

Determination of the Collaborative Optimal Lot Size for Product Replenishment in a Supermarket Chain Using Dynamic Programming Algorithms

Marcos Moya Navarro; José Ugalde Rodríguez
Universidad Latina de Costa Rica, Costa Rica, marcos.moya@ulatina.net
Universidad LEAD, Costa Rica, jose.ugalde@ulead.ac.cr

Abstract- The primary objective of this study is to determine the optimal collaborative replenishment size for a food product category consisting of 18 subcategories in a modern-channel supermarket chain with 14 points of sale. To achieve this, an annual planning horizon divided into 12 monthly periods was considered, employing the dynamic programming algorithm proposed by Harvey Wagner and Thomson Whitin. This algorithm was informed by demand forecasts generated through robust prediction methodologies (Holt-Winter, Prophet, Polynomial Regression, and Random Forest) and the cost structures established by the supermarket chain.

To assess the sensitivity of the model to variations in ordering, purchasing, and inventory holding costs, two additional scenarios were designed alongside the baseline scenario. The first scenario presents an adverse environment, with a sustained monthly increase of 10% in these costs throughout the entire planning horizon. The second scenario combines favorable and unfavorable conditions: during the first half of the planning period, a 5% reduction in each of these costs is applied, followed by a 5% increase in the second half.

The results showed that, in the first scenario, the total cost of the inventory policy increased by an average of 3.44% per period compared to the baseline scenario. In contrast, the second scenario revealed a decrease of 0.4% per period compared to the same reference point. These findings demonstrate the capacity of the Wagner-Whitin mathematical model based on dynamic programming, reinforced with robust forecasting methodologies, to anticipate changes in ordering, purchasing, and inventory holding costs, thereby optimizing decision-making in replenishment management.

Keywords-- Collaborative Replenishment, Cost Optimization, Decision-Making Optimization, Demand Forecasting, Dynamic Programming

Determinación del Tamaño Óptimo de Lote Colaborativo para el Reabastecimiento de Productos en Cadenas de Supermercados Mediante Programación Dinámica

Determination of the Collaborative Optimal Lot Size for Product Replenishment in a Supermarket Chain Using Dynamic Programming Algorithms

Marcos Moya Navarro; José Ugalde Rodríguez
Universidad Latina de Costa Rica, Costa Rica, marcos.moya@ulatina.net
Universidad LEAD, Costa Rica, jose.ugalde@ulead.ac.cr

Resumen– El objetivo principal de este estudio es determinar el tamaño óptimo de reabastecimiento colaborativo para una categoría de productos alimenticios compuesta por 18 subcategorías en una cadena de supermercados del canal moderno con 14 puntos de venta. Para ello, se consideró un horizonte de planificación anual dividido en 12 periodos mensuales, empleando el algoritmo de programación dinámica propuesto por Harvey Wagner y Thomson Whitin. Este algoritmo fue alimentado con pronósticos de demanda generados mediante metodologías de predicción robustas (Holt-Winter, Prophet, Regresión Polinomial y Random Forest) y la estructura de costos establecida por la cadena de supermercados.

Se diseñaron dos escenarios adicionales al escenario base para evaluar la sensibilidad del modelo ante variaciones en los costos de pedido, compra y almacenamiento. El primer escenario plantea un entorno adverso con un aumento mensual sostenido del 10% en estos costos durante todo el horizonte de planificación. El segundo escenario combina condiciones favorables y desfavorables: una reducción del 5% en los costos durante la primera mitad del periodo y un aumento del 5% en la segunda mitad.

Los resultados mostraron que, en el primer escenario, el costo total de la política de inventarios aumentó en promedio un 3.44% por periodo en comparación con el escenario base. En contraste, el segundo escenario evidenció una disminución del 0.4% por periodo. Estos hallazgos demuestran la capacidad del modelo matemático de Wagner-Whitin, reforzado con metodologías de pronóstico robustas, para anticipar cambios en los costos y optimizar la toma de decisiones en la gestión de reabastecimiento.

Palabras clave– Reabastecimiento colaborativo, Optimización de costos, Optimización en la toma de decisiones, Pronóstico de la demanda, Programación dinámica

I. INTRODUCCIÓN

El control de inventarios es un componente fundamental de la cadena de suministros, por lo que la operación exitosa de esta cadena es un requisito necesario para garantizar el éxito de cualquier empresa que produce y/o comercializa bienes de consumo.

La Ref. 1 indica que la cadena de suministros es el proceso que conecta a los proveedores, fabricantes,

distribuidores y minoristas, asegurando que los productos lleguen a los consumidores de manera eficiente y oportuna. Los autores apuntan que uno de los aspectos más críticos de la cadena de suministro es la gestión del inventario, en la cual la optimización de inventario es fundamental para minimizar costos, maximizar la eficiencia y mejorar la satisfacción del cliente. La optimización de inventarios, según explican los autores, consiste en la gestión estratégica de los niveles de stock para asegurar la disponibilidad suficiente que permita satisfacer la demanda de los clientes, evitando al mismo tiempo un exceso de inventario. Esto implica equilibrar adecuadamente la cantidad de productos almacenados para evitar la falta de existencias y los costos asociados con el exceso de inventario.

La Ref. 2 indica que los comercios minoristas prestan cada vez más atención a su inventario, con el objetivo de lograr la máxima disponibilidad de su stock con el mínimo costo, agregando que la optimización de inventario en el comercio minorista significa ganar más dinero, y es por ello por lo que la optimización se trata cada vez más a nivel estratégico.

La Ref. 3 establece que la mayoría de las empresas en el mundo, para lograr ser competitivas en la prestación del servicio al cliente, están obligadas a realizar una gestión eficiente de sus inventarios. Los autores indican que, el objetivo general de la gestión de inventarios es garantizar la disponibilidad oportuna de los elementos que se necesitan (materia prima, materiales en proceso, productos terminados, insumos, repuestos, etc.), en las condiciones deseadas y en el lugar correcto. También apuntan que, dado que la gestión de inventarios es una actividad transversal a la cadena de suministro, deben implementarse estrategias para lograr un manejo efectivo del mismo con el fin evitar consecuencias no deseadas como un bajo nivel de servicio y el incremento de costos de administración de inventarios.

