

Effects of resistive aging on the operational dynamics of supercapacitors in fast-charging systems

Andrés G. Jirón¹; Steven S. Palacio²; Jeremy B. Gonzáles³; Angel E. Obispo⁴

^{1,4} Universidad Tecnológica del Perú, Perú,
ajiron@utp.edu.pe

Abstract– This article analyzes the impact of resistive aging on the operational dynamics of a fast-charging system composed of supercapacitor banks, using the equivalent circuit method. The effects of resistive aging in the charging station are modeled through a time-dependent exponential function, controlled by a positive parameter. The results indicate that an increase in internal resistance reduces the maximum current and the duration of the charging process, affecting the energy transfer within the system. Furthermore, the rise in internal resistance leads to greater voltage dispersion, compromising the system's energy efficiency. The analysis of dissipated energy confirms that the aging of internal resistance increases energy losses, reducing overall efficiency.

Keywords– Supercapacitor, fast-charging system, resistive aging, internal resistance, operational dynamics.

Efectos del envejecimiento resistivo en la dinámica operativa de supercapacitores en sistemas de carga rápida

Andrés G. Jirón¹; Steven S. Palacio²; Jeremy B. Gonzáles³; Angel E. Obispo⁴
^{1,4} Universidad Tecnológica del Perú, Perú,
ajiron@utp.edu.pe

Resumen— Este artículo analiza el impacto del envejecimiento resistivo en la dinámica operativa de un sistema de carga rápida compuesta por bancos de supercapacitores, utilizando el método de circuitos equivalentes. Los efectos del envejecimiento resistivo en la estación de carga se modelaron mediante una función exponencial dependiente del tiempo, controlada por un parámetro positivo. Los resultados indican que un aumento de la resistencia interna reduce la corriente máxima y la duración del proceso de carga, afectando la transferencia de energía en el sistema. Asimismo, el incremento de la resistencia interna genera mayor dispersión en los voltajes de salida, lo que compromete la eficiencia energética del sistema. El análisis de la energía disipada confirma que el envejecimiento de la resistencia interna incrementa las pérdidas de energía, reduciendo la eficiencia global.

Palabras clave—Supercapacitor, sistema de carga rápida, envejecimiento resistivo, resistencia interna, dinámica operativa.

I. INTRODUCCIÓN

Los supercapacitores (SCs) se destacan como sistemas avanzados de almacenamiento de energía debido a su alta densidad de potencia, baja resistencia interna, larga vida útil, rápida respuesta dinámica y capacidad para operar en un amplio rango de temperaturas [1, 2]. A diferencia de las baterías, los SCs almacenan energía electrostáticamente, eliminando las limitaciones asociadas a las reacciones químicas lentas. Además, su diseño sostenible, reflejado en la alta reciclabilidad de sus componentes [3,4], y su integración con sistemas de mayor densidad de energía, como baterías o pilas de combustible, los hace ideales para aplicaciones de alta potencia, como redes eléctricas y vehículos eléctricos [5,6].

Aprovechar al máximo estas capacidades requiere modelar con precisión el comportamiento bajo diversas condiciones operativas. En este contexto, los modelos teóricos resultan esenciales para describir y predecir el desempeño de los SCs, reduciendo la necesidad de experimentación extensa y costosa. Entre los enfoques disponibles [7-9], los modelos de circuitos equivalentes han demostrado ser particularmente efectivos al equilibrar simplicidad y precisión, simulando los procesos de carga y descarga mediante redes de resistencias, capacitores e inductores [10,11]. Este enfoque resulta efectivo en sistemas dinámicos [12] y en la evaluación de eficiencia, pérdidas y tiempo de autonomía en descargas a potencia constante [13-15]. Herramientas matemáticas avanzadas como la función Gamma

[16], la función Lambert W [17] y las funciones especiales de Perovich [18], han resultado fundamentales para describir la evolución de la corriente y el voltaje en estos procesos.

A pesar de estos avances en el modelo de circuitos equivalentes, la mayoría de los estudios se han realizado bajo condiciones ideales, asumiendo capacitancias y resistencias en serie equivalente (RSE) constantes. Sin embargo, en aplicaciones reales, surgen características no ideales, como el envejecimiento, que degradan el rendimiento mediante variaciones en el voltaje, el incremento de la autodescarga y la generación de calor en operaciones de alta potencia [19-21]. Estos factores aceleran el deterioro y reducen la durabilidad del sistema. En particular, el aumento progresivo de la RSE, provocado por el uso continuo y variaciones de temperatura, incrementa la disipación de energía, disminuye la eficiencia y amplifica la degradación térmica y mecánica del sistema [22,24]. Esto limita su capacidad para satisfacer demandas energéticas exigentes y reduce su vida útil. Por ello, resulta necesario desarrollar modelos matemáticos que incorporen los efectos del envejecimiento en los modelos de circuitos equivalentes, proporcionando predicciones más precisas del comportamiento de los SCs. Esto no solo optimizará su diseño, sino que también garantizará un desempeño eficiente y sostenible a lo largo del tiempo.

Debido a su equilibrio entre simplicidad, flexibilidad y precisión, el modelo de circuitos equivalentes resulta especialmente apropiado para incorporar efectos no ideales como el envejecimiento en sistemas dinámicos. En este artículo se propone un modelo matemático basado en este formalismo para describir los efectos del envejecimiento resistivo en un banco de SCs. El modelo incorpora una representación exponencial de la resistencia interna como función del tiempo, capturando los efectos de envejecimiento. Este enfoque permite evaluar la dinámica operativa de una estación de carga rápida y un vehículo eléctrico, previamente descritos en [25,26].

