,1%); zinc (+42,6%) y plomo (+20,3%). El precio del cobre en marzo logró un incremento de 3,0% en comparación al mes anterior, la cotización cuprífera mantuvo su tendencia creciente [1]. Por ello es necesario realizar el pronóstico del precio de cobre en \$/lb para el mes de setiembre con uso de series de tiempo.

La serie de tiempo es el conjunto de datos que son recopilados a lo largo del tiempo [2] los datos de series de tiempo tienen dos propósitos; el primero es de analizar las características de los datos, como estacionalidad, ciclos, tendencias y variaciones [3]. La segunda es analizar las

características estructurales y predecir los valores en series temporales futuras [3].

El pronóstico de series de tiempo es una tarea muy utilizada en los diversos campos como negocios [4]; energía [5]; medio ambiente [6]; precio de acciones [7]; ciencias de la computación [8]; ingeniería [9] y epidemia [10]. Su objetivo es determinar el resultado más probable de una variable, con el propósito de tomar buenas decisiones en la planificación y control orientadas a los requerimientos del mercado [11]. Existen modelos de pronóstico de series de tiempo, lo cual se clasifican en 2 categorías: métodos clásicos y los métodos de aprendizaje automático. El modelo de media móvil y suavización exponencial pertenecen al método clásico en donde se hace uso de la estadística [12].

Realizar el cálculo de un pronóstico siempre va a presentar errores, y se requiere minimizar los errores y así optar por el mejor método de pronóstico. Por ello, existen las medidas de precisión del pronóstico [13], las cuales se usan para poder analizar qué tan eficaz es un pronóstico a través del cálculo de su precisión con respecto a los valores reales, es decir, la precisión de error de un modelo se puede probar comparando los valores reales con los valores pronosticados [14], existen diferentes medidas de precisión del pronóstico, pero se recomienda el uso del error cuadrático medio y del porcentaje de error medio absoluto (MAPE), este último tiene la ventaja de no ser afectado por los cambios de escala en la variable [15].

Este trabajo se estructura de la siguiente manera. La sección 2 presenta los materiales y métodos, la sección 3 se presenta los resultados, la sección 4 concluye el documento.

II. MATERIALES Y MÉTODOS

El presente estudio fue cuantitativo, básico y estuvo basado en un análisis de series de tiempo correspondiente al periodo entre setiembre de 2020 a agosto de 2022. Se utilizó la información de precios de cobre en \$/lb obtenidas de precios de los metales de [16]. También el estudio fue generado por las diferentes revistas científicas obtenidas de diferentes fuentes bibliográficas.

Digital Object Identifier (DOI):
<http://dx.doi.org/10.18687/LEIRD2022.1.1.6>
ISBN: 978-628-95207-3-6 ISSN: 2414-6390

Las muestras están constituidas por precios mensuales de cobre en \$/lb desde setiembre de 2020 hasta agosto de 2022, véase la tabla I.

TABLA I
 PRECIOS MENSUALES DE COBRE EN \$/LB DESDE SETIEMBRE
 2020 HASTA AGOSTO 2022

Fecha	Precio Cu (\$/lb)	Fecha	Precio Cu (\$/lb)	Fecha	Precio Cu (\$/lb)
09-2020	3.05	05-2021	4.62	01-2022	4.43
10-2020	3.04	06-2021	4.36	02-2022	4.51
11-2020	3.20	07-2021	4.28	03-2022	4.64
12-2020	3.52	08-2021	4.24	04-2022	4.62
01-2021	3.62	09-2021	4.23	05-2022	4.25
02-2021	3.84	10-2021	4.44	06-2022	4.10
03-2021	4.09	11-2021	4.43	07-2022	3.42
04-2021	4.24	12-2021	4.33	08-2022	3.60

A. Métodos y técnicas

[17] Indican que “para que se disminuya el grado de incertidumbre de las grandes, medianas o pequeñas organizaciones se debe crear pronósticos confiables y muy precisos, partiendo de la intuición o la experiencia necesaria para priorizar decisiones y satisfacer la necesidad en la planificación”.

Existen 3 modelos de pronóstico de series de tiempo: el modelo casual, cualitativo e histórico. En cuanto al modelo casual, estos tienden a aceptar un factor en donde hace que las predicciones tengan una causa y un efecto para una o muchas variables independientes. El objetivo de este modelo es detallar la relación que existe entre variables y así poder usarlo en valores futuros. Los modelos casuales u ocasionales que más se utilizan son: técnicas econométricas y las técnicas de regresión. En cuanto a los modelos cualitativos, “estos usan la intuición, el juicio, técnicas comparativas o encuestas para poder producir estimaciones en modo cuantitativas del futuro” [18].

Los modelos de proyección histórica “se usan cuando existen una data histórica, este método de serie temporal predice los valores de una variable de interés centrándose en los datos históricos de dicha variable, asumiendo que ese patrón continuara en el futuro” [19].