En la Ref. 4 los autores formulan y analizan un modelo novedoso sobre las decisiones de inventario y precios de un minorista para productos agrícolas frescos, teniendo en cuenta el comportamiento de consumo anticipado de los consumidores en un canal en línea. Los autores proponen un modelo de optimización dinámica y utilizan un método de programación no lineal basado en las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker para obtener la estrategia dinámica óptima, que se analiza comparativamente para demostrar su superioridad frente a la estrategia estática relacionada.

La Ref. 5 establece que el control de inventarios implica la toma de decisiones de manera dinámica. Por lo tanto, la programación dinámica parece ser un enfoque apropiado para buscar políticas de pedido. Los autores indican que la evaluación de las políticas de pedido generadas por la programación dinámica estocástica (SDP, por sus siglas en inglés) muestra que SDP genera políticas de pedido que alcanzan un nivel de servicio más alto del requerido, debido a que el requisito de nivel de servicio se maneja de manera condicional dependiendo del estado actual del inventario. Esto resulta en una política con costos más bajos y niveles de servicio que, al final del ciclo de reabastecimiento, se acercan al nivel de servicio requerido.

A. *Determinación del Tamaño del Lote Colaborativo Utilizando Algoritmos de Programación Dinámica*

El objetivo principal de este trabajo es determinar el tamaño óptimo de reabastecimiento de una familia de productos, sobre un horizonte de planeamiento anual, dividido en 12 periodos mensuales, en una cadena de supermercados. El reabastecimiento se llevará a cabo mediante el uso de algoritmos de programación dinámica que se alimentarán de los pronósticos mensuales de la demanda obtenidos de la selección del mejor modelo de pronóstico seleccionado de entre cuatro metodologías robustas de predicción de demanda, y de los esquemas de costos establecidos por la cadena de supermercados. El objetivo final es el de minimizar los costos totales de la política de inventarios y maximizar la eficiencia operativa en la gestión de la cadena de suministro. Esta cadena de supermercados no solo vende sus productos en las tiendas físicas, sino que también venden sus productos en línea, por lo que el reabastecimiento de sus inventarios debe ser preciso. Este estudio contribuye al cuerpo de conocimiento existente en la gestión de inventarios colaborativos, proporcionando un marco analítico robusto que puede ser adaptado a diferentes contextos logísticos. Además, se busca demostrar la aplicabilidad de la programación dinámica en la resolución de problemas complejos de la cadena de suministro, ofreciendo soluciones óptimas en escenarios caracterizados por la incertidumbre y la interdependencia de decisiones.

La Ref. 6 indica que para las compañías de retail es clave reponer productos en el momento y lugar preciso para tener un

inventario equilibrado según sus estándares. Los autores destacan que entre los posibles problemas de inventario (stock) se destacan dos extremos: primero la falta de productos en tiendas y segundo el exceso de productos en tiendas, lo que puede generar que productos entren al proceso de liquidación, reduciendo el margen de utilidad. Los autores también indican que generar un calendario de reposición eficiente es una tarea compleja debido a la gran cantidad no solo de unidades de inventario (SKU), sino también de tiendas que manejan las grandes compañías.

La Ref. 7 establece que la gestión de un sistema de inventarios es una actividad transversal a la cadena de abastecimiento que constituye uno de los aspectos logísticos más complejos en cualquier sector de la economía. Los autores indican que las inversiones en los inventarios son cuantiosas y el control de capital asociado a las materias primas, los inventarios en proceso y los productos finales, constituyen una potencialidad para lograr mejoramientos en el sistema. También apuntan los autores que esta complejidad en la gestión se hace cada vez más aguda teniendo en cuenta los efectos que generan fenómenos como la globalización, la apertura de mercados, el incremento en la diversificación de productos, distribución de productos con altos estándares de calidad, y la masificación de acceso a la información.

La Ref. 8 indica que el comercio minorista de alimentos en línea (e-grocery) permite realizar pedidos de productos a través de plataformas digitales para su entrega en un intervalo de tiempo futuro seleccionado por el cliente. Los autores apuntan a que este campo emergente de negocios proporciona a los minoristas conjuntos de datos nuevos, extensos y exhaustivos, pero, al mismo tiempo, genera diversos desafíos para la gestión de inventarios como, por ejemplo, el riesgo de que la falta de un solo artículo en inventario conduzca a la cancelación total del proceso de compra. Véase también la Ref. 9. Como consecuencia, indican los autores, los minoristas aspiran a alcanzar objetivos de niveles de servicio muy elevados con el fin de ofrecer un servicio al cliente satisfactorio y garantizar un crecimiento empresarial sostenible a largo plazo.

La hipótesis de trabajo de este estudio es que el uso de modelos de programación dinámica para la determinación del reabastecimiento de inventarios permite establecer una estrategia de optimización de inventarios robusta para cadenas de supermercados. Esto significa que esta clase de modelos de optimización anticipan las cantidades de reaprovisionamiento adecuadamente en entornos en donde la demanda de productos y los costos de inventario asociados pueden variar de manera favorable o desfavorable a lo largo de los periodos de tiempo contemplados en el horizonte de planeamiento, optimizando así costo total de la política de inventarios.

En la Ref. 10 los autores indican que utilizando un conjunto de datos del mundo real procedente de una gran cadena minorista omnicanal estadounidense, una evaluación

del valor empresarial durante un período de alta demanda indica un incremento en la rentabilidad superior al 15 % para estrategia de optimización de inventarios bimodal optimista-robusta en comparación con otras metodologías de referencia.

La Ref. 11 establece que en contraposición a las condiciones del modelo de Cantidad Económica de Pedido (EOQ, por sus siglas en inglés), cuando los parámetros, tales como la demanda o los costos de producción, son dinámicos en un horizonte de planificación finito, el modelo EOQ arroja resultados engañosos, por lo que se requiere una nueva solución. Es bien sabido que, en aplicaciones del mundo real, rara vez ocurre que la demanda o los costos se mantengan constantes a lo largo de un horizonte temporal infinito. Resulta, por tanto, más lógico considerar demandas o costos dinámicos en un horizonte temporal finito.

