

Nonlinear Dynamic Pre-Diagnostic Analysis of Lima Metro Line 1 Using the Duffing Oscillator Model

Kevin Francis Cabezas Aquino, Saúl Sebastian Zapata Menacho, Jennyfer Marisabel Vicharra Bravo

Faculty Mentor: Edwin Cristian Julian Trujillo. M.Sc.

San Ignacio de Loyola University, Peru, edwin.julian@usil.pe

Abstract— *This paper adapts Duffing's nonlinear model to evaluate the vibration response of the slabs of Line 1 of the Lima Metro (Peru). The procedure consisted of reformulating the classical oscillator as a nonlinear autonomous system in state space and calibrating its dynamic parameters under operating conditions representative of the infrastructure. Unlike traditional linear approaches, the formulation incorporates variable stiffness and loss of dissipative capacity, enabling the analysis of stability, parametric sensitivity, and global behavior in the phase plane. From the local stability study, two quantitative indicators of vibration performance were defined: the characteristic dissipation time (τ) and the dynamic margin (MD). For the calibrated parameters, the system exhibits asymptotic stability with $\tau = 0.189$ s and $MD = 0.050$, indicating rapid dissipation but with a relatively small dynamic margin. The sensitivity analysis showed that decreasing the damping increases the dissipation time by 32%, evidencing greater persistence of residual vibrations. The proposed model links physical parameters with measurable metrics, serving as a quantitative pre-diagnostic tool in Structural Health Monitoring (SHM) systems to support railway maintenance decisions.*

Keyword— *Duffing modeling, nonlinear oscillator, structural vibrations, concrete slab, Lima Metro, stiffness, damping, phase plane, characteristic dissipation time, dynamic margin, stability.*

Pre-diagnóstico Dinámico No Lineal de la Línea 1 del Metro de Lima usando el Modelo de Duffing

Kevin Francis Cabezas Aquino, Saúl Sebastián Zapata Menacho, Jennyfer Marisabel Vicharra Bravo

Faculty Mentor: Edwin Cristian Julian Trujillo. M.Sc.

San Ignacio de Loyola University, Peru, edwin.julian@usil.pe

Resumen—Este trabajo adapta el modelo no lineal de Duffing para evaluar la respuesta vibratoria de las losas de la Línea 1 del Metro de Lima (Perú). El procedimiento consistió en reformular el oscilador clásico como un sistema autónomo no lineal en el espacio de estados y calibrar sus parámetros dinámicos a partir de condiciones operativas representativas de la infraestructura. A diferencia de los enfoques lineales tradicionales, la formulación incorpora rigidez variable y pérdida de capacidad disipativa, permitiendo analizar estabilidad, sensibilidad paramétrica y comportamiento global en el plano de fase. A partir del estudio de estabilidad local se definieron dos indicadores cuantitativos de desempeño vibratorio: el tiempo característico de disipación (τ) y el margen dinámico (MD). Para los parámetros calibrados, el sistema presenta estabilidad asintótica con $\tau = 0,189$ s y $MD = 0,050$, indicando disipación rápida, pero con margen dinámico relativamente reducido. El análisis de sensibilidad mostró que la disminución del amortiguamiento incrementa el tiempo de disipación en un 32%, evidenciando mayor permanencia de vibraciones residuales. El modelo propuesto vincula parámetros físicos con métricas medibles, planteándose como herramienta cuantitativa de pre-diagnóstico en sistemas de Monitoreo de Salud Estructural (SHM) para apoyar decisiones de mantenimiento ferroviario.

Palabra Clave —Modelado de Duffing, Oscilador no lineal, Vibraciones estructurales, Losa de concreto, Metro de Lima, Rigidez, Amortiguamiento, Plano de fase, Tiempo característico de disipación, Margen dinámico, Estabilidad.

I. INTRODUCCIÓN

Las vibraciones generadas por el paso de trenes representan un problema importante en el diseño y mantenimiento de infraestructuras ferroviarias urbanas. En la Línea 1 del Metro de Lima (Perú), sistema de viaducto elevado construido principalmente en concreto armado, las losas estructurales y sus apoyos elastoméricos están sometidos a cargas cíclicas repetitivas debido al tránsito continuo de trenes. Estas cargas pueden producir amplificación vibratoria, aumento de la demanda cíclica y deterioro progresivo del desempeño estructural, afectando tanto la durabilidad del sistema como el confort de los usuarios [1], [2].