II. METODOLOGÍA

Esta sección presenta la metodología empleada para analizar la dinámica operativa de un sistema compuesto por una estación de carga rápida y un vehículo eléctrico. El análisis incorpora características no ideales, con énfasis en el impacto del envejecimiento sobre la resistencia interna del banco de SCs de

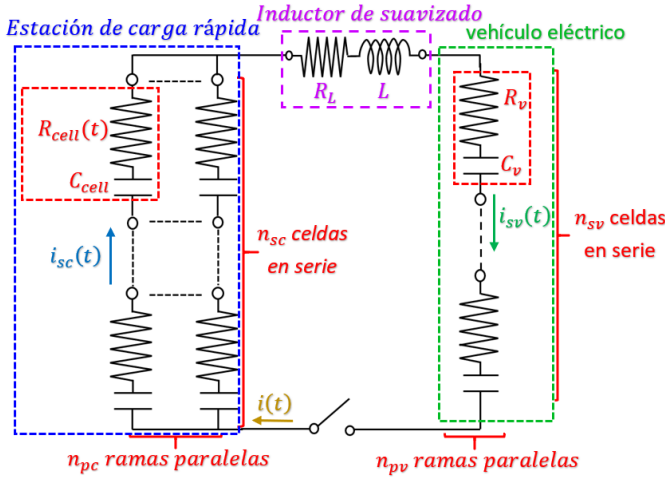


Fig. 1 Circuito eléctrico de una estación de carga rápida y un vehículo eléctrico, modelado mediante el modelo RC en serie de los SCs propuesto en [26].

la estación de carga rápida. La metodología se organiza en dos etapas descritas a continuación.

A. Etapa 1: Diseño del sistema de almacenamiento mediante el método de circuito equivalente

En esta etapa se adoptó el diseño propuesto en [25,26], el cual emplea resistencias, capacitancias e inductores para modelar sistemas de almacenamiento de energía. Este diseño, ilustrado en la Fig. 1, sirvió como base para representar el sistema de almacenamiento tanto de la estación de carga rápida, como del vehículo eléctrico. En el caso de la estación, los SCs se modelaron mediante un banco conformado por celdas individuales, cada uno con capacitancia C_{cell} y resistencia interna R_{cell} . Estas celdas se organizaron en n_{pc} ramas paralelas, cada una compuesta por n_{sc} celdas conectadas en serie. Además, entre el sistema de almacenamiento de la estación de carga y el del vehículo, se incorporó un inductor de suavizado con inductancia L y resistencia interna R_L . Por su parte, el sistema de almacenamiento del vehículo se modeló de manera similar, utilizando celdas individuales con capacitancia C_v y resistencia interna R_v , organizadas en n_{pv} ramas paralelas, cada una compuestas por n_{sv} celdas conectadas en serie.

Una de las propuestas centrales de este trabajo es modelar las resistencias internas de las celdas en el sistema de almacenamiento de la estación de carga mediante funciones exponenciales dependientes del tiempo. Este enfoque permite simular el desgaste gradual y la pérdida de eficiencia del sistema a lo largo de su vida útil, representando de manera más realista los efectos del envejecimiento. Además, este modelo resulta fundamental para analizar aplicaciones prácticas que requieren múltiples ciclos de carga y descarga, facilitando la incorporación de efectos de degradación en las simulaciones.

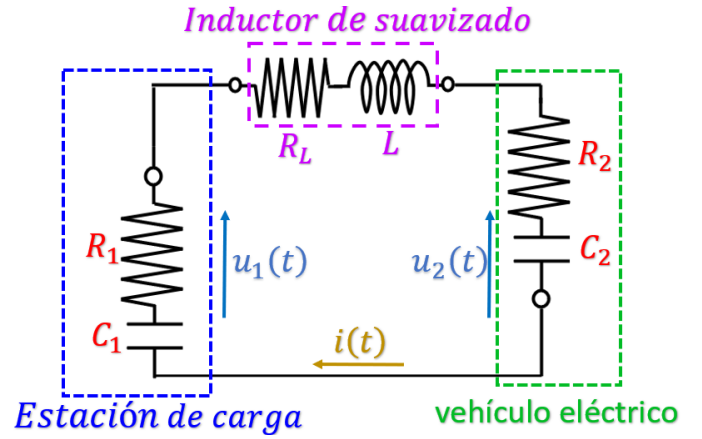


Fig. 2 Circuito eléctrico equivalente de la estación de carga rápida y el vehículo eléctrico.

Por otra parte, el análisis de la capacidad de almacenamiento de energía durante los procesos de carga y descarga se realizó considerando capacitancias constantes. Esta simplificación permitió evaluar la estabilidad del sistema bajo condiciones operativas estándar, eliminando la variabilidad asociada a la capacidad. En contraste, las resistencias internas de las celdas en el banco de SC del vehículo se consideraron constantes, con el propósito de enfocar el análisis en el impacto del envejecimiento sobre el sistema de almacenamiento de la estación de carga.

B. Etapa 2: Modelo matemático para el análisis de la dinámica operativa

Con el circuito diseñado, la siguiente etapa consistió en desarrollar el modelo matemático que describe la evolución de la corriente y el voltaje, permitiendo analizar la dinámica operativa del sistema. En ese contexto, y con el objetivo de simplificar las componentes eléctricas del circuito mostrado en la Fig. 1, en la Fig. 2 se presenta un esquema equivalente.