La Ref. 12 indica que la toma de decisiones bajo incertidumbre es un tema recurrente en muchos problemas del mundo real. Por lo general, se debe tomar una decisión en un momento determinado, sujeta a ciertas restricciones, con el fin de optimizar alguna medida de desempeño, sin tener un conocimiento completo de las consecuencias de dicha acción. Este tipo de problemas puede modelarse de forma natural como programas dinámicos.

B. Metodología General Para Determinar el Tamaño Optimo del Lote de Reabastecimiento Colaborativo Mediante Algoritmos de Programación Dinámica

La Fig. 1 resume los pasos necesarios para determinar la política de reabastecimiento colaborativa de una familia o categoría de productos que el supermercado debe adquirir periodo a periodo para suplir las demandas de los clientes. La categoría de productos consta de múltiples subcategorías de ítems.

En el primer paso de la metodología para la determinación del reabastecimiento de una categoría de productos alimenticios se pronostica la demanda total colaborativa para cada periodo de venta de la categoría de productos seleccionada. Este procedimiento se repite en cada uno de los 14 puntos de venta del supermercado para un horizonte de planeamiento de 12 meses. Para el cálculo del pronóstico de la demanda se utilizaron cuatro métodos de pronósticos robustos: Holt-Winter, Prophet, Regresión polinomial de cuarto grado y Random Forest. El pronóstico de la demanda incorporado en este estudio fue el obtenido con el método que proporcionó el menor error de pronóstico MAPE. Por demanda total colaborativa se entiende la demanda agregada de todas las subcategorías de productos de la familia de productos seleccionada en cada uno de los periodos del horizonte de planeación seleccionado.

La Ref. 13 indica que las series de tiempo son uno de los tipos de datos más comunes que encuentran los científicos de

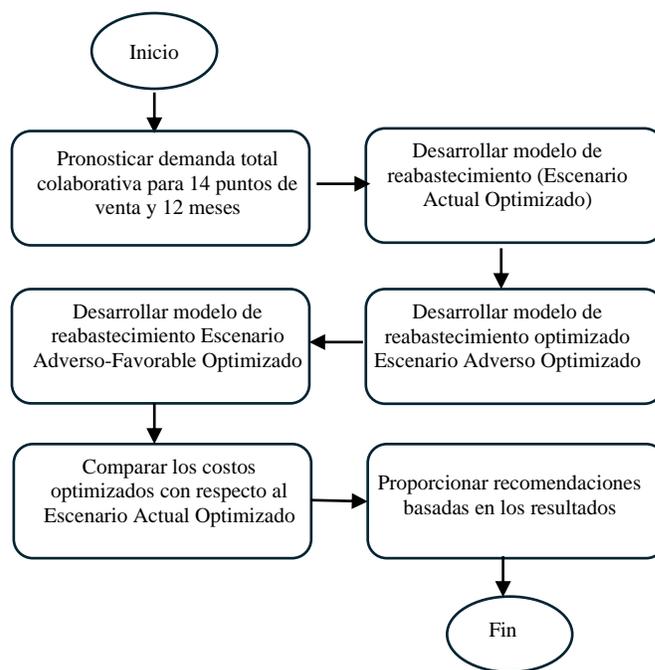


Fig. 1 Metodología Para el Cálculo de la Política de Inventarios Colaborativa Mediante Programación Dinámica.

datos y, en el contexto del crecimiento exponencial de los datos en la actualidad, aprender a modelarlas de la mejor manera para obtener información significativa es una habilidad importante en la caja de herramientas de Big Data y Ciencia de Datos. Los autores apuntan que, como resultado, muchos investigadores han dedicado sus esfuerzos al desarrollo de métodos de análisis de series de tiempo para predecir valores futuros basándose en valores observados previamente. Uno de los métodos más conocidos es el método estacional de Holt-Winters, que se utiliza comúnmente para captar el efecto de estacionalidad en los datos de series de tiempo.

La Ref. 14 establece que la previsión de la demanda es fundamental para optimizar la gestión de inventarios minoristas, la fijación de precios y las operaciones. En este estudio los autores comparan varios modelos de pronóstico de series de tiempo utilizando un conjunto de datos minoristas de acceso público, incluyendo métodos estadísticos tradicionales como ARIMA y SARIMA, técnicas de suavizamiento y modelos recientes de Facebook, como Prophet y Neural Prophet, evaluando cada modelo utilizando métricas como el Error Absoluto Medio (MAE), la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) y el coeficiente de determinación (R²). Los resultados muestran que NeuralProphet y los modelos híbridos superan a los modelos tradicionales como ARIMA y SARIMA.

La Ref. 15 establece que la regresión polinomial se presenta como una extensión de la regresión lineal simple para

capturar relaciones no lineales entre la variable dependiente y las variables independientes. Los autores apuntan que este tipo de modelos permiten modelar patrones de datos complejos, como curvas con múltiples inflexiones, y que, a pesar de su complejidad aparente, es de fácil implementación utilizando técnicas estándar de regresión lineal al tratar las potencias de X como nuevas variables independientes.

La Ref. 16 indica que, en el mundo empresarial actual, las organizaciones deben mejorar sus servicios en términos de eficiencia, confiabilidad y disponibilidad para sobrevivir en el mercado, por lo que la previsión de ventas y una planificación efectiva de la demanda afectan positivamente el desempeño de una cadena de suministro. Los autores establecen que las técnicas de machine learning (ML) se han vuelto predominantes en diversas disciplinas debido a su capacidad para abordar los problemas asociados con conjuntos de datos cada vez más grandes y complejos, lo que implica el uso de algoritmos avanzados para descubrir patrones significativos en conjuntos de datos a gran escala y diversos, lo que sería prácticamente imposible para una persona bien entrenada.

En el segundo paso de la metodología se procede a desarrollar un modelo de reabastecimiento colaborativo optimizado para la categoría de productos estudiada mediante el uso de programación dinámica. El escenario para estudiar se denomina “Escenario Actual Optimizado” en el cual se utilizan los costos de pedir, costos de reabastecimiento unitarios y costos de mantenimiento del inventario actuales, extraídos de la base de datos de productos. Este escenario se utilizará como el escenario base de comparación de los escenarios a estudiar en los siguientes pasos de la metodología.