Tradicionalmente, el análisis dinámico de estas estructuras se ha realizado mediante modelos lineales del tipo masa-resorte-amortiguador, los cuales son adecuados cuando las deformaciones son pequeñas y el comportamiento del material es esencialmente elástico. Sin embargo, cuando existen variaciones en la rigidez efectiva, desgaste de materiales o cambios en las condiciones operativas, estos modelos pueden no describir correctamente la respuesta real del sistema,

especialmente si aparecen efectos no lineales como endurecimiento o ablandamiento estructural [3], [4].

En este contexto, el oscilador no lineal de Duffing ofrece una alternativa adecuada para representar sistemas con rigidez variable sometidos a excitación dinámica. Estudios en dinámica vehículo-vía han demostrado que la inclusión de no linealidades permite describir comportamientos que no pueden capturarse con modelos estrictamente lineales [5], [6]. Entre estos efectos se encuentran cambios en la forma del plano de fase y mayor sensibilidad frente a variaciones en el amortiguamiento [7].

En el presente trabajo se adapta el modelo de Duffing al espacio de estados en R^2 con el objetivo de analizar la respuesta vibratoria de las losas de la Línea 1 del Metro de Lima. A partir del estudio del Jacobiano y sus eigenvalores, se introducen indicadores cuantitativos como el tiempo característico de disipación (τ) y el margen dinámico (MD), que permiten evaluar la estabilidad del sistema y su comportamiento frente a posibles escenarios de degradación estructural.

El procedimiento consistió en recopilar información técnica del viaducto para estimar parámetros representativos y posteriormente implementar el modelo en MATLAB para estudiar su estabilidad dinámica. De esta manera, se propone una herramienta de análisis accesible que puede apoyar la comprensión del comportamiento vibratorio y contribuir a la planificación del mantenimiento preventivo.

II. MODELO MATEMÁTICO

Para modelar la respuesta vibratoria de las losas de la Línea 1 del Metro de Lima se adopta una formulación no lineal tipo Winkler-Duffing, utilizada para representar sistemas estructurales con rigidez variable sometidos a cargas dinámicas repetitivas [5], [6].

En infraestructuras ferroviarias elevadas, la interacción losa-apoyo elastomérico puede experimentar reducción de rigidez efectiva debido a microfisuración y degradación progresiva [3], [7]. En estos escenarios, los modelos lineales tradicionales pueden subestimar la sensibilidad vibratoria del sistema. La formulación de Duffing permite incorporar explícitamente dichas no linealidades.

A. Sistema Autónomo Base

El análisis de estabilidad estructural se realiza considerando la vibración libre (sin forzamiento externo), lo

cual permite estudiar la estructura de equilibrio en el plano de fase. El modelo adoptado es:

$$x'' + \delta x' - \alpha x + \beta x^3 = 0 \quad (1)$$

Los parámetros utilizados corresponden al sistema normalizado respecto a la masa estructural equivalente.

TABLA I:
PARÁMETROS NORMALIZADOS DEL MODELO DE DUFFING
(NOTA: ELABORACIÓN PROPIA)

Parámetro	Símbolo	Valor	Interpretación Física
Amortiguamiento equivalente	δ	10,56	Capacidad disipativa del sistema losa-apoyo (controla la tasa de decaimiento exponencial).
Rigidez lineal efectiva	α	5605,6	Rigidez equivalente en estado degradado alrededor del equilibrio central.
Rigidez no lineal cúbica	β	150	Controla el endurecimiento estructural a mayores amplitudes.

La calibración del modelo se desarrolló incorporando la masa estructural equivalente disponible de la Línea 1 del Metro de Lima y complementando el amortiguamiento y parámetros de rigidez con referencias internacionales de infraestructuras ferroviarias comparables. Esta aproximación permite establecer una línea base dinámica preliminar, físicamente razonable con el sistema losa-apoyo, para evaluar la estabilidad local, el plano de fase y la sensibilidad del modelo ante posibles escenarios de degradación estructural. No obstante, al no contar aún con registros experimentales de vibración en campo, los resultados deben interpretarse como un prediagnóstico dinámico y no como una validación experimental concluyente.