El modelo de pronóstico de series de tiempo basado en datos históricos incluye un método analítico, determinar variaciones estacionales y tendencias. Así, cuando se trabaja con series temporales, una de las cuestiones más interesantes que se debe de realizar un investigador es ¿Cuál es el proceso de generación de datos del que proviene la muestra estudiada? Por lo general, en este método se consideran 4 componentes importantes: la tendencia, el componente cíclico, el componente aleatorio y por último el componente estacional [20].

Los datos pronosticados que se obtienen y que son muy preciso a corto plazo parten de un supuesto en donde se conserva la tendencia que se ha producido. Estos incluyen métodos de predicción de series de tiempo basados en variaciones aleatorias en donde se dividen en dos grupos:

atenuación pos-promedios simples (media móvil y media móvil ponderado) y la atenuación por alisado exponencial (suavizado exponencial simple, suavizado exponencial doble o de Holt y el suavizado exponencial triple o de Winter).

1) Método de promedio móvil

El método de media móviles es recomendable usar siempre y cuando la tendencia es casi inexistente, asimismo este método tiene diferentes usos en la descomposición de series para poder detectar tendencias, reducir el efecto aleatorio y eliminar la estacionalidad, este modelo se conoce como (Moving Average) MA en sus siglas en inglés.

[17] indica que el método del promedio móvil es una técnica adecuada para usar cuando el entorno en el que existe no cambia y las fuerzas en de la serie que se va a predecir se han estabilizado.

Es recomendable usar un “k” grande cuando existen fluctuaciones infrecuentes y amplias en la serie y usar un “k” pequeño para cambios repentinos en el nivel de la serie. La relación con el enfoque intuitivo se representa con la terminología estándar MA (1) donde 1 es el número de periodos usados en la determinación de la media. La media móvil está dada por la suma de los últimos “k”, en su versión más simple se puede describir matemáticamente como se observa en la ecuación (1).

$$F_{t+1} = \frac{1}{k} \sum_{i=t-k+1}^t y_i \quad (1)$$

Donde F_{t+1} es el valor de pronóstico (forecast) para el periodo $t+1$; k es el indicador de periodos que se desea examinar en el promedio móvil y y_i se refiere al valor real en el periodo t.

2) Método de promedio ponderado

El método de media móvil ponderada se considera una gran alternativa para poder hacer frente a la diversa problemática de la tendencia en el uso de las series ponderadas.

Este método usa diferentes pesos, donde se da mayor importancia a las recientes observaciones, estas ponderaciones pueden reflejar consideraciones de estacionalidad, este método está expresado matemáticamente como se observa en la ecuación (2).

$$F_{t+1} = WMA_t = \sum_{i=0}^{n-1} W_i * X_{t-1} \quad ; \quad t > n \quad (2)$$

Donde F_{t+1} es el valor pronosticado en el periodo $t+1$; n representa la cantidad de periodos usados y W_i representa la ponderación del i-esimo periodo.

3) Método de suavización exponencial simple

“Es un método de media móvil ponderada y está basado en el análisis de los errores de pronóstico” [21].

Como el método de suavización exponencial simple está basado en media móvil ponderado se puede indicar que en este método van a declinar exponencialmente las ponderaciones, indicando que los datos más recientes son más importantes que los otros datos. Así mismo este método usa una constante de suavización (α) en donde su rango está comprendido entre 0 y 1, lo cual puede obtenerse subjetivamente u optimizarse. Este método se representa matemáticamente como se observa en la ecuación (3).

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(Y_t - F_t) \quad (3)$$

Donde F_{t+1} es el valor pronostico (forecast) en el periodo $t+1$, F_t es el pronóstico de los datos en el periodo t , y_t son los datos reales obtenidos de la data histórica y α es un coeficiente de suavización exponencial.

Como este método es un modelo lineal, existen errores que consiste en calcular la diferencia que hay entre el valor pronosticado y el valor real de los datos dados. La ecuación (4) es la que se utiliza para calcular el error.

$$Error = F_t + 1 - Y_t \quad (4)$$

El objetivo es reducir el error total del modelo, donde sería equivalente a la siguiente función.

Error porcentual absoluto medio (MAPE): Es el promedio de los valores absolutos porcentuales de los errores de pronóstico.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{e_i}{x_i} \right| \quad (5)$$

Con respecto al error, MAPE claramente siempre tiene que ser positivo (+).

4) Métodos de suavización exponencial de Holt

“El método de suavización exponencial doble o de Holt es la primera extensión del suavizado exponencial simple, este método permite tener en cuenta las tendencias, lo cual ajusta las predicciones esperadas para estimar cualquier tendencia ya sea descendente o ascendente, el método de Holt usa valores muy recientes en la serie de tiempo” [21]

Este método determina por una ecuación la serie suavizada y por otra ecuación la estimación de la tendencia, ambas ecuaciones generan el cálculo del valor de pronóstico de datos.