En el tercer paso se desarrolla un modelo de reabastecimiento de producto para un escenario de costos denominado “Escenario Adverso Optimizado” mediante el uso de programación dinámica. Por escenario adverso se entiende un escenario simulado con un incremento sostenido en los costos de comprar, reabastecer y mantener el inventario del 10% por periodo. El objetivo de este escenario es estudiar la bondad de los métodos de programación dinámica de anticipar el reabastecimiento ante la eventualidad de un aumento de los costos en periodos futuros.

En el cuarto paso se desarrolla un modelo de reabastecimiento colaborativo para un escenario simulado denominado “Escenario Adverso-Favorable Optimizado”. Este escenario incluye un aumento sostenido de los costos de pedir, reabastecer y mantener el inventario de 5% en los primeros seis periodos del horizonte de planeación y luego una disminución del 5% los restantes seis periodos del horizonte de planeamiento. El objetivo de este escenario es estudiar de qué manera el modelo de programación dinámica responde al costo total de la política de inventarios colaborativa cuando los

costos asociados al modelo matemático siguen una función cóncava.

En el quinto paso de la metodología se comparan los costos totales optimizados de las políticas de inventario simuladas denominadas “Escenario Adverso Optimizado” y Escenario Adverso-Favorable Optimizado” con el costo total obtenido en el escenario denominado “Escenario Actual Optimizado”. El objetivo en este paso es estudiar la bondad de la metodología de programación dinámica como herramienta de optimización de inventarios colaborativos.

En el sexto y último paso de la metodología, se recomienda si el modelo analítico de programación dinámica es una metodología apropiada para extenderla a todas las demás familias de productos contenidas en la base de datos del modelo. Además, el estudio busca demostrar la aplicabilidad de la programación dinámica en la resolución de problemas complejos de la cadena de suministro, ofreciendo soluciones óptimas en escenarios caracterizados por la incertidumbre y la interdependencia de decisiones.

La Ref. 17 indica que la programación dinámica ha sido utilizada en la gestión de inventarios para optimizar decisiones en contextos de demanda no estacionaria, permitiendo ajustar las políticas de reabastecimiento a lo largo del tiempo. Los autores indican que su aplicación en la cadena de suministro ha demostrado ser efectiva para mejorar la planificación del inventario y reducir costos operacionales en entornos con variabilidad en la demanda.

II. DEFINICIÓN DEL CASO DE ESTUDIO

En el contexto actual de las cadenas de suministro en Costa Rica, la eficiencia en la gestión de inventarios es un factor crucial para mantener la competitividad de las organizaciones, especialmente en el sector minorista. Las cadenas de supermercados enfrentan el desafío constante de optimizar sus procesos de reabastecimiento con el fin de garantizar la disponibilidad de productos, reducir costos operativos y mejorar la satisfacción del cliente.

Para este estudio, se seleccionó una cadena de supermercados de canal moderno con 14 puntos de venta distribuidos a lo largo de la Gran Área Metropolitana de Costa Rica. El análisis se centró en la categoría de biscuits dulces, que abarca un total de 18 subcategorías de productos. Para esta investigación se seleccionaron las subcategorías de productos de un proveedor específico de entre 58 proveedores, que representa el 43.94% de las ventas totales de biscuits dulces. En el contexto comercial y de supermercados en Costa Rica, la categoría de "biscuits dulces" incluye una amplia variedad de productos, que va desde galletas dulces tradicionales, bizcochos y barritas dulces y productos con coberturas o inclusiones entre otros. Estos productos son muy

populares en el país, tanto para el consumo directo como para acompañar bebidas calientes, especialmente café, que es una parte importante de la cultura costarricense. Además, suelen estar presentes en presentaciones individuales y familiares, lo que permite su comercialización en diferentes formatos según la demanda del consumidor. Estos productos están incluidos en la definición de canasta básica de Costa Rica.

La Tabla I muestra un segmento de la base de datos estudiada. Los datos corresponden a las ventas reales de la categoría de biscuits dulces provenientes del proveedor seleccionado durante los meses de enero del año 2022 a febrero del año 2024 para los 14 puntos de venta que cubre el estudio. Esto representa un total de 117 productos distribuidos en 20 marcas.

TABLA I
SEGMENTO DE LA BASE DE DATOS

Fecha	GTIN	Producto	Unidades Vendidas
31/01/22	744116341331	Producto 1	60
31/01/22	8658102002	Producto 2	108
31/01/22	744116341223	Producto 3	157
31/01/22	744116340061	Producto 3	141
31/01/22	8658100782	Producto 4	202
...			
29/02/24	744116341304	Producto 3	254
29/02/24	744116341422	Producto 1	166
29/02/24	744116341388	Producto 7	28
29/02/24	744116341352	Producto 8	139

La totalidad de puntos de venta incluidos en el estudio se muestra en la Tabla II. La base de datos completa contiene la información mostrada en la Tabla I para la totalidad de puntos de venta.

TABLA II
LOCALIZACIÓN DE LOS PUNTOS DE VENTA

Punto de Venta	Localización	Notación
1	Alajuela	ALA
2	Cartago	CAR
3	Ciudad Quesada	CQS
4	Curridabat	CUR
5	Desamparados	DES
6	Escazú	ESC
7	Guadalupe	GUA
8	Heredía	HER
9	Heredía Este	HEE
10	La Lima	LLM
11	Liberia	LIB
12	Pérez Zeledón	PZE
13	San Sebastián	SSB
14	Tibás	TBA

Los costos promedio unitarios de la familia de productos biscuits dulces se presentan en la Tabla III. Los datos se muestran para cada uno de los periodos del horizonte de planeación y para cada uno de los puntos de venta donde se comercializan los productos.

