

Mathematical Principles of Drone Technology, All-Terrain Scooters, and Urban Combat for National Defense and Homeland Security

Luis Guillermo Hercilla Heredia, Msc¹,
Universidad Tecnológica del Perú, c20082@utp.edu.pe

Abstract— Mathematics plays a fundamental role in optimizing military strategies, enhancing precision and effectiveness in combat. The emergence and use of drones as a powerful new weapon of warfare rely on mathematical models and advanced algorithms, transforming them into highly precise and flexible artillery fire tools, comparable to modern missiles in terms of effectiveness. Similarly, electric scooters, originally designed as a fast and economical urban transportation method, have unexpectedly proven their value on the battlefield due to their portability and speed, extending the application of existing combat models. With the introduction of these two new technological elements in warfare, mathematical combat models and algorithms become essential tools for developing optimal combat strategies, ensuring a tactical advantage over the opponent.

Keywords—equations, algorithm, drone, scooter, square

Principios Matemáticos de la Tecnología de Drones, Scooters Todo Terreno y Combate Urbano para la Defensa Nacional y la Seguridad Territorial

Luis Guillermo Hercilla Heredia, Msc¹,
Universidad Tecnológica del Perú, c20082@utp.edu.pe

Resumen— Las matemáticas desempeñan un papel fundamental en la optimización de estrategias militares, permitiendo mejorar la precisión y eficacia en el combate. La aparición y el uso de los drones como una nueva arma de combate con una enorme potencia se basa en modelos matemáticos y la aplicación de algoritmos avanzados que los convierten en herramientas de fuego de artillería de alta precisión y flexibilidad en el campo de batalla, comparables a misiles modernos en términos de efectividad. De forma similar los scooters eléctricos, originalmente concebidos como un medio de transporte urbano rápido y económico, han demostrado un valor inesperado en el campo de batalla por su portabilidad y velocidad, lo que le da una nueva extensión a los modelos matemáticos de combate existentes. Con la introducción de estos dos nuevos elementos de tecnología en el campo de batalla, los modelos matemáticos de combate y algoritmos son la herramienta clave para establecer estrategias óptimas de combate, que aseguran una ventaja táctica sobre el oponente.

Keywords—equations, algorithm, drone, linear, square

I. INTRODUCCIÓN

En este artículo, el autor demuestra la aplicación de ecuaciones diferenciales y algoritmos matemáticos en el uso de drones como instrumentos de alta precisión en el fuego de artillería, equiparándolos con misiles modernos de alto costo y precisión. Para ello, se emplea el algoritmo matemático conocido como filtro de Kalman, utilizado para estimar la posición y velocidad del objetivo mediante la combinación de mediciones del dron con un modelo de movimiento. Gracias a dicho algoritmo los drones se convierten en los ojos de la artillería, convirtiéndolas en armas precisas y de garantía para la defensa nacional y seguridad territorial.

Asimismo, el autor prueba matemáticamente cómo el uso de scooters eléctricos todoterreno por parte de las unidades de infantería en el campo de batalla tiene un impacto significativo en la efectividad del combate. Para modelar este escenario, adapta y extiende los modelos matemáticos de combate de Frederick Lanchester.

II. VISION GENERAL DEL ALGORITMO DEL FILTRO DE KALMAN Y EL USO DE VEHICULOS SCOOTERS TODO TERRONO PARA LA INFANTERIA

El Algoritmo del filtro de Kalman o filtro de Kalman es un algoritmo matemático desarrollado en la década de 1960 por el ingeniero húngaro Rudolf E. Kálmán, con el propósito de optimizar la estimación de variables en sistemas dinámicos sujetos a incertidumbre [2]. Su estructura se basa en un modelo de estado que combina mediciones ruidosas con predicciones obtenidas a partir de ecuaciones diferenciales, permitiendo así corregir y mejorar continuamente la precisión de los datos. Este algoritmo es ampliamente utilizado en navegación y control de drones, ya que permite estimar con alta precisión la posición, velocidad y orientación del vehículo en tiempo real, incluso en presencia de interferencias o imprecisiones en los sensores. Gracias a su capacidad para integrar múltiples fuentes de información y minimizar errores, el filtro de Kalman es una herramienta fundamental para mejorar la estabilidad y eficiencia operativa de los drones en aplicaciones militares y civiles. El algoritmo se basa en un sistema que sigue un modelo dinámico lineal en forma de ecuaciones de estado:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (1)$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2)$$