En este esquema, la resistencia equivalente R_1 y capacitancia equivalente C_1 de la estación de carga rápida son definidas como

$$R_1(t) = \frac{n_{sc}}{n_{pc}} R_{cell}(t), \quad (1)$$

$$C_1 = \frac{n_{pc}}{n_{sc}} C_{cell}, \quad (2)$$

donde

$$R_{cell}(t) = R_{cell} e^{\eta t}, \quad (3)$$

con η siendo definido como un parámetro real positivo. Es importante mencionar que la resistencia de la celda en la estación de carga rápida se ha modelado como una función exponencial dependiente del tiempo para simular el desgaste progresivo de los SCs, considerando fenómenos como la

autodescarga y el envejecimiento gradual, que afectan su capacidad para retener energía. Este enfoque permite analizar el impacto del envejecimiento en el rendimiento de los SCs bajo condiciones operativas reales, ya que, durante el proceso de carga, la resistencia interna varía debido a efectos térmicos, electromagnéticos y el desgaste de los materiales, lo que incrementa las pérdidas resistivas y reduce la eficiencia de carga [21,23].

En contraste, en el sistema de almacenamiento del vehículo eléctrico, la resistencia equivalente R_2 y la capacitancia equivalente C_2 , se consideran constantes debido a la estabilidad de las condiciones operativas de estos dispositivos, los cuales son definidos como

$$R_2 = \frac{n_{sv}}{n_{pv}} R_v, \quad (4)$$

$$C_2 = \frac{n_{pv}}{n_{sv}} C_v. \quad (5)$$

Para el inductor no se han considerado variaciones en sus parámetros. Considerando las ecuaciones (1), (3) y (4), la resistencia equivalente mostrada en la Fig. 2 es dada por

$$R_{eq} = R_1 e^{\eta t} + R_2 + R_L, \quad (6)$$

donde $R_1 = \frac{n_{sc}}{n_{pc}} R_{cell}$. Por otro lado, la capacitancia equivalente del sistema equivalente mostrado en la Fig. 2 es dada por

$$C_{eq} = \frac{n_{pv} \cdot n_{pc} \cdot C_{cell} \cdot C_v}{n_{sc} \cdot n_{pv} \cdot C_v + n_{sv} \cdot n_{pc} \cdot C_{cell}}. \quad (7)$$

Entonces, dado que el circuito total incluye dos elementos de almacenamiento de energía, la capacitancia equivalente C_{eq} y el inductor L , al conectarse, se genera una corriente $i(t)$, cuya evolución temporal está descrita por la siguiente ecuación diferencial de segundo orden

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \left[\frac{R_1 e^{\eta t} + R_2 + R_L}{L} \right] \frac{di(t)}{dt} + \left[\frac{\eta R_1}{L} e^{\eta t} + \frac{1}{LC_{eq}} \right] i(t) = 0, \quad (8)$$

La ecuación (8) es la conocida ecuación diferencial confluyente hipergeométrica [27], cuya solución es dada por la siguiente expresión

$$i(t) = A_1 \left(\frac{R_1}{\eta L} e^{\eta t} \right)^{-\frac{\gamma^-}{\eta}} {}_1F_1 \left(1 - \frac{\gamma^-}{\eta}, 1 - \frac{2\beta}{|\eta|}; -\frac{R_1}{L\eta} e^{\eta t} \right) + A_2 \left(\frac{R_1}{\eta L} e^{\eta t} \right)^{-\frac{\gamma^+}{\eta}} {}_1F_1 \left(1 - \frac{\gamma^+}{\eta}, 1 + \frac{2\beta}{|\eta|}; -\frac{R_1}{L\eta} e^{\eta t} \right), \quad (9)$$

donde ${}_1F_1(a, b; x)$ es la función hipergeométrica confluyente, mientras que A_1 y A_2 son constantes de integración. Las constantes α y ω_0 han sido definido como

$$\alpha = \frac{R_2 + R_L}{2L}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L C_{eq}}}, \quad (10)$$

vinculadas a través de la siguiente relación

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad (11)$$

mientras que los parámetros $\gamma^\pm$ fueron definidos como

$$\gamma^\pm = \alpha \pm \beta. \quad (12)$$

Como se menciona en [25,26], los componentes del cargador rápido deben ser dimensionados de tal forma que, durante el estado transitorio, el sistema opere en un régimen sobreamortiguado. Esto es fundamental para evitar niveles de voltaje peligrosos que podrían comprometer la integridad de las celdas del conjunto y, al mismo tiempo, reducir el tiempo de carga del vehículo eléctrico. Si se conoce el voltaje inicial del cargador, $u_1(t=0) = U_{01}$, y el voltaje inicial del banco de SC del vehículo eléctrico, $u_2(t=0) = U_{02}$, donde $U_{01} > U_{02}$, y definiendo la diferencia entre ambos como $\Delta U = U_{01} - U_{02}$, la solución (9) es reescrita como

$$i(t) = \frac{\Delta U}{L \zeta} \left[e^{-\gamma^- t} {}_1F_1 \left(1 - \frac{\gamma^+}{\eta}, 1 + \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} e^{\eta t} \right) + \delta e^{-\gamma^+ t} {}_1F_1 \left(1 - \frac{\gamma^+}{\eta}, 1 - \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} e^{\eta t} \right) \right], \quad (13)$$

donde ζ y δ son parámetros definidos como

$$\zeta = \gamma^+ {}_1F_1 \left(-\frac{\gamma^-}{\eta}, 1 + \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} \right) - \delta \gamma^- {}_1F_1 \left(-\frac{\gamma^+}{\eta}, 1 - \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} \right), \quad (14)$$

$$\delta = \frac{{}_1F_1 \left(1 - \frac{\gamma^-}{\eta}, 1 + \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} \right)}{{}_1F_1 \left(1 - \frac{\gamma^+}{\eta}, 1 - \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} \right)}. \quad (15)$$