TABLA III
COSTOS UNITARIOS PROMEDIO POR TIENDA

Periodo	ALA	CAR	CQS	CUR	DES	ESC
1	907.78	03.82	895.93	01.82	840.60	909.16
2	919.86	22.57	24.20	20.20	902.30	11.42
3	937.13	931.06	941.33	938.77	934.39	944.99
4	937.60	937.94	46.47	43.38	934.44	956.75
5	957.40	958.92	961.59	965.41	956.41	962.37
6	966.14	51.64	58.88	951.73	947.55	966.48
7	973.80	994.03	982.29	977.33	64.33	984.72
8	1005.03	63.91	971.27	976.94	952.42	950.64
9	977.98	964.64	62.26	985.08	977.08	968.82
10	958.93	68.37	964.07	963.32	960.77	956.82
11	847.43	892.78	68.54	861.90	876.98	868.54
12	866.67	881.37	887.86	877.83	864.91	865.63

Continuación ...

TABLA III
COSTOS UNITARIOS PROMEDIO POR TIENDA

Periodo	GUA	HER	HEE	LLM	LIB	PZE
1	900.60	909.07	916.96	71.01	871.20	899.91
2	922.51	934.21	931.88	16.64	931.57	27.29
3	947.43	940.85	926.34	31.04	942.31	41.48
4	945.01	947.72	932.25	29.28	937.40	47.93
5	959.73	960.72	949.00	46.95	962.93	66.66
6	964.84	965.65	936.85	44.93	965.30	52.17
7	993.04	977.50	948.20	72.48	957.89	49.88
8	958.95	995.98	959.77	70.01	956.85	59.53
9	974.10	968.06	951.17	56.30	947.81	73.94
10	950.73	967.35	934.82	31.49	937.39	41.53
11	890.12	854.85	881.25	65.23	870.25	04.23
12	877.22	861.59	848.85	54.34	840.77	62.09

Continuación ...

TABLA III
COSTOS UNITARIOS PROMEDIO POR TIENDA

Periodo	SSB	TB
1	852.25	852.25
2	913.71	913.71
3	932.93	932.93
4	942.59	942.59
5	948.93	948.93
6	961.43	961.43
7	981.14	981.14
8	995.37	995.37
9	972.60	972.60
10	971.90	971.90
11	870.47	870.47
12	860.58	860.58

Los costos de inventario se estiman en un 10% de los costos promedio unitarios del producto. Esto incluye un 5% promedio de la tasa básica pasiva en Costa Rica más un 5% por otros rubros de mantenimiento del inventario. El costo de hacer un pedido se estima en 4437.50 colones de Costa Rica, y fue calculado sobre el salario promedio mensual pagado para este tipo de actividad mas un 42% de cargas sociales. Se estima un promedio de una hora para gestionar un pedido.

III. METODOLOGÍA PARA EL REABASTECIMIENTO COLABORATIVO MEDIANTE PROGRAMACIÓN DINÁMICA

Una vez que se tienen los resultados de pronóstico colaborativo de la demanda se procede a calcular la política de reabastecimiento mensual utilizando el algoritmo de programación dinámica desarrollado por Harvey M. Wagner y Thompson M. Whitin. Este algoritmo fue presentado por primera vez en su artículo titulado "Dynamic Version of the Economic Lot Size Model" publicado en 1958. Ver Ref. 18. Los autores presentan un algoritmo hacia adelante para resolver la versión dinámica del modelo de tamaño económico de lote, permitiendo la posibilidad de que las demandas de un solo artículo, los costos de mantenimiento de inventario y los costos de configuración varíen a lo largo de N periodos, de tal manera que se busca un esquema de gestión de inventarios con costo total mínimo que satisfaga la demanda conocida en cada periodo. Este artículo ha sido reconocido como uno de los diez más influyentes publicados por la revista *Management Science* entre 1954 y 2003.

La Ref. 19 indica que los inventarios son gestionados por una empresa o negocio para anticiparse a una demanda futura con el fin de enfrentar la incertidumbre en los negocios, la cual puede deberse a desabastecimiento, una demanda que excede las estimaciones o exceso de inventario. Los autores indican que el uso de la técnica de dimensionado de lote es adecuado para determinar la cantidad de pedidos de inventario, ya que no solo minimiza el número de pedidos, sino que también reduce los costos directos de inventario y los costos inversos asociados a los pedidos de inventario.

La Ref. 20 indica que el uso de herramientas analíticas avanzadas y el intercambio de información en tiempo real han permitido mejorar la toma de decisiones en la reposición de productos, garantizando una mejor disponibilidad en el punto de venta. Los autores apuntan que la gestión efectiva de la cadena de suministro, mediante el uso de tecnologías de la información y metodologías analíticas, ha demostrado ser fundamental para reducir los costos asociados a la falta de inventario y el exceso de stock.

La Fig. 2 muestra la metodología de optimización seguida por el algoritmo de Wagner-Whitin. La nomenclatura se muestra en el apartado C.

C. Nomenclatura

- T: Número de periodos en el horizonte de planeación
- D_t : Demanda del periodo t ($t = 1, 2, \dots, T$)
- K: Costo fijo de ordenar
(Independiente de la cantidad pedida)
- h_t : Costo de mantenimiento del inventario por unidad en el periodo t