Donde,

- x_k es el estado del sistema en el tiempo k (posición, velocidad, etc.).
- A es la matriz de transición de estado (modelo del sistema).
- B es la matriz de control, que transforma la entrada u_k en cambios en el estado.
- w_k es el ruido del proceso, modelado como una distribución gaussiana $\mathcal{N}(0, Q)$.
- z_k es la medición obtenida de los sensores.
- H es la matriz de observación que relaciona el estado con la medición.
- v_k es el ruido de medición, modelado como $\mathcal{N}(0, R)$.

A. Etapas del Algoritmo

El filtro de Kalman consta dos etapas fundamentales: predicción y actualización [8]. En la etapa de predicción se estima el próximo estado y su incertidumbre. En la etapa de actualización se corrige la predicción usando la nueva medición.

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1} \quad (3)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (4)$$

Donde:

$\hat{x}_k^-$ es la predicción del estado antes de la medición.

P_k^- es la predicción de la incertidumbre de la estimación.

El procedimiento del algoritmo es el siguiente:

1. Se calcula la ganancia de Kalman:

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1}$$

2. Se actualiza la estimación del estado:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$$

3. Se actualiza la covarianza del error:

$$P_k = (I - K_k H) P_k^-$$

A.1. Uso del Algoritmo para Drones en Artillería

El filtro de Kalman mejora la precisión del disparo de artillería en tierra porque ayuda a predecir la posición futura del objetivo con mayor precisión, lo que permite ajustar el ángulo y la potencia del disparo de los cañones en tiempo real. El proceso se divide en las siguientes tres fases:

1. Detección y rastreo del objetivo con drones y sensores
2. Predicción de la trayectoria del objetivo
3. Corrección de la trayectoria del disparo

Un dron equipado con cámaras y sensores detecta y sigue al objetivo enemigo.

Los datos recogidos (posición, velocidad y aceleración) pueden tener ruido o errores debido a condiciones atmosféricas o fallos en los sensores.

Aquí entra en juego el Filtro de Kalman, que limpia esos datos y produce una estimación precisa de la posición actual y futura del objetivo [1].

A.2 Aplicación del Algoritmo de Kalma Para la Presicion de Fuego de Artillería

El siguiente modelo describe el enfrentamiento de artillera entre dos ejércitos A y B, tal que A cuenta con drones de observación para guiar con precisión el fuego de artillería, mientras que B no. El modelo del enfrentamiento se regirá por una extensión de la ley cuadrática de fuego directo de Frederick Lanchester [1]. Sea A el ejército, cuya artillería usa drones para un guiado de sus disparos y B el ejército sin apoyo de drones. Entonces al enfrentarse ambas escuadras e intercambiar fuego cruzado, el sistema trivial de ecuaciones diferenciales que describe y modela el enfrentamiento estará dado por:

$$\frac{dA}{dt} = -\beta B \quad (5)$$

$$\frac{dB}{dt} = -\alpha A \quad (6)$$

Donde:

A(t) es el número de unidades de artillería del ejército A.

B(t) es el número de unidades de artillería del ejército B.

α y β los coeficientes que representan la efectividad de cada fuerza.

Para la adaptación de este modelo al uso de drones en artillería, Asumimos ahora que el ejército A, cuenta con ellos, mientras que el ejército B no cuenta con ninguno. En dicho caso modificamos el coeficiente de efectividad α , que representa la precisión del fuego de artillería. La mejora por drones D(t) se incorpora como un factor multiplicativo en α . Como resultado nuestro sistema de ecuaciones será de la forma:

$$\frac{dA}{dt} = -\beta B \quad (7)$$

$$\frac{dB}{dt} = -\alpha(1 + \gamma D)A \quad (8)$$

donde γ representa la mejora en la precisión del disparo por cada dron en operación. Cabe destacar las siguientes observaciones:

- Si $D=0$, el modelo se reduce a la ecuación clásica de Lanchester.
- Si $D>0$, la precisión del fuego de artillería aumenta, lo que hace que el enemigo pierda unidades más rápido.
- El impacto de los drones no es cuadrático, sino proporcional a la cantidad de drones operativos.