Sustituyendo estos valores en la ecuación (1), el modelo numérico queda:

$$x'' + 10,56x' - 5606,6x + 150x^3 = 0 \quad (2)$$

La relación entre los parámetros lineal y no lineal determina la ubicación de los puntos de equilibrio no triviales:

$$x^* = \pm \sqrt{\frac{5605,6}{150}} \approx \pm 6,11 ;$$

valor que coincide con los puntos estables observados en los retratos de fase obtenidos en MATLAB.

B. Formulación en el Espacio de Estados

Definiendo $X = [x_1; x_2]^T = [x; x']^T$, el sistema autónomo en R^2 queda:

$$\begin{aligned} x_1' &= x_2 \\ x_2' &= 5605,6 x_1 - 150x_1^3 - 10,56x_2 \end{aligned}$$

Esta formulación permite analizar las cuencas de atracción y la disipación energética observada en el plano de fase.

Para la ejecución del modelo dinámico, se definen parámetros normalizados que rigen el comportamiento del sistema, para afrontar la ausencia de medición instrumental in situ, se ha procedido con una estimación preliminar por analogía técnica.

El origen de los datos deriva en la compatibilidad de las características de la flota ferroviaria y la infraestructura entre el Metro de Barcelona y la Línea 1 del Metro de Lima.

Los parámetros de masa estructural equivalente, rigidez y amortiguamiento estructural funcionan como una base teórica que nos permite analizar la sensibilidad del modelo de Duffing ante variaciones en la carga y el deterioro acumulado.

III. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD LOCAL

A. Puntos de Equilibrio

Igualando a cero las tasas de cambio del sistema autónomo se obtiene:

$$x_2^* = 0$$

$$x_1^*(\alpha - \beta x_1^{*2}) = 0$$

Sustituyendo los valores adoptados:

$$x^* = \pm \sqrt{\frac{5605,6}{150}} \approx \pm 6,11$$

Estos valores coinciden con los puntos de equilibrio estables observados en los retratos de fase generados numéricamente.

B. Jacobiano y Cálculo Explícito de Eigenvalores

La matriz Jacobiana evaluada en los equilibrios no triviales $E(2; 3)$ es:

$$J_{2,3} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \alpha - 3\beta x_1^2 & -\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -11211,2 & -10,56 \end{pmatrix}$$

La ecuación característica asociada es:

$$\lambda^2 + 10,56\lambda + 11211,2 = 0$$

Resolviendo explícitamente:

$$\lambda = \frac{-10,56 \pm \sqrt{(10,56)^2 - 4(11211,2)}}{2}$$

$$\lambda = -5,28 \pm 105,75i$$

C. Interpretación Dinámica

El hecho de que la parte real del eigenvalor sea negativa ($Re(\lambda) = -5,28$) confirma que el sistema es estable en los puntos $E(2; 3)$, de acuerdo con los criterios clásicos de estabilidad en sistemas amortiguados [8].

La parte imaginaria determina la frecuencia de oscilación amortiguada del sistema [9], es decir, cómo vibra la losa mientras la amplitud va disminuyendo.

A partir de la parte real se puede estimar el tiempo característico de disipación:

$$\tau = \frac{1}{|Re(\lambda)|} \approx 0,19s$$

Este valor indica que la vibración generada por una perturbación se reduce rápidamente en un intervalo corto de tiempo. En el contexto del viaducto ferroviario, esto significa que después del paso de un eje del tren, la respuesta vibratoria disminuye antes de que llegue la siguiente carga dinámica, reduciendo la posibilidad de superposición de vibraciones [10].

Sin embargo, esta capacidad de disipación depende directamente del amortiguamiento δ . Si los apoyos elastoméricos pierden capacidad disipativa con el tiempo, la parte real del eigenvalor disminuiría en magnitud, aumentando la duración de las vibraciones residuales. Esto podría incrementar la demanda cíclica sobre la losa y contribuir a procesos de fatiga estructural a largo plazo [9].

IV. RESULTADOS DEL MODELO BASE

Con los parámetros normalizados adoptados en la sección anterior, el sistema autónomo fue implementado en MATLAB para analizar su comportamiento dinámico en el plano de fase y verificar la coherencia entre el análisis analítico y la simulación numérica.