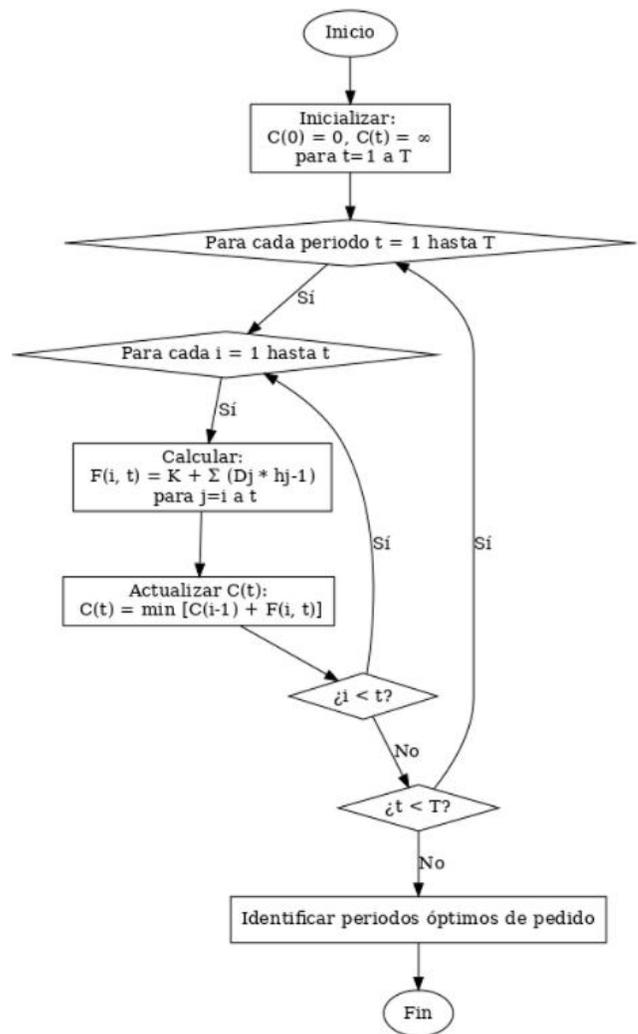


Fig. 2 Metodología Seguida Por el Algoritmo de Programación Dinámica Wagner-Whitin

Continuación ...

- $C(t)$: Costo mínimo acumulado para satisfacer la demanda hasta el periodo t .
- $F(i, t)$: Costo de satisfacer la demanda desde el periodo i hasta el periodo t con un solo pedido en i
- $C(0)$: Condición inicial (sin costos antes del primer periodo).

D. Modelo Matemático del Algoritmo Wagner-Whitin

Considérese que el horizonte de planificación está dividido en N periodos, con demandas conocidas D_1, D_2, \dots, D_N . Un solo lote se puede ser adquirir en cada periodo.

Sea Q_t el tamaño del lote adquirido en el período t . Hay un costo fijo K_t si se ordena un lote en el período t y el costo unitario de compra del producto es C_t , el cual puede variar de

un período a otro. Este modelo de inventarios no permite faltantes. Adicionalmente, el modelo matemático incorpora un costo h_t que representa el costo para mantener una unidad en inventario desde el período t hasta el período $t+1$.

El inventario inicial se asume como cero. El problema consiste en determinar los tamaños de lote Q_1, Q_2, \dots, Q_N que minimicen la suma de los costos de adquisición, los costos de comprar y costos de mantenimiento de inventario a lo largo de los N períodos del horizonte de planeación.

La solución óptima mencionada anteriormente implica que solo se necesita considerar programas de adquisición donde $Q_t = 0$ o $Q_t = D_t + D_{t+1} + \dots + D_k$, para algún $k = t, t+1, \dots, N$.

Sea F_k el programa de costo mínimo para los períodos $1, 2, \dots, k$, cuando se requiere que $I_k=0$.

Sea j el último período anterior a k que tiene un inventario final de cero.

Así, $I_j = 0, I_k = 0$ y $I_t > 0$, para $t=j+1, j+2, \dots, k-1$. Por lo tanto, $Q_{j+1}=D_{j+1}+D_{j+2}+\dots+D_k$.

Se define a F_{jk} como el costo incurrido en los periodos $j+1$ hasta k y se calcule como sigue:

$$F_{jk} = K_{j+1} + C_{j+1}Q_{j+1} + \sum_{t=j+1}^{k-1} h_t I_t$$

Dado que

$$I_t = Q_{j+1} - \sum_{r=j+1}^t D_r = \sum_{r=t+1}^k D_r, \text{ para } j < t < k$$

$$F_{jk} = K_{j+1} + C_{j+1}Q_{j+1} + \sum_{t=j+1}^{k-1} h_t \sum_{r=t+1}^k D_r$$

Una vez realizados todos los cálculos, se examina a partir del último periodo T , y se rastrea hacia atrás para identificar en qué periodos se realizaron los pedidos. Esto se hace observando qué decisiones i produjeron el menor costo acumulado $C(t)$.

V. RESULTADOS OBTENIDOS

La Tabla IV muestra los valores obtenidos para la métrica denominada Error Medio Absoluto Porcentual (MAPE), la cual se utilizó para evaluar la precisión del pronóstico en cada uno de los modelos de pronósticos seleccionados: Holt-Winter (HW), Prophet (PROP), Regresión Polinomial (RP) y Random Forest (RF), según se indica en el primer paso de la metodología mostrada en la Fig. 1. De la Tabla IV se observa que, a excepción del punto de venta de Ciudad Quesada, en todos los demás casos el modelo de pronósticos Prophet es que el proporciona el menor error de predicción.

Consecuentemente, el método de pronóstico utilizado para el cálculo del reabastecimiento es el que proporcione el menor error de predicción MAPE. Cabe destacar que también se calculó la métrica de la Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RMSE). El comportamiento de este tipo de error es el mismo que en el MAPE. Los pronósticos de la demanda se obtuvieron usando el software GS1 Forecast®.

TABLA IV
VALORES DEL ERROR MEDIO ABSOLUTO PORCENTUAL

Punto de Venta	Método de Pronóstico			
	HW	RP	PROP	RF
ALA	3.46%	0.62%	8.19%	2.78%
CAR	2.84%	1.57%	7.27%	2.94%
CQS	3.04%	3.34%	6.72%	4.22%
CUR	2.33%	0.00%	6.06%	2.11%
DES	3.74%	1.51%	6.75%	2.21%
ESC	2.73%	1.40%	8.82%	2.04%
GUA	4.39%	0.30%	9.17%	2.87%
HER	2.29%	0.00%	6.63%	2.28%
HEE	3.40%	0.00%	9.06%	2.63%
LLM	7.52%	2.17%	10.93%	3.85%
LIB	3.54%	0.00%	6.79%	5.26%
PZE	5.39%	1.44%	7.47%	3.22%
SSB	2.57%	1.19%	6.91%	2.00%
TBA	2.95%	1.22%	8.80%	3.16%

La Tabla V presenta el esquema óptimo de reabastecimiento que el algoritmo de programación dinámica proporcionó para el escenario denominado “Escenario Adverso Optimizado”. En esta tabla se puede observar claramente como el modelo de programación dinámica se anticipa de manera inteligente a los periodos de aumento de costos y ordena por adelantado, siempre bajo el objetivo final de minimizar los costos totales de la política de inventarios. Por razones de espacio no se muestran los esquemas correspondientes para los escenarios “Actual Optimizado” y “Adverso-Favorable Optimizado”. Los resultados se obtuvieron usando el software de optimización OR Brainware Decision Tools®.