En la ecuación (6) se expresa matemáticamente la fórmula de cálculo de valor suavizado.

$$F_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(F_{t-1} + T_{t-1}) \quad (6)$$

Donde F_t es el valor suavizado para el periodo t , α representa la constante de alisado para el nivel de la serie, X_t es el valor real de datos en el periodo t , T_t representa el factor de la tendencia de la serie en un periodo $t-1$.

En la ecuación (7) se expresa matemáticamente la fórmula de cálculo de factor de tendencia.

$$T_t = \beta(F_t - F_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (7)$$

Donde T_t es el factor de tendencia de la serie en periodo t , β representa la constante de alisado para la tendencia, F_t es el valor suavizado en el periodo t , F_{t-1} es el valor suavizado exponencial en el periodo $t-1$ y T_{t-1} es el factor de tendencia en el periodo $t-1$.

Para calcular el valor de pronóstico se utiliza la ecuación (8).

$$H_{t+1} = F_t + mT_t \quad (8)$$

Donde H_t es el valor pronosticado en el periodo t , F_t indica el valor suavizado exponencialmente para un periodo t , m representa el número de periodos hasta donde se quiere predecir y T_t es el factor de tendencia para la serie en el periodo t .

5) Método de suavización exponencial de Winters

El método de suavización exponencial triple o de Winters es la segunda extensión del modelo básico de suavización exponencial, este modelo intenta dar una explicación a fenómenos de estacionalidad en los datos a trabajar, este factor puede considerarse multiplicativo o aditivo en la cual en la práctica tiene más sentido el factor multiplicativo, el método de Winters está basado en el método de Holt, porque plantea una aproximación al problema basado en la técnica de suavización. Este método utiliza 3 constantes (α , β , γ) y 4 ecuaciones para calcular el valor pronosticado.

La ecuación (9) expresa matemáticamente la fórmula para calcular el nivel de la serie sin estacionalidad ni tendencia.

$$F_t = \alpha \frac{X_t}{S_{t-p}} + (1 - \alpha)(F_{t-1} + T_{t-1}) \quad (9)$$

La ecuación (10) expresa matemáticamente la fórmula para calcular el factor de tendencia.

$$T_t = \beta(F_t - F_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (10)$$

La ecuación (11) expresa matemáticamente la fórmula para calcular el factor de estacionalidad.

$$S_t = \gamma \frac{X_t}{F_t} + (1 - \gamma)S_{t-p} \quad (11)$$

La ecuación (12) expresa matemáticamente la fórmula para calcular el valor de pronóstico ofrecida por el método de Winters.

$$W_{t+m} = (F_t + mT_t)S_{t+m-p} \quad (12)$$

Para las diferentes ecuaciones matemáticas desde la (9) a la (12) se utilizan los datos que son representados por F_t es el nivel de la serie sin estacionalidad, X_t representa el valor real de datos en el periodo t , (α , β , γ) son constantes de suavización, S_t es el factor de estacionalidad para el periodo t , p es el número de periodos donde aparece la estacionalidad y T_{t-1} es el factor de tendencia para el periodo $t-1$, m es el número de periodos a predecir y W_{t-m} es la predicción ofrecida por el método de Winters.

III. RESULTADOS

El pronóstico de precios de cobre para el mes de setiembre del año 2022 se realizó con el uso de todos los métodos de pronóstico de series de tiempo para posteriormente realizar una comparación entre resultados de los métodos usados.

A. Media móvil

En el pronóstico de precios de cobre en \$/lb aplicando el método de medias móviles, se utilizó datos para pronosticar cada 3 meses. Los resultados obtenidos se observan en la tabla II.

TABLA II
RESULTADOS DE PRONÓSTICOS DE PRECIO DE CU REALIZADOS CON EL MÉTODO DE PROMEDIO MÓVIL

Fecha	Precio Cu (\$/lb)	Pronóstico	Error	Abs. (error/precio Cu)
09-2020	3.05			
10-2020	3.04			
11-2020	3.20			
12-2020	3.52	3.10	0.42	0.12
01-2021	3.62	3.25	0.36	0.10
02-2021	3.84	3.45	0.39	0.10
03-2021	4.09	3.66	0.43	0.11
04-2021	4.24	3.85	0.39	0.09
05-2021	4.62	4.05	0.57	0.12
06-2021	4.36	4.31	0.05	0.01
07-2021	4.28	4.41	-0.13	0.03
08-2021	4.24	4.42	-0.18	0.04
09-2021	4.23	4.30	-0.07	0.02
10-2021	4.44	4.25	0.19	0.04
11-2021	4.43	4.30	0.13	0.03
12-2021	4.33	4.37	-0.03	0.01
01-2022	4.43	4.40	0.04	0.01
02-2022	4.51	4.40	0.11	0.03
03-2022	4.64	4.43	0.22	0.05
04-2022	4.62	4.53	0.09	0.02
05-2022	4.25	4.59	-0.34	0.08
06-2022	4.10	4.50	-0.41	0.10
07-2022	3.42	4.32	-0.91	0.27
08-2022	3.60	3.92	-0.33	0.09
09-2022		3.70		

El cálculo de la medida de precisión y el coeficiente de determinación se observan en la tabla III.