A. Plano de Fase

La Figura 1 muestra el retrato de fase correspondiente al modelo base. Se observa claramente la presencia de tres puntos de equilibrio: un punto silla en el origen y dos focos estables ubicados aproximadamente en $(-6,11; 0)$ y $(6,11; 0)$.

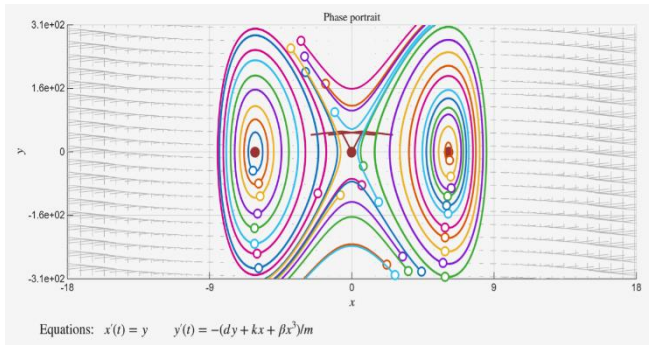


Fig. 1. Plano de fase del sistema dinámico base.

Las trayectorias generadas a partir de diferentes condiciones iniciales convergen hacia los equilibrios estables, mientras que el origen presenta comportamiento inestable. Este resultado coincide con la clasificación obtenida mediante el análisis del Jacobiano.

Desde el punto de vista estructural, el plano de sistema fase confirma que el sistema disipa energía y retorna a un estado

estable tras una perturbación, sin evidenciar crecimiento no acotado de las oscilaciones bajo condiciones base.

B. Verificación Numérica de los Puntos de Equilibrio

Los puntos de equilibrio calculados analíticamente,

$$E_1 = (0; 0)$$

$$E_{2,3} = (\pm \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}; 0)$$

coinciden con los puntos de atracción observados en la simulación. Esta concordancia valida la correcta implementación del modelo en el entorno computacional.

C. Eigenvalores y Comportamiento Oscilatorio

Los eigenvalores obtenidos analíticamente,

$$\lambda_{1,2} = -5,28 \pm 105,75i,$$

se reflejan en la forma espiralada de las trayectorias observadas en el plano de fase. La convergencia en espiral hacia los puntos estables confirma la presencia de focos estables, coherente con una vibración amortiguada.

La frecuencia angular amortiguada asociada a la parte imaginaria se manifiesta en la periodicidad de las oscilaciones antes de su disipación completa.

D. Tiempo de Disipación Observado

El tiempo característico de disipación estimado teóricamente ($\tau \approx 0,19s$) se verifica cualitativamente en las trayectorias temporales obtenidas en MATLAB, donde la amplitud disminuye rápidamente tras las perturbaciones iniciales.

En términos estructurales, este resultado indica que bajo los parámetros base el sistema posee una capacidad disipativa adecuada, lo cual reduce el riesgo de acumulación vibratoria entre eventos consecutivos de carga.

V. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y ESCENARIOS DINÁMICOS

El análisis de sensibilidad se desarrolló utilizando la aplicación Phase Plane de MATLAB. Esta herramienta computacional permitió evaluar el comportamiento del sistema base verificado numéricamente en la sección anterior

$$(\lambda_{1,2} = -5,28 \pm 105,75i ; \tau \approx 0,189s ; MD \approx 0,050)$$

frente a la modificación de un parámetro a la vez. Cada escenario simulado representa una posible condición de alteración estructural en el viaducto, cuyos cambios topológicos se ilustran en las Figuras 2 a 4.

A. Escenario 1: Disminución del Amortiguamiento (δ)

Se considera una pérdida de capacidad disipativa en los apoyos elastoméricos $\delta = 8,0$. La parte real del eigenvalor, el nuevo tiempo característico y el margen dinámico se calculan como:

$$Re(\lambda) = -\frac{8,0}{2} = -4,00 \rightarrow \tau = \frac{1,00}{|-4,00|} = 0,25s$$

$$MD = \frac{4,00}{105,75} \approx 0,038$$

Comparando con el caso base, esto representa un incremento del 32% en el tiempo de disipación y una notable caída en el margen dinámico.