Ver <https://www.orbrainware.cr>.

La Tabla VI muestra los costos totales obtenidos por el modelo de programación dinámica para la política de inventarios en cada uno de los escenarios estudiados. Los resultados se presentan por puntos de venta y para la cadena de supermercados en general. Cuando se comparan los costos totales para la cadena de supermercados de los escenarios “Adverso Optimizado” versus el escenario “Actual Optimizado” los datos muestran que aun cuando en el escenario adverso se incrementaron los costos de adquisición, compra y mantenimiento del inventario de manera sostenida en un 10% por periodo, el costo total de la política de inventario para la cadena de supermercados solo aumentó en promedio un 3.44% por periodo con respecto al escenario actual optimizado.

TABLA V
ESQUEMA OPTIMO DE REABASTECIMIENTO POR PUNTO DE VENTA
ESCENARIO ADVERSO OPTIMIZADO

PDV	Periodo					
	1	2	3	4	5	6
ALA	70258	0	0	0	0	16743
CAR	76396	0	0	0	0	29832
CQS	34249	0	0	0	0	7170
CUR	91125	0	0	0	0	21030
DES	76917	0	0	0	0	0
ESC	72252	0	0	0	0	15576
GUA	68779	0	0	0	0	14663
HER	71377	0	0	0	0	14114
HEE	19378	0	0	6147	8012	7942
LLM	42363	0	0	0	0	7661
LIB	47573	0	0	0	0	0
PZE	32091	0	0	0	0	6020
SSB	117033	0	0	0	0	0
TBA	83822	0	0	0	0	0

Continuación...

TABLA V
ESQUEMA OPTIMO DE REABASTECIMIENTO POR PUNTO DE VENTA
ESCENARIO ADVERSO OPTIMIZADO

PDV	Periodo					
	7	8	9	10	11	12
ALA	14527	15821	16307	18802	15444	12044
CAR	0	19070	18849	14164	12244	13647
CQS	6797	8057	7682	8389	7517	6759
CUR	20423	20745	17311	22841	17140	17111
DES	0	13682	12904	11225	10007	9890
ESC	17312	15829	17029	17349	13669	12401
GUA	15369	15512	15290	16373	10358	10559
HER	14007	17793	15690	14287	13026	12609
HEE	7788	8297	6680	7924	7067	6105
LLM	8977	12311	9941	10530	8962	7532
LIB	7316	9848	10002	7019	9676	7086
PZE	7708	8951	7498	6600	8730	6026
SSB	0	19172	16942	19487	14481	15140
TBA	0	15386	13545	14942	10509	10364

Los resultados sugieren que la optimización fue efectiva para mitigar el impacto del escenario adverso, y que la optimización implementó eficientemente estrategias para reducir el efecto negativo. De manera similar, cuando se comparan los costos totales para la cadena de supermercados del escenario Adverso-Favorable con los costos totales obtenidos con el escenario actual optimizado los resultados muestran que el costo total de la política de inventarios terminó con una ligera reducción en los costos la cual fue de 0.41% por periodo. Esto muestra la robustez y la potencia de los modelos de programación dinámica como métodos de diseño de políticas de inventario colaborativas que buscan minimizar los costos de la política de inventarios.

TABLA VI
COSTOS TOTALES DE LA POLÍTICA DE REABASTECIMIENTO POR
ESCENARIO Y POR PUNTO DE VENTA

PDV	ESCENARIO		
	Actual	Adverso	Adverso-Favorable
ALA	€169,313,005.00	€263,606,168.00	€164,126,161.00
CAR	€173,412,604.00	€266,343,963.00	€166,968,974.00
CQS	€81,423,216.20	€126,335,651.00	€79,463,302.90
CUR	€214,346,096.00	€331,259,491.00	€206,322,289.00
DES	€124,964,999.00	€189,759,695.00	€120,690,861.00
ESC	€170,612,215.00	€189,759,695.00	€165,399,444.00
GUA	€157,410,554.00	€240,237,664.00	€152,127,230.00
HER	€163,112,963.00	€251,057,566.00	€157,356,349.00
HEE	€79,272,631.20	€123,063,228.00	€76,550,490.50
LLM	€100,428,870.00	€155,148,023.00	€97,808,495.30
LIB	€91,420,103.50	€139,941,062.00	€89,650,291.60
PZE	€78,371,231.40	€122,048,432.00	€76,631,630.90
SSB	€189,584,683.00	€289,307,326.00	€182,755,717.00
TBA	€138,679,644.00	€213,290,245.00	€133,867,635.00
TOTAL	€1,932,352,815.30	€2,901,158,209.00	€1,869,718,871.20

CONCLUSIONES

1. Tanto en el escenario adverso, como en el adverso-favorable, la optimización se mostró efectiva para reducir significativamente los impactos esperados de los incrementos de costos propuestos.
2. El resultado para el escenario adverso (3.44%) muestra la capacidad de los modelos de programación dinámica para mitigar el impacto en el incremento de los costos en escenarios adversos.
3. El escenario simulado "Adverso" confirma que, si las condiciones en los costos de adquisición, compra y mantenimiento del inventario empeoran significativamente, el impacto en los costos totales de la política de inventarios puede ser muy elevado, más aún si no se utilizan herramientas de optimización como ayuda en la toma de decisiones.
4. Los modelos de programación dinámica logran un ahorro significativo cuando la política de inventario colaborativa actúa en un entorno adverso-favorable.
5. Los modelos de programación dinámica proponen una política de reabastecimiento inteligente, anticipándose siempre al comportamiento incremental de los costos involucrados en la política de inventarios.
6. El uso de programas computacionales de optimización es un requisito indispensable para determinar los pronósticos de la demanda y los esquemas óptimos de reabastecimiento requeridos.