Los voltajes instantáneos de la capacitancia equivalente de la estación de carga rápida, C_1 , y del vehículo eléctrico, C_2 ,

denotados como $u_1(t)$ y $u_2(t)$, se determinan integrando la corriente $i(t)$. De esta manera, las expresiones analíticas de ambos voltajes son dados por

$$u_1(t) = U_{01} + \frac{\Delta U}{L\zeta C_1} \left[\frac{e^{-\gamma^- t}}{\gamma^-} {}_1F_1 \left(-\frac{\gamma^-}{\eta}, 1 + \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} e^{\eta t} \right) - \frac{\delta e^{-\gamma^+ t}}{\gamma^+} {}_1F_1 \left(-\frac{\gamma^+}{\eta}, 1 - \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} e^{\eta t} \right) \right] - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \Delta U, \quad (16)$$

$$u_2(t) = U_{02} - \frac{\Delta U}{L\zeta C_2} \left[\frac{e^{-\gamma^- t}}{\gamma^-} {}_1F_1 \left(-\frac{\gamma^-}{\eta}, 1 + \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} e^{\eta t} \right) - \frac{\delta e^{-\gamma^+ t}}{\gamma^+} {}_1F_1 \left(-\frac{\gamma^+}{\eta}, 1 - \frac{2\beta}{\eta}; -\frac{R_1}{L\eta} e^{\eta t} \right) \right] + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \Delta U. \quad (17)$$

La expresión derivada para la corriente $i(t)$ y los voltajes $u_1(t)$ y $u_2(t)$ serán fundamentales para analizar la dinámica operativa del sistema formado por una estación de carga rápida y un vehículo eléctrico, teniendo en cuenta los efectos de envejecimiento. Este análisis incluirá parámetros clave como la eficiencia energética y las potencias de disipación.

III. RESULTADOS Y DISCUSIONES

En esta sección se analizan los resultados sobre el impacto del envejecimiento resistivo en la dinámica operativa de un sistema compuesto por una estación de carga rápida y un vehículo eléctrico, ambos formados por bancos de SCs. Para este propósito, es necesario considerar valores físicos y reales de los parámetros de la estación de carga ($n_{pc}, n_{sc}, R_{cell}, C_{cell}$), el inductor de suavizado, (R_L y L), y el vehículo eléctrico (n_{pv}, n_{sv}, C_v, R_v). Estos valores serán tomados de las referencias [25,26], donde se consideran los valores iniciales del voltaje de la estación de carga rápida y vehículo eléctrico, $U_{01} = 400 \text{ V}$ y $U_{02} = 187.5$. Además, se especifica que el número de ramas paralelas y en serie de la estación de carga rápida y el vehículo eléctrico son $n_{pc} = 7$, $n_{sc} = 152$, $\eta_{pv} = 1$ y $\eta_{sv} = 144$. Los otros parámetros son presentados en la Tabla I.

TABLA I

Parámetros eléctricos de la estación de carga rápida y vehículo eléctrico.

$R_{cell}(m\Omega)$	$C_{cell}(F)$	$R_v(m\Omega)$	$C_v(F)$	$R_L(m\Omega)$	$L(mH)$
0.15	3000	0.15	3000	166.4	2.71

Para iniciar el análisis, se analizará la dinámica operativa del sistema, comenzando con la evolución de la corriente, descrita en (13), y del voltaje, dado por (16) y (17), bajo diferentes condiciones de envejecimiento resistivo. En la Fig. 3 se presenta el comportamiento de la corriente como una función del tiempo para diferentes valores del parámetro η : $\eta=0$ (línea sólida negra), $\eta=0.40$ (línea sólida azul) y $\eta=0.60$ (línea sólida roja). Como se observa, independientemente del valor de

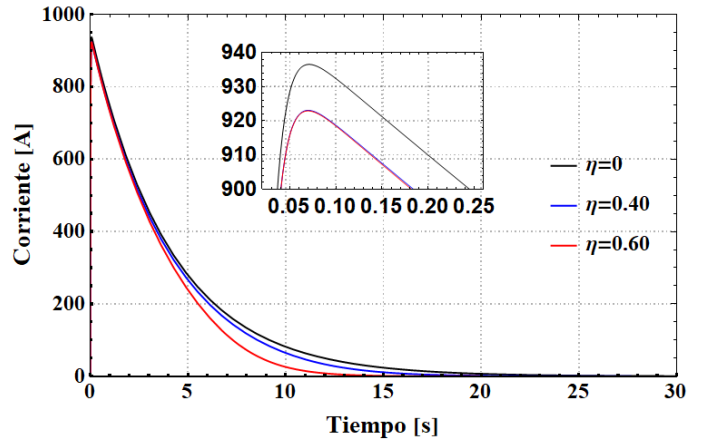


Fig. 3 Corriente del sistema como una función del tiempo para diferentes valores de η .