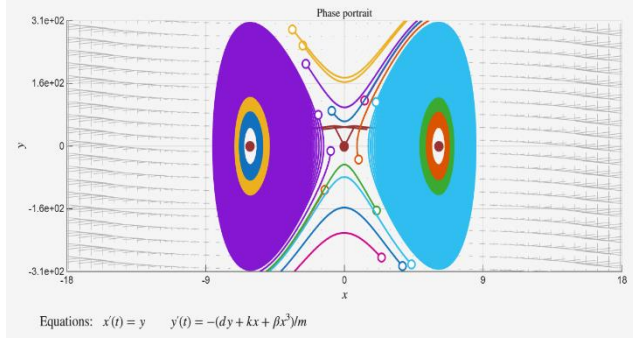


Fig. 2. Plano de fase con incremento del 32% en la constante de tiempo.

Se aprecia en la Figura 2 que el sistema requiere un mayor número de ciclos para estabilizarse, mostrando espirales de convergencia más abiertas y un régimen transitorio con mayor duración y amplitud. Desde un análisis estructural, un aumento del 32% en la constante de tiempo τ significa que las vibraciones tardan más en disiparse tras el paso del tren. Esto provoca que se acumule más energía cíclica en la losa, lo que aumenta significativamente el riesgo de fallas por fatiga.

B. Escenario 2: Incremento de Rigidez Lineal (α)

Se simula un incremento en la rigidez de la infraestructura asumiendo $\alpha = 6500$. Los nuevos puntos de equilibrio estable y la frecuencia amortiguada resultan en:

$$x_1^* = \pm \sqrt{\frac{6500}{150}} \approx \pm 6,58$$

$$\omega_d = \sqrt{2(6500) - (5,28)^2} \approx 113,90 \text{ rad/s}$$

Estos resultados evidencian un aumento del 7.7% tanto en el desplazamiento del equilibrio como en la frecuencia vibratoria respecto al modelo base. Dado que la parte real del eigenvalor no cambia, el tiempo $\tau = 0,189 \text{ s}$ se mantiene constante, mientras que el margen dinámico se ajusta a $MD \approx 0,046$.

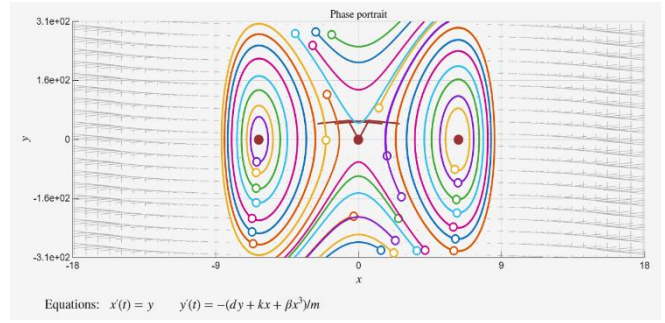


Fig. 3. Plano de fase con incremento en la frecuencia angular.

Se observa en la Figura 3 una mayor frecuencia angular en las trayectorias del sistema, aunque la convergencia temporal es similar al caso base y se conserva la topología de doble pozo. Desde un análisis estructural, esto indica que el sistema vibra más rápido, con un aumento del 7.7% en la frecuencia, pero mantiene la misma velocidad de disipación de energía. Una mayor rigidez ayuda a reducir las deformaciones estáticas relativas, a pesar de que esto incrementa las aceleraciones internas en el concreto.

C. Escenario 3: Reducción de Rigidez No Lineal (β)

Para evaluar la respuesta ante grandes deformaciones, se reduce el parámetro de rigidez no lineal a $\beta = 100$. La nueva amplitud del equilibrio estable se calcula como:

$$x_1^* = \pm \sqrt{\frac{5605,6}{100}} \approx \pm 7,49$$

Esto representa un notable incremento del 22.5% en la amplitud del equilibrio estable frente al caso base. Tanto el tiempo de disipación ($\tau = 0,189 \text{ s}$) como el margen dinámico ($MD = 0,050$) se mantienen inalterados, ya que dependen exclusivamente de la amortiguación del sistema linealizado.