A.2.1 Reformulación del Sistema en Forma de Sistema Dinámico

Para la aplicación del algoritmo de Kalman expresamos el modelo previo en forma matricial, obteniendo:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\beta \\ -\alpha(1 + \gamma D) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$$

Al expresar la forma matricial [2] como un sistema discreto y usar el método numérico de Euler con una pequeña variación de tiempo Δt , tenemos que:

$$X_{t+1} = AX_t + W_t$$

Donde,

- $X_t = \begin{bmatrix} A_t \\ B_t \end{bmatrix}$ es el estado en el tiempo t .
- A es la matriz de transición del estado, dada por:
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\beta\Delta t \\ -\alpha(1 + \gamma D)\Delta t & 1 \end{bmatrix}$$
- W_t es el ruido del proceso, que representa incertidumbre en la evolución real

A.2.2 Medición y Corrección con el Filtro de Kalman

Debido que en la realidad las mediciones pueden ser ruidosas, asumimos que en cada paso recibimos:

$$Z_t = X_t + V_t$$

Donde Z_t es la medición observada y V_t es el ruido de medición.

la aplicación filtro de Kalman sigue los siguientes pasos:

1. Predicción de la evolución del combate:

$$\hat{X}_{t+1}^- = A\hat{X}_t$$

$$P_{t+1}^- = AP_t A^T + Q$$

Donde P_t es la covarianza del estado y Q es el ruido del proceso.

2. Corrección con la medición ruidosa:

$$K_{t+1} = P_{t+1}^- (P_{t+1}^- + R)^{-1}$$

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_{t+1}^- + K_{t+1}(Z_{t+1} - \hat{X}_{t+1}^-)$$

$$P_{t+1} = (I - K_{t+1})P_{t+1}^-$$

Donde K_t es la ganancia de Kalman ((determina cuánto peso dar a las mediciones frente a la predicción) y R es la matriz de ruido de medición.

B. Uso de Scooters Todo Terreno en la Infantería

Como se sabe, la ley cuadrática se deriva del modelo de Lanchester de combate, que describe la evolución de las fuerzas en conflicto. Existen dos leyes de combate planteadas por Lanchester:

1. Ley de fuego dirigido (cuadrática): Se aplica cuando las fuerzas conocen la ubicación de sus rivales.
2. Ley de fuego no dirigido (lineal): Se aplica cuando las fuerzas no conocen exactamente la ubicación de sus rivales

En esta última década el uso de scooters eléctricos ha transformado el transporte personal, permitiendo una movilidad ágil y eficiente. En el ámbito militar, si un ejército emplea scooters todoterreno para su infantería, mejorara su capacidad de desplazamiento, dispersión y reposicionamiento, lo que influye en su eficacia táctica y en la tasa de bajas. Esto afecta los coeficientes del modelo de Lanchester [2]. Con tal propósito se construirá un modelo matemático basado en la ley de fuego directo. Sea A el ejército equipado con scooters y B el que no los tiene:

$$\frac{dA}{dt} = -\beta B \quad (9)$$

$$\frac{dB}{dt} = -\alpha A \quad (10)$$

Si introducimos scooters eléctricos en la infantería de uno de los bandos, esto afecta la ecuación en varias formas:

1. Mayor Movilidad Táctica:

- Los soldados con scooters pueden reposicionarse más rápido, lo que afecta la tasa de contacto con el enemigo.
 - En un modelo Lanchester cuadrático clásico el coeficiente de efectividad del fuego α o β podría aumentar para el ejército con scooters si logran mejores posiciones de ataque [6].
2. Evasión y Dispersión:

Si los soldados con scooters pueden evitar ser alcanzados con más facilidad, se podría introducir un factor de reducción de la efectividad del fuego enemigo. modelado con una función $f(t)$ que reduce el coeficiente β , obteniendo:

$$\beta' = \beta f(t)$$

Donde:

$$f(t) = e^{-\lambda t}, \quad 0 < f(t) \leq 1$$

Observamos que,

- Inicialmente $f(0) = 1$, lo que implica que la movilidad es máxima y el ejército A es más difícil de ser alcanzado.
- Conforme pasa el tiempo, $f(t)$ disminuye debido a varios factores (fatiga, desgaste de scooters, adaptación táctica del enemigo).
- λ es una constante que controla la velocidad con la que se pierde esta ventaja.