η , todas las curvas poseen un perfil similar. Este perfil se caracteriza con un crecimiento inicial de la corriente, hasta alcanzar un máximo, seguido de un decaimiento exponencialmente. Específicamente, para $\eta = 0$, la corriente alcanza un valor máximo de $I_{max} = 936.45 \text{ A}$ en $t_{max} = 70.85 \text{ ms}$. Posteriormente, la corriente comienza a decaer exponencialmente hasta ser prácticamente suprimida alrededor de $t \approx 28.45 \text{ s}$. Este momento, que corresponde a la finalización de la carga del vehículo eléctrico ($I = 0$), se define como el tiempo de carga t_{carga} [25,26]. En este caso, al no considerar efectos de envejecimiento ($\eta = 0$), se espera que el sistema opere con una mayor eficiencia temporal, manteniendo la corriente por un periodo más prolongado. Para $\eta = 0.40$, el valor máximo de la corriente disminuye a $I_{max} = 923.04 \text{ A}$, alcanzado en $t_{max} = 69.88 \text{ ms}$, con un tiempo de carga reducido a $t_{carga} \approx 21.52 \text{ s}$. En el caso de $\eta = 0.60$, se observa un comportamiento similar en la corriente, con un máximo ligeramente inferior, igual a $I_{max} = 922.88 \text{ A}$, alcanzado en $t_{max} = 69.73 \text{ ms}$, y un tiempo de carga aún más corto $t_{carga} \approx 15.80 \text{ s}$.

Es importante destacar que, en ambos casos, el pico de corriente se mantiene por debajo del límite permitido 1.9 kA, gracias al efecto del inductor de suavizado, que limita el incremento de la corriente [28]. Este componente no solo garantiza que el sistema opere dentro de los márgenes de seguridad establecidos, sino que también mitiga los efectos adversos del envejecimiento sobre los parámetros internos, como la resistencia interna. Asimismo, se observa que, a medida que el valor de η aumenta, la resistencia efectiva del sistema se incrementa, lo que reduce tanto del flujo de corriente máxima como la duración del proceso de carga. Este comportamiento es coherente con lo reportado en [19,29], donde se menciona que el envejecimiento limita la capacidad de conducción, provocando una disminución del flujo de corriente máxima y una prolongación del tiempo necesario para completar el proceso de carga.

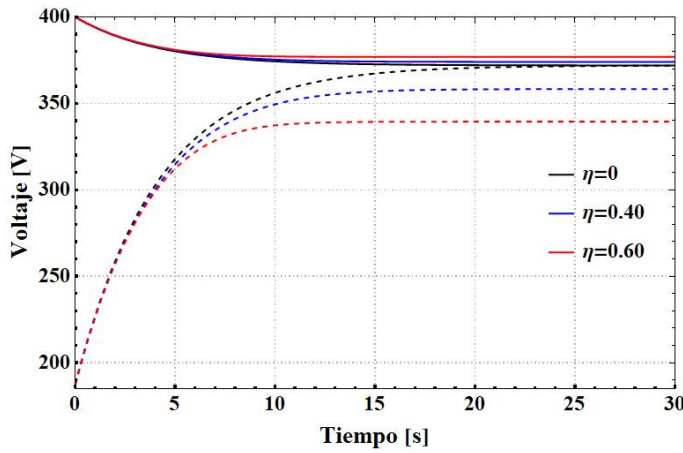


Fig. 4 Voltajes del sistema como una función del tiempo para diferentes valores de η .

Por otra parte, en la Fig. 4 se presenta el comportamiento del voltaje como una función del tiempo, diferenciando entre el voltaje de la estación de carga rápida $u_1(t)$ (líneas sólidas) y la del vehículo eléctrico $u_2(t)$ (líneas punteadas) para diferentes valores del parámetro η : $\eta=0$ (línea sólida negra) y $\eta=0.40$ (línea sólida azul) y $\eta=0.60$ (línea sólida roja). Como se observa, para $\eta = 0$, el voltaje de la estación y del vehículo inician en $U_{01} = 400 \text{ V}$ y $U_{02} = 187.5 \text{ V}$, respectivamente. Durante el proceso de carga, $u_1(t)$ disminuye gradualmente, mientras que $u_2(t)$ crece exponencialmente. Alrededor del tiempo de carga $t_{carga} \approx 28.45 \text{ s}$, ambos voltajes convergen en un valor final igual a $U_{final} = 371 \text{ V}$. Cuando $\eta=0.40$, los voltajes iniciales permanecen iguales a los del caso anterior; sin embargo, el comportamiento durante la carga cambia significativamente. Al alcanzar el tiempo de carga $t_{carga} \approx 21.52 \text{ s}$, los voltajes de la estación y del vehículo ya no coinciden. En su lugar, el voltaje de la estación se estabiliza en $U_{f1} = 374.18 \text{ V}$, mientras el voltaje del vehículo alcanza un valor final menor de $U_{f2} = 358.21 \text{ V}$. Por último, para $\eta = 0.60$, los voltajes iniciales siguen la misma tendencia que en los casos anteriores. Sin embargo, al llegar al tiempo de carga $t_{carga} \approx 15.80 \text{ s}$, la diferencia entre voltajes es aún mayor. El voltaje de la estación se estabiliza en $U_{f1} = 377.02 \text{ V}$, mientras que el del vehículo alcanza un valor final de $U_{f2} = 339.39 \text{ V}$.