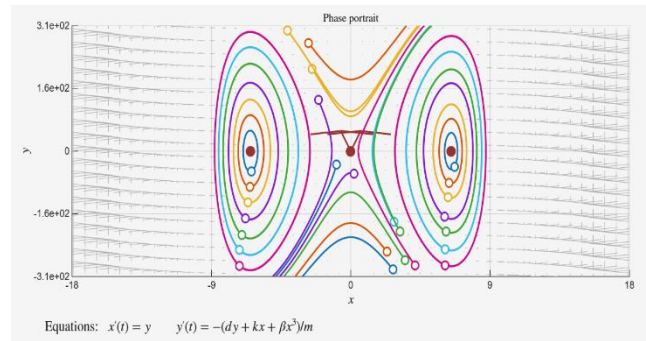


Fig. 4. Plano de fase para la reducción del 33% del parámetro de rigidez no lineal β .

En la Figura 4 se observa una mayor amplitud durante la etapa transitoria y una región de atracción más amplia, lo que indica trayectorias menos confinadas alrededor de los focos estables. Desde el punto de vista estructural, una reducción del 33% en el parámetro β produce un aumento aproximado del

22,5% en la coordenada de equilibrio normalizada; esto sugiere una disminución importante en la capacidad de endurecimiento no lineal del sistema frente a cargas elevadas o grandes deformaciones.

D. Comparación Cuantitativa Integrada

Los resultados del análisis paramétrico, incluyendo los tiempos de disipación y los márgenes dinámicos resultantes, se consolidan en la Tabla II.

TABLA II:
COMPARACIÓN CUANTITATIVA DE LOS ESCENARIOS
PARAMÉTRICOS SIMULADOS
(NOTA: ELABORACIÓN PROPIA)

Escenario simulado	Re (λ)	ω_d (rad/s)	τ (s)	MD	X_1^*
Base ($\delta = 10,56$; $\alpha = 5605,6$; $\beta = 150$)	-5,28	105,75	0,189	0,050	$\pm 6,11$
Disminución de amortiguamiento ($\delta = 8,0$)	-4,00	105,75	0,250	0,038	$\pm 6,11$
Incremento de rigidez lineal ($\alpha = 6500$)	-5,28	113,90	0,189	0,046	$\pm 6,58$
Reducción de rigidez no lineal ($\beta = 100$)	-5,28	105,75	0,189	0,050	$\pm 7,49$

Como se evidencia en la Tabla 2, el sistema presenta su mayor vulnerabilidad ante la pérdida de amortiguamiento (δ). Este es el único escenario que prolonga el tiempo de estabilización (τ) y reduce el margen dinámico (MD), exponiendo a la estructura a la acumulación de vibraciones. Por su parte, las alteraciones en los coeficientes de rigidez (α y β) no perjudican la capacidad de disipación energética, pero sí incrementan significativamente las frecuencias vibratorias y las deformaciones máximas. Esta clara diferenciación cuantitativa permite identificar que el desgaste de los apoyos elastoméricos representa el riesgo más crítico de fatiga a corto plazo, hallazgo fundamental que motiva las estrategias de intervención propuestas en la siguiente sección.

VI. DISCUSIÓN E IMPLICANCIAS PARA LA GESTIÓN

Los resultados permiten interpretar el comportamiento dinámico del sistema losa-apoyo más allá de la estabilidad local. En el modelo adoptado, las trayectorias convergen hacia puntos de equilibrio estables y la respuesta vibratoria se caracteriza mediante el tiempo de disipación (τ) y el margen dinámico (MD).

Estos indicadores permiten evaluar la sensibilidad frente a cambios en amortiguamiento y rigidez, aportando una base preliminar para el monitoreo estructural y el mantenimiento

preventivo, siempre que luego sea contrastada con registros experimentales de campo.

A. Estado Dinámico Base del Sistema

Para la configuración calibrada se obtuvo:

$$\lambda = -5,28 \pm 105,75i$$

lo que confirma estabilidad asintótica local. Sin embargo, el dato más relevante no es solo la estabilidad, sino el tiempo característico de disipación:

$$\tau = \frac{1}{|Re(\lambda)|} = \frac{1}{5,28} \approx 0,189 \text{ s}$$

Este valor indica que la amplitud vibratoria se reduce significativamente en menos de dos décimas de segundo. Si se compara con el intervalo típico entre ejes de un tren urbano (del mismo orden de magnitud), se observa que la disipación ocurre dentro del mismo marco temporal del paso de carga. El margen dinámico obtenido:

$$MD = \frac{|Re(\lambda)|}{|Im(\lambda)|} = \frac{5,28}{105,75} \approx 0,050$$

Esta magnitud que la disipación representa aproximadamente el 5% de la frecuencia de oscilación. El sistema es estable, pero trabaja con un margen dinámico relativamente ajustado respecto a su alta frecuencia vibratoria. No está en condición crítica, pero tampoco posee un exceso de amortiguamiento.