Por consiguiente, para el ejercito la ecuación modificada A es de la forma:

$$\frac{dA}{dt} = -\beta e^{-\lambda t} B \quad (11)$$

3. Incremento de la Efectividad Ofensiva

Los scooters también permiten que A se posicione mejor, ataque con más rapidez y sea más efectivo contra B. Esto se modela usando una función $g(t)$ que aumenta el coeficiente α :

$$\alpha' = \alpha g(t)$$

$$g(t) = 1 + \mu e^{-\nu t}, \quad g(0) = 1 + \mu$$

C. Modelo Final de Lanchester con uso de Scooters

Tomando en consideración las modificaciones del modelo matemático debido al uso de vehículos scooters, el sistema de ecuaciones diferenciales será:

$$\frac{dA}{dt} = -\beta e^{-\lambda t} B \quad (12)$$

$$\frac{dB}{dt} = -\alpha(1 + \mu e^{-\nu t}) A \quad (13)$$

Donde,

- La pérdida de efectivos del ejército es más lentamente al inicio debido a la evasión $e^{-\lambda t}$, pero esta ventaja se reduce con el tiempo.
- B sufre más bajas inicialmente debido a la mayor ofensiva de A, pero esta ventaja también disminuye.
- Dependiendo de λ , μ y ν , el ejército con scooters podría obtener una ventaja temprana, pero perderla en combates prolongados.

III. DESARROLLO DE PROPUESTA

Para ilustrar las ventajas en la aplicación del algoritmo del Filtro de Kalman, se simularán 3 enfrentamientos de artillería entre dos ejércitos.

D. Simulaciones de Enfrentamiento de Artillería con el Uso de Drones y Aplicación del Filtro de Kalman

En la primera simulación el enfrentamiento se da sin el apoyo de drones. En la segunda simulación una de las fuerzas (la fuerza en azul) usa drones para mejorar la precisión del fuego de artillería. En el tercer enfrentamiento se aplicará el filtro de Kalman para mejorar la precisión de la artillería asistida por los drones.

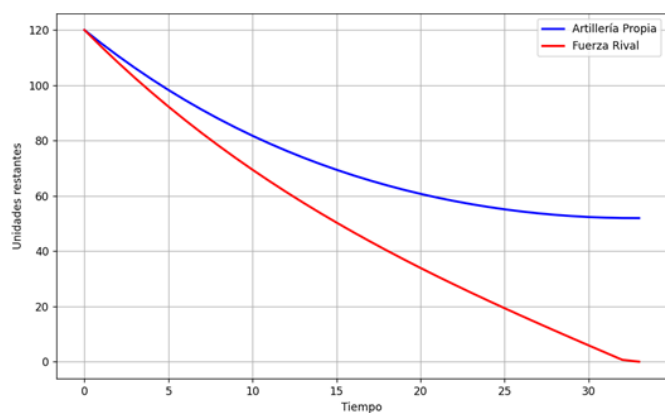


Fig. 1 Evolución del enfrentamiento de acuerdo a la ley de fuego directo de Lanchester

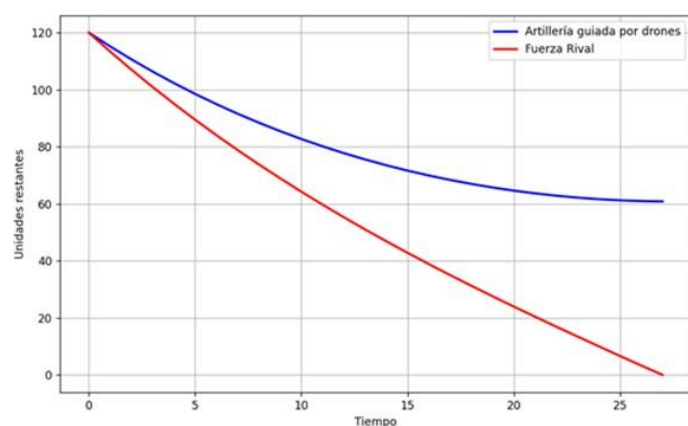


Fig. 2 Evolución del enfrentamiento con ayuda de drones para la precisión de fuego