TABLA III
ERRORES CALCULADOS EN EL MODELO DE PROMEDIOS MÓVILES

Error	
Error Porcentual Medio Absoluto (MAPE)	0.07
Coefficiente de determinación (R ²)	0.89

La Fig. 1 muestra la relación que existe entre los precios pronosticados de cobre por el método de promedio móvil; con los precios reales obtenidos de una data histórica.

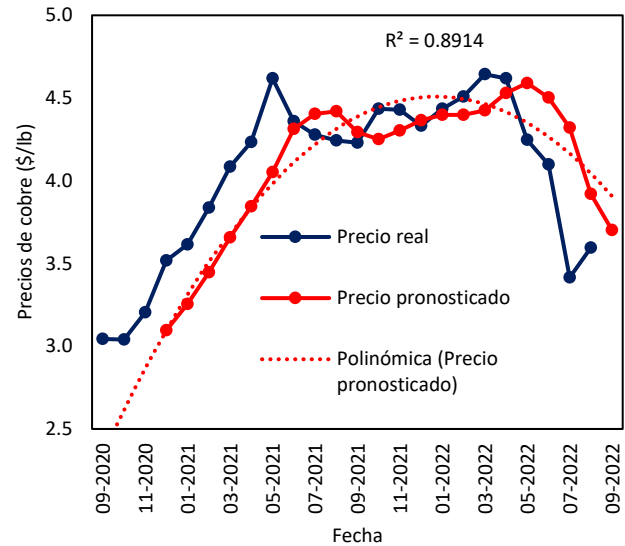


Fig. 1 Dispersión de precios de cobre (\$/lb) pronosticados con método de promedio móvil

Utilizando el método de pronóstico de tiempo por promedio móvil se obtuvo que en el mes de setiembre se tendrá un precio de cobre de 3.70 \$/lb con un error porcentual medio absoluto de 0.07 lo cual representa el 7%, también se tuvo el coeficiente de determinación (R^2) que fue 0.89 lo que da entender que los datos pronosticados se ajustan en 89% a los datos reales.

B. Promedio móvil ponderado

Para poder realizar el pronóstico de precio de cobre en \$/lb con este método es necesario tener una ponderación a 3 periodos (al más reciente, al segundo periodo y al tercer periodo), en este caso, se realizó una optimización de las ponderaciones para obtener el menor error posible lo cual fue con ayuda de Solver en Microsoft Excel, los resultados de las ponderaciones se observan en la tabla IV.

TABLA IV
PONDERACIONES PARA OBTENER EL MENOR ERROR POSIBLE

Periodo	W
Más reciente (1)	0.00
Segundo periodo (2)	0.00
Tercer Periodo (3)	1.00
Total	1.00

Nota: W es el valor de ponderación, la suma de los periodos tiene que ser 1, se realizó con ayuda de Solver de Excel.

El valor de pronóstico de precio de cobre en \$/lb en el mes de setiembre se muestra en la tabla V.

TABLA V
RESULTADOS DE PRONÓSTICOS DE PRECIO DE CU REALIZADOS
CON EL MÉTODO DE PROMEDIO MÓVIL PONDERADO.

Fecha	Precio Cu (\$/lb)	Pronóstico	Error	Abs. (error/precio Cu)
09-2020	3.05			
10-2020	3.04			
11-2020	3.20			
12-2020	3.52	3.20	0.31	0.09
01-2021	3.62	3.52	0.10	0.03
02-2021	3.84	3.62	0.22	0.06
03-2021	4.09	3.84	0.25	0.06
04-2021	4.24	4.09	0.15	0.04
05-2021	4.62	4.24	0.39	0.08
06-2021	4.36	4.62	-0.26	0.06
07-2021	4.28	4.36	-0.08	0.02
08-2021	4.24	4.28	-0.04	0.01
09-2021	4.23	4.24	-0.02	0.00
10-2021	4.44	4.23	0.21	0.05
11-2021	4.43	4.44	-0.01	0.00
12-2021	4.33	4.43	-0.10	0.02
01-2022	4.43	4.33	0.10	0.02
02-2022	4.51	4.43	0.08	0.02
03-2022	4.64	4.51	0.13	0.03
04-2022	4.62	4.64	-0.03	0.01
05-2022	4.25	4.62	-0.37	0.09
06-2022	4.10	4.25	-0.15	0.04
07-2022	3.42	4.10	-0.68	0.20
08-2022	3.60	3.42	0.18	0.05
09-2022		3.60		

El cálculo de la medida de precisión y el coeficiente de determinación se observan en la tabla VI.

TABLA VI
ERRORES CALCULADOS EN EL MODELO DE PROMEDIO MÓVIL
PONDERADO

Error	
Error Porcentual Medio Absoluto (MAPE)	0.05
Coefficiente de determinación (R ²)	0.78

La Fig. 2 muestra la relación que existe entre los precios pronosticados de cobre por el método de promedio móvil ponderado; con los precios reales obtenidos de una data histórica.