B. Efecto de la Degradación Paramétrica

Cuando se reduce el amortiguamiento a $\delta = 8,0$, el tiempo característico aumenta a:

$$\tau = 0,25 \text{ s}$$

lo que representa un incremento del 32% respecto al caso base.

Este cambio no es menor. Significa que la vibración permanece activa durante más tiempo después del paso del tren. En términos estructurales, esto favorece la superposición vibratoria entre ejes consecutivos y aumenta la energía cíclica acumulada en la losa. A mediano plazo, este fenómeno puede acelerar procesos de fatiga.

Dado que la parte real del eigenvalor depende directamente de δ , cualquier deterioro en los apoyos elastoméricos afecta inmediatamente la capacidad disipativa global del sistema.

Por otro lado, el aumento de la rigidez lineal ($\alpha = 6500$) incrementa la frecuencia vibratoria en aproximadamente 7.7%. Esto reduce deformaciones relativas, pero somete al concreto a mayores aceleraciones internas. La estabilidad no cambia, pero sí la forma en que el sistema vibra.

Finalmente, al reducir la rigidez no lineal a $\beta = 100$, el desplazamiento estable aumenta en 22.5%. Esto indica una menor capacidad de endurecimiento frente a grandes deformaciones. En escenarios exigentes, como frenados

bruscos o trenes con carga máxima, esta pérdida puede amplificar la respuesta estructural.

C. Aplicación a Mantenimiento y Monitoreo

Desde el punto de vista operativo, el parámetro más sensible es el amortiguamiento δ . Un aumento progresivo del tiempo τ en mediciones reales sería una señal clara de pérdida de capacidad disipativa en los apoyos.

Por ello, el tiempo característico τ y el margen dinámico MD pueden utilizarse como indicadores cuantitativos de salud estructural. La instalación de sensores de aceleración permitiría estimar experimentalmente la frecuencia amortiguada y la tasa de decaimiento exponencial.

Comparando estos valores con la línea base obtenida en este estudio, sería posible detectar variaciones dinámicas antes de que aparezcan daños visibles. En ese sentido, el modelo propuesto no reemplaza inspecciones tradicionales, pero sí aporta una herramienta matemática concreta para apoyar decisiones de mantenimiento preventivo.

D. Limitaciones

Si bien los resultados obtenidos son relevantes, el estudio presenta algunas limitaciones. El modelo se basa en condiciones idealizadas de rigidez y amortiguamiento, y aún no ha sido contrastado con datos de campo obtenidos en la Línea 1 del Metro de Lima.

Por ello, en trabajos futuros se recomienda implementar sistemas de instrumentación con sensores, especialmente acelerómetros, para estimar con mayor precisión parámetros como el tiempo característico de disipación (τ) y el margen dinámico (MD). Esto permitiría comparar la respuesta dinámica real bajo distintas velocidades y tipos de trenes, fortaleciendo la toma de decisiones en el mantenimiento preventivo de la infraestructura.

VII. CONCLUSIONES

La adaptación paramétrica del modelo autónomo de Duffing a las condiciones operativas específicas de las losas de la Línea 1 del Metro de Lima permitió transformar un marco matemático abstracto en criterios técnicos de evaluación estructural. De este esfuerzo de calibración al contexto local y del posterior análisis de sensibilidad, se concluye lo siguiente:

Margen dinámico reducido pero estable. Bajo los parámetros adaptados a la realidad de la infraestructura, el sistema es estable; sin embargo, el margen dinámico obtenido (5%) indica que la capacidad disipativa es pequeña en comparación con su altísima frecuencia vibratoria. Esto implica que la estabilidad operativa del viaducto depende críticamente de la salud de sus elementos de amortiguamiento.