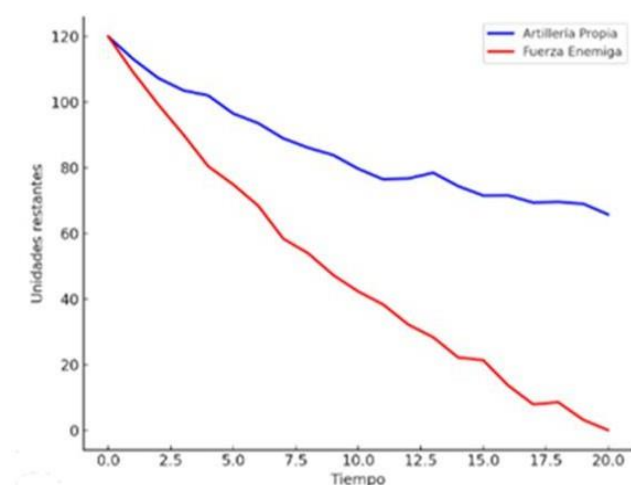


Fig. 3. Evolución del combate con ayuda drones y uso del filtro de Kalman

De las tres simulaciones podemos ver que el uso de drones para guiar el fuego de artillería y el Filtro de Kalman permiten mejorar la precisión y eficiencia de los disparos. Esto se traduce en menos desperdicio de munición, mejor toma de decisiones y un combate más favorable para la artillería propia. En resumen, Kalman permite que la artillería aproveche mejor sus recursos y doblegue más rápido al rival.

E. Simulación de Enfrentamiento con el Uso de Scooters Todo Terreno de Infantería

Para evaluar el desarrollo del combate entre dos ejércitos, realizaremos una simulación de enfrentamiento, usando el modelo adaptado de Lanchester, con inclusión del uso de los scooters por parte de uno de los ejércitos (ejército A en rojo), mientras que el otro ejército (ejército B en amarillo) lo hace de manera convencional sin el uso de scooters. Al inicio del combate el ejército convencional cuenta con superioridad numérica, lo que lo pone en ventaja inicialmente, pero conforme evoluciona el combate la ventaja disminuye, tal como lo muestra gráfica de la simulación.

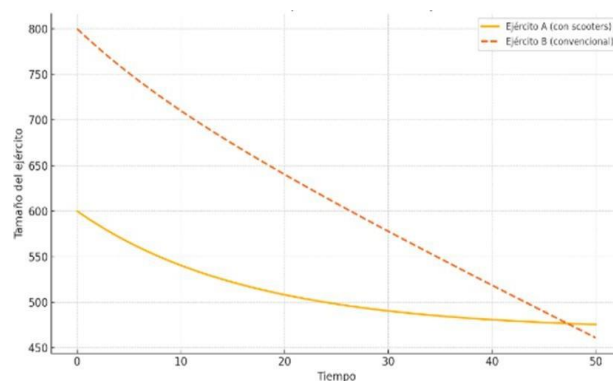


Fig. 4. Evolución del combate con $\mu = 0.5$, $\lambda = 0.05$, $\alpha = 0.012$ y $\beta = 0.010$

E.1 Fases del combate en la gráfica

El análisis de las fases de combate en la simulación se lleva a cabo en tres fases de tiempo; inicial, media y final.

E.1.1 Inicio del combate ($t \approx 0$ a 10)

El ejército A comienza con menos tropas, pero tiene una ventaja ofensiva clara por su movilidad. Esta ventaja está representada por $g(t) = 1 + \mu e^{-\lambda t}$, que en los primeros momentos es significativa. Aunque el ejército A comienza con desventaja numérica, el ritmo al que A elimina a B es mayor que el inverso

E.1.2 Fase media ($t \approx 10$ a 25)

La ventaja ofensiva de A empieza a disminuir debido a la pérdida progresiva de movilidad (las baterías de los scooters se van agotando). Sin embargo, en esta etapa el daño ya está hecho: el ejército B ha sido reducido considerablemente. Aún con menor eficiencia, A mantiene superioridad numérica local, lo que le permite continuar dominando.

E.1.3 Fase final ($t > 25$)

Aún cuando el ejército A pierde movilidad táctica, el ejército B ya no tiene suficientes fuerzas para revertir el curso. A se queda con tropas remanentes, mientras que B es completamente neutralizado.