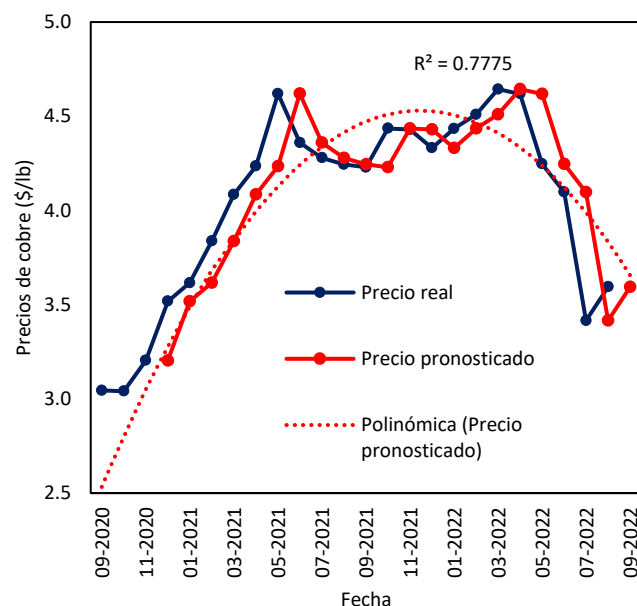


Fig. 2 Dispersión de precios de cobre (\$/lb) pronosticados con método de promedio móvil ponderado

Utilizando el método de pronóstico de tiempo por promedio móvil ponderado, se obtuvo que en el mes de setiembre se tendrá un precio de cobre de 3.60 \$/lb con un error porcentual medio absoluto de 0.05 lo cual representa el 5%, también se tuvo el coeficiente de determinación (R^2) que fue 0.78 lo que da entender que los datos pronosticados se ajustan en 78% a los datos reales.

C. Suavización exponencial simple

Para poder realizar el pronóstico de precios de cobre del mes de setiembre con este método, es necesario tener una constante de suavización (α), para ello se utilizó Solver de Microsoft Excel para poder encontrar la constante con el objetivo de que mis errores sean los mínimos, por ello el valor de la constante de suavización se observa en la tabla VII.

TABLA VII
CONSTANTE DE SUAVIZACIÓN

Constante	
Constante de suavización (α)	1.00

Los resultados obtenidos del pronóstico de precio de cobre en \$/lb del mes de setiembre se observa en la tabla VIII.

TABLA VIII
RESULTADOS DE PRONÓSTICOS DE PRECIO DE CU REALIZADOS
CON EL MÉTODO DE SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL SIMPLE.

Fecha	Precio Cu (\$/lb)	Pronóstico	Error	Abs. (error/precio Cu)
09-2020	3.05	3.05		
10-2020	3.04	3.05	-0.00	0.00
11-2020	3.20	3.04	0.16	0.05
12-2020	3.52	3.20	0.31	0.09
01-2021	3.62	3.52	0.10	0.03
02-2021	3.84	3.62	0.22	0.06
03-2021	4.09	3.84	0.25	0.06

04-2021	4.24	4.09	0.15	0.04
05-2021	4.62	4.24	0.39	0.08
06-2021	4.36	4.62	-0.26	0.06
07-2021	4.28	4.36	-0.08	0.02
08-2021	4.24	4.28	-0.04	0.01
09-2021	4.23	4.24	-0.02	0.00
10-2021	4.44	4.23	0.21	0.05
11-2021	4.43	4.44	-0.01	0.00
12-2021	4.33	4.43	-0.10	0.02
01-2022	4.43	4.33	0.10	0.02
02-2022	4.51	4.43	0.08	0.03
03-2022	4.64	4.51	0.13	0.01
04-2022	4.62	4.64	-0.03	0.09
05-2022	4.25	4.62	-0.37	0.04
06-2022	4.10	4.25	-0.15	0.20
07-2022	3.42	4.10	-0.68	0.05
08-2022	3.60	3.42	0.18	0.04
09-2022		3.60		

El cálculo de la medida de precisión y el coeficiente de determinación se observan en la tabla IX.

TABLA IX
ERRORES CALCULADOS EN EL MODELO DE SUAVIZACIÓN
EXPONENCIAL SIMPLE

Error	
Error Porcentual Medio Absoluto (MAPE)	0.04
Coefficiente de determinación (R ²)	0.86

La Fig. 3 muestra la relación que existe entre los precios pronosticados de cobre por el método de suavizado exponencial simple; con los precios reales obtenidos de una data histórica.