REFERENCES

- [1] Fulfillment Hub USA. *La importancia de la optimización de inventario en la cadena de suministro*. Recuperado de <https://fulfillmenthubusa.com/la-importancia-de-la-optimizacion-de-inventario-en-la-cadena-de-suministro/>
- [2] Slimstock. (2023, 17 de abril). *La importancia de la optimización de inventario en retail*. Recuperado de <https://www.slimstock.com/es/blog/la-importancia-de-la-optimizacion-de-inventario-en-retail/>
- [3] Salas-Navarro, K., Maiguel-Mejía, H., & Acevedo-Chedid, J. (2017). Metodología de gestión de inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro. *Ingeniare: Revista Chilena de Ingeniería*, 25(2), 326-337. <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/1931959156/8DA5AE16F3EA47FFPQ/1?accountid=32236&sourcetype=Scholarly%20Journals>
- [4] Wang, X., Liu, S., & Yang, T. (2023). Dynamic pricing and inventory control of online retail of fresh agricultural products with forward purchase behavior. *Ekonomika Istrazivanja: Znanstveno-Strucni Casopis*, 36(1). <https://doi.org/10.1080/1331677X.2023.2180410M>. <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/2922706499/645EEB2C55244A7EPQ/4?accountid=32236&sourcetype=Scholarly%20Journals>
- [5] Pauls-Worm, K. G. J. (2016). *Inventory control for a perishable product with non-stationary demand* (Doctoral dissertation, Wageningen University and Research). ProQuest Dissertations & Theses Global. <https://doi.org/10.31274/etd-28233490> <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/2564079856/645EEB2C55244A7EPQ/26?accountid=32236&sourcetype=Dissertations%20%20Theses>
- [6] Pérez Flores, E. F. S. (2022). Reposición automática en empresas de retail mediante algoritmos de optimización. Universidad de Chile. https://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/184806/Reposicion-automatica-en-empresa-de-retail-mediante-algoritmos-de-optimizacion.pdf?sequence=1&utm_source=chatgpt.com
- [7] Gutiérrez, V., & Vidal, C. J. (2008). Modelos de Gestión de Inventarios en Cadenas de Abastecimiento: Revisión de la Literatura. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, (43), 134-149. <https://www.redalyc.org/pdf/430/43004313.pdf>
- [8] Winkelmann, D., Ulrich, M., Römer, M., Langrock, R., & Jahnke, H. (2022). *Dynamic Stochastic Inventory Management in E-Grocery Retailing*. arXiv preprint arXiv:2205.06572.
- [9] Moya, M. Determinación del Impacto en los Ingresos de un Supermercado por Falta de Productos en Góndola Mediante el Reconocimiento de Patrones de Compras Frecuentes del Consumidor. LACCEI Proceedings. 2022. https://laccei.org/LACCEI2022-BocaRaton/full_papers/FP515.pdf
- [10] Harsha, P., Subramanian, S., Koc, A., Ramakrishna, M., Quanz, B., Shah, D., & Narayanaswami, C. (2023). An optimistic-robust approach for dynamic positioning of omnichannel inventories. arXiv preprint arXiv:2310.12183. <https://arxiv.org/abs/2310.12183>
- [11] Ahmadi, A., & Kianfar, F. (2018). Robust Wagner-Whitin algorithm with uncertain costs. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, 42(1), 51-61. <https://doi.org/10.1007/s40092-018-0298-y>
- [12] Kunnumkal, S. M. (2007). Approximate dynamic programming and stochastic approximation methods for inventory control and revenue management (Tesis doctoral). Cornell University. ProQuest Dissertations & Theses Global (N° 3276758). <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/304860583/837D950B5BD94A76PQ/11?accountid=32236&sourcetype=Dissertations%20%20Theses>
- [13] Hamsun, S., Vincent, C., Indrati, C., & Subanar. (2019). Revisiting the Holt-Winters' additive method for better forecasting. *International Journal of Enterprise Information Systems*, 15(2), 43-57. <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/2931914269/6C67D2C085794D10PQ/8?accountid=32236&sourcetype=Scholarly%20Journal>
- [14] Naskinova, I., Kolev, M., & Lazarova, M. (2024). Forecasting strategies in retail: Utilizing advanced machine learning methods while safeguarding privacy. *Journal of Physics: Conference Series*, 2910(1), 012008. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2910/1/012008> <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/3147097005/C25FA9005B8A4B5APQ/7?accountid=32236&sourcetype=Scholarly%20Journals>
- [15] Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Neter, J., & Li, W. (2020). *Applied linear statistical models* (5.ª ed.). McGraw-Hill Education.
- [16] Mitra, A., Jain, A., Kishore, A., & Kumar, P. (2022). A comparative study of demand forecasting models for a multi-channel retail company: A novel hybrid machine learning approach. *Operations Research Forum*, 3(4), 58. <https://doi.org/10.1007/s43069-022-00166-4> <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/2932422953/8CBBACDF904F48B8PQ/3?accountid=32236&sourcetype=Scholarly%20Journals>
- [17] Graves, S. C. (1999). A single-item inventory model for a nonstationary demand process. *Manufacturing & Service Operations Management*, 1(1), 50-61. <https://doi.org/10.1287/msom.1.1.50> <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/msom.1.1.50>
- [18] Wagner, H. M., & Whitin, T. M. (2004). Dynamic version of the economic lot size model/Comments on "Dynamic version of the economic lot size model". *Management Science*, 50(12), 1770-1777. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1040.0264> <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/213182274/abstract/1DDAC239980D4A67PQ/1?accountid=32236&sourcetype=Scholarly%20Journals>
- [19] Djunaidi, M., Devy, B. A. R., Setiawan, E., & Fitriadi, R. (2019). Determination of lot size orders of furniture raw materials using dynamic lot sizing method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 674(1). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/674/1/012026> <https://www.proquest.com/pq1academic/docview/2561440075/2BDF00B307DB4787PQ/15?accountid=32236&sourcetype=Scholarly%20Journals>
- [20] Chopra, S., & Meindl, P. (2016). *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation*. Pearson. Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Abdelkader-Bouaziz/post/Can_I_request_if_someone_can_help_me_with_pearson_instructor_manual_for_Supply_chain_management_strategy_planning_and_operation_2016/attachment/5f09e009ceab7c0001366546/AS%3A912140693143553%401594482696611/download/Supply+Chain+Management+Strategy%2C+Planning%2C+and+Operation.pdf