Los resultados muestran que el envejecimiento resistivo impacta sobre la dinámica operativa del sistema. En particular, la creciente divergencia de los voltajes conforme aumenta el parámetro η evidencia cómo el incremento de la resistencia interna afecta la distribución de voltajes entre los componentes. Este fenómeno puede interpretarse como un efecto tipo "embotellamiento" en la transferencia de energía, limitando la capacidad del sistema para igualar los voltajes entre la estación de carga y el vehículo eléctrico de manera eficiente. Esta discrepancia no solo podría reducir la eficiencia del proceso de

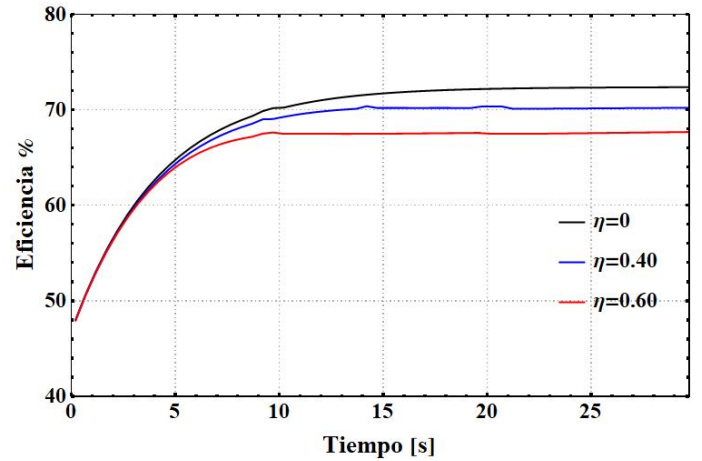


Fig. 5 Eficiencia energética del proceso de transferencia como una función del tiempo para diferentes valores de η .

carga, sino que también podría generar tensiones adicionales en los componentes, comprometiendo su longevidad y desempeño, tal y como se menciona en [30]. En este contexto, resulta relevante analizar la eficiencia energética del proceso de transferencia entre la estación de carga y el vehículo eléctrico, evaluando cómo el incremento de la resistencia resistiva afecta la capacidad efectiva de almacenamiento de energía. Para esto, es posible usar la siguiente expresión analítica para la eficiencia $\varepsilon(t)$ [25]

$$\varepsilon(t) = \frac{W_{vehículo}(t)}{W_{cargador}(t)} 100\%, \quad (18)$$

donde $W_{vehículo}(t) = \int_0^t i(t') u_2(t') dt'$ ha sido definido como la energía absorbida por el vehículo, mientras que $W_{cargador}(t) = \int_0^t i(t') u_1(t') dt'$ ha sido definido como la energía entregada por el cargador rápido.

La Fig. 5 muestra la evolución temporal de la eficiencia energética para diferentes valores de η : $\eta=0$ (línea sólida negra), $\eta=0.40$ (línea sólida azul) y $\eta=0.60$ (línea sólida roja). Para el caso de $\eta = 0$, se observa que la eficiencia inicial es aproximadamente $\varepsilon_0 = 47.5 \%$. Esta aumenta gradualmente con el tiempo hasta estabilizarse en un valor constante de $\varepsilon_f = 72.44 \%$ al alcanzar el tiempo de carga $t_{carga} \approx 28.45 \text{ s}$. Este comportamiento indica que, en ausencia de efectos de envejecimiento, el sistema puede estabilizar su rendimiento energético de manera eficiente al final del proceso de carga. Para $\eta = 0.40$, aunque la eficiencia inicial coincide con la del caso anterior, se observa una disminución más pronunciada hacia el valor constante $\varepsilon_f = 72.44 \%$, alcanzado en un tiempo de carga menor de $t_{carga} \approx 21.52 \text{ s}$. Esta disminución en la eficiencia final refleja como el envejecimiento en la resistencia interna introduce pérdidas adicionales en el sistema. Cuando el parámetro de envejecimiento aumenta a $\eta = 0.60$, la eficiencia inicial sigue el mismo perfil, pero el valor final al término del

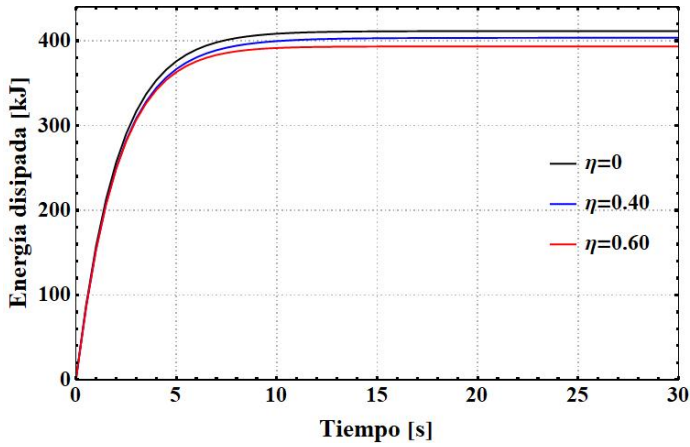


Fig. 6 Energía disipada por las resistencias del sistema como una función del tiempo para diferentes valores de η .

proceso descende aún más, llegando a $\varepsilon_f = 67.40\%$, en un tiempo de carga reducido a $t_{carga} \approx 15.80$ s. Este comportamiento evidencia un efecto acumulativo del envejecimiento, donde la degradación de la resistencia interna no solo disminuye el tiempo necesario para estabilizar el sistema, sino que también limita la eficiencia máxima alcanzable.