El amortiguamiento como parámetro más sensible. Una reducción simulada en la capacidad disipativa produjo un severo aumento del 32% en el tiempo de estabilización (τ). Estructuralmente, esto prolonga la permanencia de vibraciones tras el paso del tren, elevando la demanda cíclica en la losa. Por

tanto, la degradación de los apoyos elastoméricos constituye el mecanismo de mayor riesgo dinámico a corto plazo.

La rigidez modifica la cinemática, no la estabilidad. El incremento de rigidez lineal elevó la frecuencia vibratoria en 7.7%, generando mayores aceleraciones internas sin mejorar la disipación de energía. Por su parte, la reducción de rigidez no lineal aumentó en 22.5% el desplazamiento máximo, evidenciando una preocupante pérdida de confinamiento frente a deformaciones extremas.

Aplicabilidad en monitoreo de salud estructural (*SHM*). El tiempo característico (τ) y el margen dinámico (MD) demostraron ser excelentes indicadores cuantificables del desempeño vibratorio. Su estimación continua mediante redes de sensores en campo permitiría establecer umbrales de alerta temprana basados en la línea base paramétrica hallada en este estudio.

En síntesis, el principal aporte de este trabajo radica en la contextualización de una ecuación teórica clásica para diagnosticar un problema de ingeniería local. Al contrastar la línea base aquí adaptada con mediciones reales de acelerómetros, los gestores de la infraestructura podrán detectar el deterioro interno de los apoyos de forma remota y anticipada. De esta manera, el modelo aporta un criterio técnico robusto para migrar de un esquema de inspección visual reactiva a una estrategia de mantenimiento predictivo basada en el desempeño dinámico real.

VIII. REFERENCIAS

- [1] G. Kouroussis, H. P. Mouzakis, y K. E. Vogiatzis, "Structural impact response for assessing railway vibration induced on buildings," *Mechanics & Industry*, vol. 18, no. 8, art. no. 803, 2017. <https://doi.org/10.1051/meca/2017043>
- [2] N. A. Bravo Vásquez, "Estudio de vibraciones causadas por la circulación de trenes en los túneles de Metro de la línea 3 y propuesta de sistema de control de vibraciones," Tesis de grado, Dept. Ing. Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2020. <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/177846>
- [3] D. T. Monteiro, "Influência da rigidez vertical no comportamento mecânico e dimensionamento da via permanente ferroviária," Tese de Doutorado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2015. <https://doi.org/10.11606/D.3.2016.tde-22062016-104819>
- [4] M. Bermejo, J. M. Goicolea, F. Gabaldón, y C. Vale, "Cargas dinámicas en las estructuras de vía debidas al tráfico de trenes de alta velocidad," en *Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería 2009*, Barcelona, España, Jun. 2009. <http://www.mecanica.upm.es/~mario/personal/dinamvia-METNUM2009.pdf>
- [5] D. Younesian y M. Sadri, "Performance Analysis of Multiple Trenches in Train-Induced Wave Mitigation," *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, vol. 33, no. 1, pp. 47–64, 2014. <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1260/0263-0923.33.1.47>
- [6] Q. M. Long, Q. H. Pu, W. H. Zhou, L. Zhu, y Z. W. Chen, "Dynamic Characteristics of Metro Vehicle under Thermal Deformation of Long-Span Cable-Stayed Bridge," *World Journal of Engineering and Technology*, vol. 10, no. 3, pp. 656-677, Ago. 2022. <https://doi.org/10.4236/wjet.2022.103043>
- [7] G. G. Silva, "Estudo de vibrações induzidas por linhas férreas," Dissertação de Mestrado, Unidade Acadêmica Especial de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Catalão, GO, Brasil, 2017.
- [8] A. K. Chopra, *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, 4th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson, 2012. <https://hebrmerma.com/wp-content/uploads/2020/10/Dinamica-de-Estructuras-4Ed-Anil-K.-Chopra-1.pdf>
- [9] R. W. Clough y J. Penzien, *Dinámica de las estructuras*. Berkeley, CA, EE. UU.: Computers & Structures, Inc., 2003. <https://es.scribd.com/document/370827748/325689223-dinamica-de-estructuras-RayW-Clough-traducido-docx>
- [10] L. Frýba, *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, 3ra ed. Londres, Reino Unido: Thomas Telford, 1999. <https://scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=2436518>