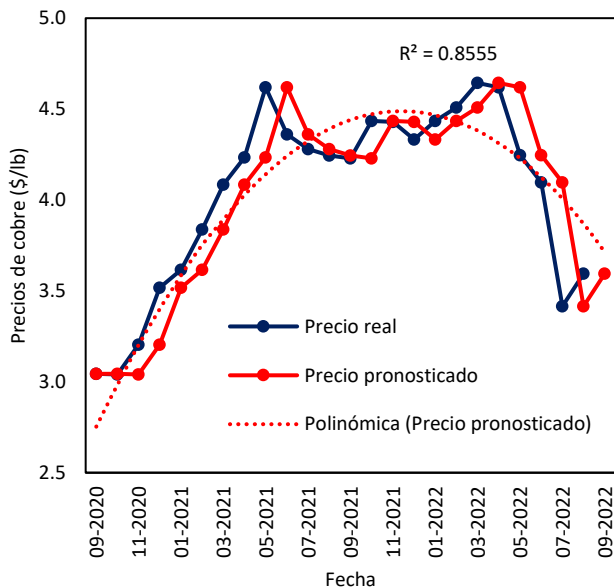


Fig. 3 Dispersión de precios de cobre (\$/lb) pronosticados con método de suavización exponencial simple.

Utilizando el método de pronóstico de tiempo por suavización exponencial simple, se obtuvo que en el mes de setiembre se tendrá un precio de cobre de 3.60 \$/lb con un

error porcentual medio absoluto de 0.04 lo cual representa el 4%, también se tuvo el coeficiente de determinación (R²) que fue 0.86 lo que da entender que los datos pronosticados se ajustan en 86% a los datos reales.

D. Suavización Exponencial de Holt

Para poder realizar el pronóstico de precios de cobre del mes de setiembre con este método, es muy necesario tener una constante de suavización (α) y una constante de tendencia (β), para ello se utilizó Solver de Microsoft Excel para poder encontrar el valor de las constantes con el objetivo de que mi porcentaje de error absoluto medio sea mínimo, por ello los valores de las constantes se observa en la tabla X.

TABLA X
CONSTANTE DE SUAVIZACIÓN Y DE TENDENCIA

Constante	
Constante de suavización (α)	0.54
Constante de tendencia (β)	0.46

Los resultados obtenidos del pronóstico de precio de cobre en \$/lb del mes de setiembre se observa en la tabla XI.

TABLA XI
RESULTADOS DE PRONÓSTICOS DE PRECIO DE CU REALIZADOS
CON EL MÉTODO DE SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL DE HOLT

Fecha	Precio Cu (\$/lb)	Pronóstico	Error	Abs. (error/precio Cu)
09-2020	3.05			
10-2020	3.04	5.05	2.00	0.66
11-2020	3.20	4.12	0.92	0.29
12-2020	3.52	3.75	0.23	0.07
01-2021	3.62	3.77	0.16	0.04
02-2021	3.84	3.79	-0.05	0.01
03-2021	4.09	3.93	-0.16	0.04
04-2021	4.24	4.13	-0.10	0.02
05-2021	4.62	4.29	-0.33	0.07
06-2021	4.36	4.62	0.26	0.06
07-2021	4.28	4.50	0.22	0.05
08-2021	4.24	4.37	0.12	0.03
09-2021	4.23	4.29	0.06	0.01
10-2021	4.44	4.24	-0.19	0.04
11-2021	4.43	4.39	-0.04	0.01
12-2021	4.33	4.45	0.10	0.02
01-2022	4.43	4.37	-0.07	0.02
02-2022	4.51	4.42	-0.09	0.02
03-2022	4.64	4.50	-0.15	0.03
04-2022	4.62	4.63	0.01	0.00
05-2022	4.25	4.64	0.40	0.09
06-2022	4.10	4.35	0.25	0.06
07-2022	3.42	4.13	0.72	0.21
08-2022	3.60	4.53	-0.06	0.02
09-2022		3.50		

El cálculo de la medida de precisión y el coeficiente de determinación se observan en la tabla XII.

TABLA XII
ERRORES CALCULADOS EN EL MODELO DE SUAVIZACIÓN
EXPONENCIAL DE HOLT

Error	
Error Porcentual Medio Absoluto (MAPE)	0.08
Coefficiente de determinación (R ²)	0.15

La Fig. 4 muestra la relación que existe entre los precios pronosticados de cobre por el método de suavizado exponencial de Holt; con los precios reales obtenidos de una data histórica.

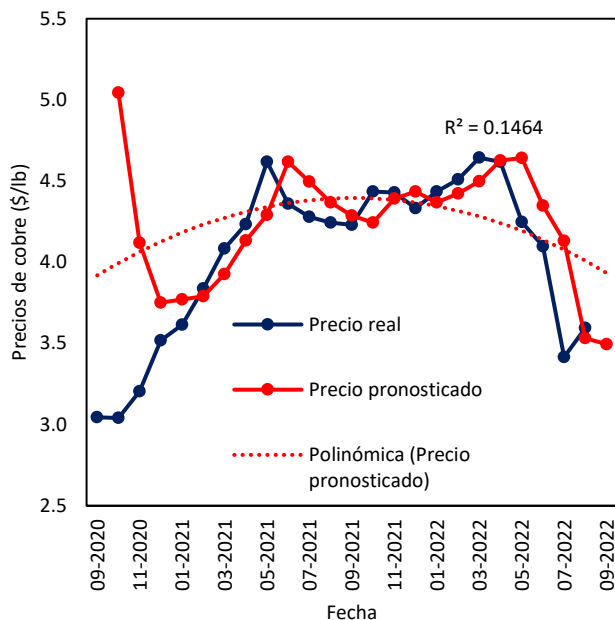


Fig. 4 Dispersión de precios de cobre (\$/lb) pronosticados con método de suavización exponencial de Holt.