Estos resultados resaltan la influencia directa del envejecimiento en el rendimiento energético del sistema. A medida que el parámetro η aumenta gradualmente, se observa una disminución progresiva en la eficiencia final, acompañada de una reducción en el tiempo de carga. Este comportamiento sugiere una mayor disipación de energía, atribuido al incremento de las pérdidas internas. En ese contexto, es relevante analizar la energía disipada en el sistema, la cual incluye las contribuciones de la resistencia interna del banco de SCs tanto de la estación de carga, como del vehículo eléctrico, así como la resistencia interna del inductor de suavizado. Para este análisis, se utiliza la siguiente expresión analítica [25]

$$w_d(t) = \int_0^t [i(t')]^2 R(t') dt', \quad (19)$$

donde $R(t)$ es la resistencia equivalente del sistema. Utilizando la expresión analítica para la corriente, en la Fig.6 se muestra el comportamiento de la energía disipada para diferentes valores del parámetro η : $\eta=0$ (línea sólida negra) y $\eta=0.40$ (línea sólida azul) y $\eta=0.60$ (línea sólida roja). Así pues, la Fig.6 evidencia cómo el envejecimiento afecta la energía disipada en el sistema durante el proceso de carga. Independientemente del valor de η , el perfil de la energía disipada sigue un comportamiento similar: un incremento gradual en el tiempo hasta alcanzar un valor constante. Sin embargo, se observa que el valor final de la energía disipada disminuye progresivamente a medida que η aumenta, lo que está estrechamente relacionado con el aumento de las resistencias internas debido al envejecimiento. Para $\eta=0$, correspondiente a un sistema sin envejecimiento, la energía

disipada alcanza un valor constante de $w_d = 411.70$ kJ en un tiempo de carga $t_{carga} \approx 28.45$ s. Al incrementar el parámetro de envejecimiento a $\eta=0.40$, la energía disipada en $t_{carga} \approx 21.52$ s se reduce a un valor constante igual a $w_d = 404.01$ kJ. Finalmente, para $\eta=0.60$, la energía disipada alcanza el valor de $w_d = 393.52$ kJ en $t_{carga} \approx 15.80$ s. Estos resultados muestran que un mayor envejecimiento reduce la capacidad del sistema para disipar energía, atribuible a la disminución de la corriente de carga y la menor cantidad de energía almacenada. Sin embargo, esta reducción no implica un comportamiento favorable, ya que está asociada a un menor rendimiento general. Estudios previos han demostrado que el envejecimiento incrementa la resistencia equivalente en serie, lo que limita la transferencia eficiente de energía y provoca que una mayor proporción se disipe en forma de calor durante la operación [19,30]. Este fenómeno tiene implicaciones directas en el comportamiento térmico del sistema, afectando negativamente su eficiencia y estabilidad.

IV. CONCLUSIONES

En este artículo se analizó el impacto del envejecimiento resistivo en la dinámica operativa de un sistema de carga rápida, usando el método de circuitos equivalentes. En este contexto, se incorporaron los efectos del envejecimiento resistivo mediante una función exponencial dependiente del tiempo, controlada por un parámetro (η) real y positivo. Los resultados obtenidos muestran que el aumento del parámetro η tiene un efecto significativo sobre la eficiencia del sistema. A medida que la resistencia interna aumenta, se observó una disminución en el valor máximo de la corriente y en la duración del proceso de carga, lo que afecta directamente la transferencia de energía entre la estación de carga y el vehículo eléctrico. Este fenómeno se refleja también en una mayor dispersión de los voltajes de salida, lo que comprometió la eficiencia energética del sistema. Además, el análisis de la energía disipada confirma que el envejecimiento de la resistencia interna contribuye a una mayor pérdida de energía, lo que reduce la eficiencia global del sistema.

El modelo propuesto ofrece una herramienta versátil para evaluar el impacto del incremento progresivo de la resistencia interna en el rendimiento del sistema, así como para estudiar fenómenos de degradación bajo diferentes condiciones operativas y configuraciones de diseño. Como perspectivas futuras, se propone vincular estos resultados con el análisis térmico del sistema, dado que el calor generado por la disipación de energía puede incrementar la temperatura de las celdas, acelerando el envejecimiento de los componentes.

AGRADECIMIENTO/RECONOCIMIENTO

Los autores agradecen a la Universidad Tecnológica del Perú (UTP) por el apoyo financiero otorgado al proyecto N° P-2024-LIM-12.