E.2 Consecuencias Tácticas del Modelo

Como resultado del análisis de la simulación podemos derivar las siguientes conclusiones:

- La movilidad táctica inicial de los scooters ofrece una ventaja crítica en los primeros momentos, lo cual es decisivo.
- Aunque la efectividad de A disminuye con el tiempo, esa ventana inicial de superioridad permite inclinar la batalla a su favor.
- Los scooters no solo sirven para "escapar" o moverse más rápido, sino que tienen un impacto ofensivo directo y determinante en el combate si se usan estratégicamente al inicio.
- Aunque A empieza con desventaja numérica, el ritmo al que A elimina a B es mayor que el inverso.

IV. CONCLUSIONES

El uso de drones en operaciones de fuego de artillería ha generado una transformación significativa en el papel de la artillería en combate. Los resultados del análisis del modelo matemático que incorpora estos sistemas demuestran que la artillería ha pasado de cumplir un rol de fuego indirecto a operar con precisión de fuego directo. En este nuevo escenario, los drones actúan como los ojos de la artillería, proporcionando información en tiempo real que permite una puntería mucho más precisa y efectiva."

La información de localización precisa del rival, enviada por los drones a las unidades de artillería, permite calibrar los disparos con alta precisión, aumentando particularmente

el coeficiente de efectividad de la artillería en un factor multiplicativo de $(1 + \gamma D)$, lo que no sería posible sin la guía de los drones.

la incorporación del algoritmo del Filtro de Kalman en sistemas de apoyo a la artillería representa un avance crucial en la precisión y eficiencia operativa. Al corregir datos distorsionados por ruido o interferencias —como la posición, velocidad y dirección del objetivo— este algoritmo permite obtener estimaciones más precisas en tiempo real. Gracias a ello, la artillería puede actuar con mayor exactitud, optimizando el uso de recursos y aumentando significativamente su capacidad de respuesta frente al adversario.

Si el uso de drones para el guiado de fuego de artillería es crucial para su precisión, no menos lo es el uso de scooters todo terreno por parte de la infantería, como lo demuestra el modelo matemático formulado y analizado en esta investigación. El uso de vehículos scooter todo terreno por parte de la infantería introduce una modificación en el modelo matemático de Lanchester que describe la evolución del combate, debido a una mayor movilidad en el campo de batalla. Esto le permite reposicionarse con mayor rapidez y reducir el tiempo de contacto con el rival.

Al usar scooters todo terreno, la infantería mejora su capacidad de evasión y dispersión y reposicionamiento, afectando los coeficientes de efectividad en el modelo matemático que describe el combate. Como resultado se introduce un factor de reducción de la efectividad del fuego rival mediante una función $f(t)$ que reduce el coeficiente β . Cabe destacar que las constantes λ , μ y ν le da una ventaja temprana a la infantería con scooters, pero puede perderla en combates prolongados, debido al desgaste de baterías y cansancio y fatiga de la infantería como resultado del uso prolongado de los scooters.

El uso combinado de scooters eléctricos en la infantería y del algoritmo de Kalman en modelos de combate representa una innovación táctica significativa. Los scooters ofrecen una ventaja inicial clave en movilidad, permitiendo desplazamientos rápidos, flanqueos y concentración táctica con menor desgaste físico, mientras que el algoritmo de Kalman potencia la toma de decisiones al estimar posiciones enemigas en tiempo real y corregir trayectorias bajo incertidumbre. En conjunto, esta combinación permite una superioridad asimétrica que redefine las posibilidades tácticas de la artillería e infantería moderna

V. REFERENCIAS

- [1] Cao Minh Tri et al. (2025). *Research and Implementation of the Kalman Filter in 3D Radar Target Tracking*. Journal of Military Science and Technology.

- [2] Jebaraj, S., & Banerjee, S. (2020). *Development of Ride Dynamics Mathematical Model for the Military Vehicle*.
- [3] Lanchester, F.W. (1916). *Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm*. Constable and Co.
- [4] Mayitzin, D. (2015). *Kalman Filter – A Painless Approach*.
- [5] Nair, A., & Resmi, R. (2024). History and Applications of Kalman Filter: A Review. *International Journal of Electrical Power and Machine Systems*.
- [6] Peterson, F. K. (2010). *A Mathematical Model of Infantry Combat*.
- [7] Welch, G., & Bishop, G. (1995). *An Introduction to the Kalman Filter*. University of North Carolina at Chapel Hill.