Utilizando el método de pronóstico de tiempo por suavización exponencial de Holt se obtuvo que en el mes de setiembre se tendrá un precio del cobre en \$/lb de 3.50 con un error porcentual medio de 0.08 lo cual representa el 8%, también se tuvo el coeficiente de determinación (R^2) que fue 0.15 lo que da entender que los datos pronosticados se ajustan en 15% a los datos reales.

E. Suavización Exponencial de Winters

Para poder realizar el pronóstico de precios de cobre del mes de setiembre con este método, es necesario tener una constante de suavización (α), una constante de tendencia (β) y constante de estacionalidad (γ) para ello se utilizó Solver de Microsoft Excel para poder encontrar el valor de las constantes con el objetivo de que mi error porcentual absoluto medio sea mínimo, por ello los valores de las constantes se observa en la tabla XIII.

TABLA XIII
CONSTANTE DE SUAVIZACIÓN, DE TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD

Constante	
Constante de suavización (α)	1.00
Constante de tendencia (β)	0.04
Constante de estacionalidad (γ)	1.00

Los resultados obtenidos del pronóstico de precio de cobre en \$/lb del mes de setiembre se observa en la tabla XIV.

TABLA XIV
RESULTADOS DE PRONÓSTICOS DE PRECIO DE CU REALIZADOS CON EL MÉTODO DE SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL DE WINTERS

Fecha	Precio Cu (\$/lb)	Pronóstico	Error	Abs. (error/precio Cu)
09-2020	3.05	1.68	-1.37	0.45
10-2020	3.04	2.42	-0.62	0.21
11-2020	3.20	2.72	-0.48	0.15
12-2020	3.52	2.67	-0.85	0.24
01-2021	3.62	3.08	-0.53	0.15
02-2021	3.84	3.49	-0.34	0.09
03-2021	4.09	3.68	-0.40	0.10
04-2021	4.24	4.01	-0.22	0.05
05-2021	4.62	4.61	-0.01	0.00
06-2021	4.36	4.17	-0.19	0.04
07-2021	4.28	4.18	-0.10	0.02
08-2021	4.24	4.24	-0.01	0.00
09-2021	4.23	4.23	0.00	0.00
10-2021	4.44	4.61	0.17	0.09
11-2021	4.43	4.59	0.16	0.04
12-2021	4.33	4.72	0.13	0.03
01-2022	4.43	4.85	0.29	0.07
02-2022	4.51	5.08	0.35	0.08
03-2022	4.64	5.01	0.43	0.09
04-2022	4.62	4.35	0.39	0.08
05-2022	4.25	4.09	0.10	0.02
06-2022	4.10	2.90	-0.01	0.00
07-2022	3.42	3.39	-0.51	0.15
08-2022	3.60	3.38	-0.21	0.06
09-2022		3.50		

El cálculo de la medida de precisión y el coeficiente de determinación se observan en la tabla XV.

TABLA XV
ERRORES CALCULADOS EN EL MODELO DE SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL DE WINTERS

Error	
Error Porcentual Medio Absoluto (MAPE)	0.09
Coeficiente de determinación (R^2)	0.87

La Fig. 5 muestra la relación que existe entre los precios pronosticados de cobre por el método de suavizado exponencial de Winters, con los precios reales obtenidos de una data histórica.

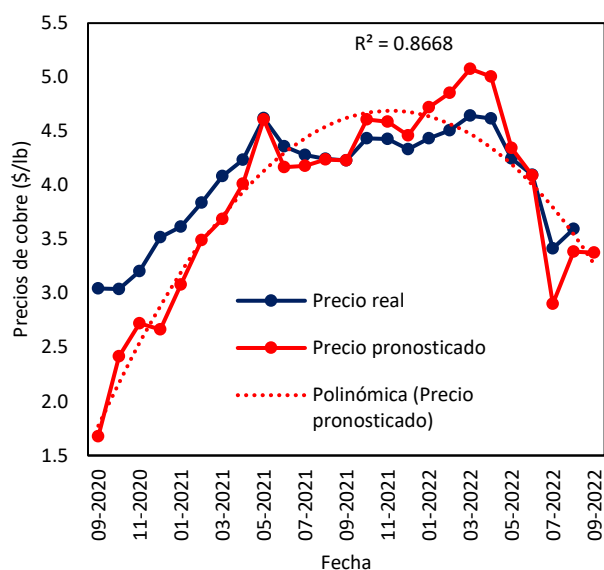


Fig. 5 Dispersión de precios de cobre (\$/lb) pronosticados con método de suavización exponencial de Winters.