REFERENCES

- [1] J. Zhang, M. Gu, and X. Chen, "Supercapacitors for renewable energy applications: A review", *MNE*, vol. 21, pp.100229, December 2023.
- [2] M.E. Şahin, F. Blaabjerg, and A. Sangwongwanich, "A comprehensive review on supercapacitor applications and developments", *Energies*, vol. 15, no. 3, pp. 674, January 2022.
- [3] Y. Yang et al., "Application of the Supercapacitor for Energy Storage in China: Role and Strategy", *Appl. Sci.*, vol. 12, no. 1, pp. 354, December 2021.
- [4] A. Muzaffar et al., "A review on recent advances in hybrid supercapacitors: Design, fabrication and applications", *Renew Sustain Energy Rev.*, vol. 101, pp.123–145., March 2019.
- [5] M. C. Joshi and T. S. Samanta, "Improved Energy Management Algorithm With Time-Share-Based Ultracapacitor Charging/Discharging for Hybrid Energy Storage System", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 66, no. 8, pp. 6032 – 6043, August 2018.
- [6] A. Berrueta et al., "Supercapacitors: Electrical Characteristics, Modeling, Applications, and Future Trends", *IEEE Access*, vol. 7, pp. 50869– 50896, April 2019.
- [7] F. Naseri et al., "Supercapacitor management system: A comprehensive review of modeling, estimation, balancing, and protection techniques", *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 155, pp. 111913, January 2022.
- [8] W. Z. Tawfik et al., "An artificial neural network model for capacitance prediction of porous carbon-based supercapacitor electrodes", *Energy Storage*, vol.73, pp. 108830, December 2023.
- [9] R. Prasad, U. Mehta and K. Kothari, "Fractional impedance of supercapacitor: an extended investigation", *Int. J. Dyn. Control*, vol. 9, pp. 1277-1284, November 2021.
- [10] B. Wang et al., "Modeling the dynamic self-discharge effects of supercapacitors using a controlled current source based ladder equivalent circuit", *Energy Storage*, vol.30, pp.101473, August 2020.
- [11] Y. Zhao et al., "A Parameters Identification Method of the Equivalent Circuit Model of the Supercapacitor Cell Module Based on Segmentation Optimization", *IEEE Access*, vol.8, pp. 92895-92906, May 2020.
- [12] Z. Li et al., "Constant Current Charging and Maximum Efficiency Tracking Control Scheme for Supercapacitor Wireless Charging", *IEEE Trans. Power. Electron.*, vol. 33, pp. 9088–9100, October 2018.
- [13] S. Satpathy, S. Das, and B. K. Bhattacharyya, "How and where to use super-capacitors effectively, an integration of review of past and new characterization works on super-capacitors", *J. Energy Storage*, vol.27, pp. 101044, February 2020.
- [14] H. Yang, and Y. Zhang, "Characterization of supercapacitor models for analyzing supercapacitors connected to constant power elements", *J. Power Sources*, vol.312, pp.165-171, April 2016.
- [15] M. E. Fouda et al., "Supercapacitor discharge under constant resistance, constant current and constant power loads", *J. Power Sources*, vol. 435, pp. 226829, September 2019.
- [16] J. F. Pedrayes et al., "A novel analytical solution for the calculation of temperature in supercapacitors operating at constant power", *Energy*, vol. 188, pp. 116047, December 2019.
- [17] J. F. Pedrayes et al., "Lambert W function based closed-form expressions of supercapacitor electrical variables in constant power applications", *Energy*, vol. 218, pp. 119364, March 2021.
- [18] M. Calasan et al., "Towards accurate calculation of supercapacitor electrical variables in constant power applications using new analytical closed-form expressions", *J. Energy Storage*, vol. 42, pp. 102998, October 2021.
- [19] N. Ma, et al., "Aging mechanism and models of supercapacitors: a review", *Technologies*, vol. 11, no. 2, pp. 38, March 2023.
- [20] K. Mazloomian, et al. "Supercapacitor Degradation: Understanding Mechanisms of Cycling-Induced Deterioration and Failure of a Pseudocapacitor", *Batter. Supercaps.*, vol.6, no.8, pp. e202300214, June 2023.
- [21] P. I. Prodanov, and D. D. Dankov, "Applying aging models for reliability assessment of supercapacitors", *2020 XI National Conference with International Participation (ELECTRONICA) IEEE*, pp. 1-4, July 2020.
- [22] D. Linzen et al., "Analysis and evaluation of charge-balancing circuits on performance, reliability, and lifetime of supercapacitor systems", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 41, no.5, pp.1135–1141, October 2005.
- [23] J. M. Miller, "Electrical and thermal performance of the carbon-carbon ultracapacitor under constant power conditions", in *2007 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, pp. 559–566, June 2008.
- [24] F. Naseri et al., "Supercapacitor management system: A comprehensive review of modeling, estimation, balancing, and protection techniques. Renewable Sustainable", *Energy Rev.*, vol. 155, pp. 111913, March 2022.
- [25] J. F. Pedrayes et al., "Sizing Methodology of a Fast Charger for Public Service Electric Vehicles Based on Supercapacitors", *Appl. Sci.*, vol. 13, no. 9, pp. 5398, April 2023.
- [26] J. F. Pedrayes et al., "Thermal Analysis of a Fast Charger for Public Service Electric Vehicles Based on Supercapacitors", *Batteries*, vol. 10, no. 4, pp. 128, April 2024.
- [27] A.B.O. Daalhuis, *NIST handbook of mathematical functions*, Cambridge university press, 2010.
- [28] M. E. Şahin, F. Blaabjerg, and A. Sangwongwanich, "Modelling of supercapacitors based on simplified equivalent circuit", *CPSS TPEA*, vol.6, no.1, pp.31-39, March 2021.
- [29] P. Kreczanik, et al., "Study of supercapacitor aging and lifetime estimation according to voltage, temperature, and RMS current", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol.61, no.9, pp.4895-4902, September 2014.
- [30] E. Pamet , et al. "The many deaths of supercapacitors: degradation, aging, and performance fading", *Adv. Energy Mater.*, vol. 13, no. 29, pp. 2301008, June 2023.