Utilizando el método de pronóstico de tiempo por suavización exponencial de Winters se obtuvo que en el mes de setiembre se tendrá un precio del cobre en \$/lb de 3.38 con un error porcentual medio absoluto de 0.09 lo cual representa el 9%, también se tuvo el coeficiente de determinación (R^2) que fue 0.87 lo que da entender que los datos pronosticados se ajustan en 87% a los datos reales.

IV. CONCLUSIONES

Para pronosticar el precio de cobre en \$/lb del mes de setiembre de 2022 se emplearon cinco modelos de series temporales: promedio móvil, promedio móvil ponderado, suavizado exponencial simple, suavizado exponencial de Holt y suavizado exponencial de Winters. La comparación que se realizó entre estos modelos determinó cuál tenía menor error porcentual absoluto medio (MAPE), siendo el modelo de suavización exponencial simple que obtuvo como precio pronosticado de cobre 3.60 \$/lb y un error porcentual absoluto medio de 0.04. Este significa que el modelo de suavización exponencial simple es mejor para pronosticar precios de cobre basado en un patrón histórico.

Como trabajo futuro, se podrían emplear modelos de aprendizaje profundo, basados en Inteligencia Artificial (IA) para pronosticar precio de cobre, ya que se obtendrían pronósticos más precisos en comparación a los modelos tradicionales de series de tiempo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MINEM, "Boletín estadístico minero," Ministerio de Energía y Minas, Perú, 2022.
- [2] B. Doucoure, K. Agbossou y A. Cardenas, "Time series prediction using artificial wavelet neutral network and multi-resolution analysis: Application to wind speed data," *Renewable Energy*, vol. 92, pp. 202-211, July 2016.

- [3] K. Donghwan y B. Jun-Geol, "Bagging ensemble-based novel data generation method for univariate time series forecasting," *Expert Systems With Applications*, vol. 203, October 2022.
- [4] K. Kim, "Financial time series forecasting using support vector machines," *Neurocomputing*, vol. 55, n° 1-2, pp. 307-319, September 2003.
- [5] G. Dudek, "Neutral networks for pattern-based short-term load forecasting: A comparative study," *Neurocomputing*, vol. 205, pp. 64-74, September 2016.
- [6] R. Araújo, A. Oliveira y S. Meira, "On the problem of forecasting air pollutant concentration with morphological models," *Neurocomputing*, vol. 265, pp. 91-104, November 2017.
- [7] L. Wei, "A hybrid ANFIS model based on empirical mode decomposition for stock time series forecasting," *Applied Soft Computing*, vol. 42, pp. 368-376, May 2016.
- [8] P. Mishra y S. Karmakar, "Performance of back-propagation neural network in chaotic data time series forecasting and elevation over parametric forecast: a case study for rainfall-runoff modelling over a river basin," *Int. j. inf. tecnol.*, August 2018.
- [9] R. Werneck, et al, "Data-driven deep-learning forecasting for oil production and pressure," *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 210, March 2022.
- [10] V. Reddy y L. Zhanh, "Time series forecasting of COVID-19 transmission in Canada using LSTM networks," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 135, June 2020.
- [11] C. Menacho, "Comparación de los métodos de series de tiempo y redes neuronales," *Anales Científicos*, vol. 75, n° 2, Julio 2014.
- [12] L. Chavarria, J. Cogollo y A. Correa, "Metodología de pronóstico escalable con aprendizaje autónomo, integración en la nube y reportes automatizados," *Prospectiva*, vol. 18, n° 2, pp. 38-51, August 2020.
- [13] J. Díaz, "Precisión del pronóstico de la propagación del COVID-19 en Colombia," *Repertorio de Medicina y Cirugía*, vol. 29, n° 1, pp. 27-33, Mayo 2020.
- [14] Z. Ceylan, "Estimation of COVID-19 prevalence in Italy, Spain and France," *Science of The Total Environment*, vol. 729, August 2020.
- [15] D. Córdova y F. Santa María, "Precisión del pronóstico de la dinámica de propagación de la COVID-19 en Perú," *Horiz Med [Internet]*, vol. 20, n° 3, Julio 2020.
- [16] "Cochilco," 22 Agosto 2022. [En línea]. Available: <https://www.cochilco.cl/Paginas/Estadisticas/Bases%20de%20Datos/Precio-de-los-Metales.aspx>.
- [17] J. Hanke y D. Wichern, "Pronósticos en los negocios," Octava ed., Mexico D.F: Pearson Educación, 2006.
- [18] R. H. Ballou, "Logística Administración de la cadena de suministro," Quinta ed., México D.F: Pearson Educación, 2004.
- [19] J. Masini y F. Vázquez, "Compendio de modelos cuantitativos de pronósticos," 2014.
- [20] J. Alonso y A. Arcila, "Estudios Generales," vol. 29, n° 129, pp. 406-415, October-December 2013.
- [21] R. Snyder, "Forecasting sales of slow and fast moving inventories," *European Journal of Operational Research*, vol. 140, n° 3, pp. 684-699, August 2002.