

Improvement of the Supply Chain of a Timber Sector Company Using Linear Programming

Yamileth A. Román-Torres¹; Wilmer J. Atoche Diaz²; Victor Daniel Farro-Diaz³

¹Grupo de Investigación en Planificación Sistémica. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, yamileth.roman@pucp.edu.pe

²Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, watoche@pucp.edu.pe

³Grupo de Investigación en Planificación Sistémica. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, vdfarro@pucp.edu.pe

Abstract– *This article addresses the operational challenges of a timber company with 15 years of experience, focusing on delivery delays and transportation overcosts caused by inadequate scheduling in purchasing and transportation operations. To mitigate these issues, the implementation of a linear programming model is proposed, demonstrating significant improvements by optimizing operations and reducing costs. A comparative analysis between actual and optimal costs reveals a 17% decrease in the total productivity ratio during the model's application month. Additionally, the model optimizes resource utilization in key areas such as production and storage, reaching 90% production capacity and 45% storage capacity. This optimization reduces overtime and the need for additional personnel while allowing time for preventive maintenance. Economic feasibility is supported by the reduction in total costs and the increase in profit margins. These results provide a valuable framework for improving operations in similar companies, demonstrating that linear programming is an effective and sustainable tool for long-term process optimization.*

Keywords: *Linear programming, timber sector, supply chain improvement, transportation and transshipment, production and inventories.*

Mejora de la cadena de suministro de una empresa maderera usando programación lineal

Yamileth A. Román-Torres¹; Wilmer J. Atoche Diaz²; Victor Daniel Farro-Diaz³

¹Grupo de Investigación en Planificación Sistémica. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, yamileth.roman@pucp.edu.pe

²Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, watoche@pucp.edu.pe

³Grupo de Investigación en Planificación Sistémica. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, vdfarro@pucp.edu.pe

Resumen– El presente artículo aborda los desafíos operativos de una empresa maderera con 15 años de experiencia, enfocándose en los retrasos en entregas y sobrecostos de transporte, originados por una programación inadecuada en las operaciones de compras y transporte. Para mitigar estos problemas, se propone la implementación de un modelo de programación lineal, que demuestra mejoras significativas al optimizar las operaciones y reducir costos. El análisis comparativo entre los costos reales y óptimos revela una disminución del 17% en el ratio de productividad total durante el mes de aplicación del modelo. Además, el modelo optimiza el uso de los recursos en áreas clave como producción y almacenes, alcanzando un 90% de capacidad de producción y un 45% de capacidad de almacenamiento, lo que permite reducir las horas extras y la contratación de personal adicional, y ofrecer tiempo para mantenimiento preventivo. La viabilidad económica es respaldada por la reducción de costos totales y el aumento de los márgenes de ganancia. Estos resultados proporcionan un marco valioso para mejorar las operaciones en empresas similares, demostrando que la programación lineal es una herramienta efectiva y sostenible para la optimización de procesos a largo plazo.

Palabras clave-- Programación lineal, sector maderero, mejora de cadena de suministro, transporte y transbordo, producción e inventarios.

I. INTRODUCCIÓN

La industria maderera abarca desde la explotación forestal hasta la producción y comercialización de productos derivados, desempeñando un papel clave en la economía y el desarrollo sostenible a nivel mundial [1]. Según la FAO, los bosques cubren 4,060 millones de hectáreas, concentrándose en Rusia, Brasil y Canadá. La creciente demanda de productos madereros, impulsada por la urbanización y el desarrollo de la construcción [2], ha generado desafíos como la sostenibilidad forestal y la deforestación. En respuesta, más de 140 países se comprometieron en la Conferencia de Cambio Climático de 2021 a reducir la pérdida de bosques para 2030, destinando 19,000 millones de dólares a este propósito [3].

En Perú, el sector maderero es estratégico, con 72 millones de hectáreas de bosques, lo que representa el 2% del total mundial [1]. Según MINAM, el 60% del territorio está cubierto

por bosques, lo que convierte al país en el cuarto con mayor cobertura forestal en América. La industria maderera peruana aporta el 1.1% del PBI y genera empleo en zonas rurales [4]. Sin embargo, enfrenta grandes desafíos, como la deforestación ilegal y la falta de control en la cadena de suministro [5]. Para mitigar estos problemas, el gobierno ha implementado regulaciones y certificaciones que garantizan el origen legal y sostenible de la madera [6].

El sector se divide en tres etapas principales según la Ley N°29763: manejo forestal, primera transformación y segunda transformación. En 2015, las ventas del sector alcanzaron los USD 1,385 millones, con exportaciones de USD 150 millones e importaciones de USD 315 millones. No obstante, el alto nivel de informalidad sigue siendo un obstáculo, ya que el 73% de las empresas y el 91% de los trabajadores operan fuera del marco regulatorio [7]. Esta situación limita el comercio formal y facilita el uso de madera de origen incierto, afectando la sostenibilidad y competitividad del sector.

En este contexto, la gestión eficiente de los recursos y la optimización de la cadena de suministro son esenciales para mejorar la competitividad del sector. La optimización de inventarios y la planificación del transporte pueden generar mejoras significativas en la eficiencia operativa y reducción de costos [8] [9].

La presente investigación se justifica en su enfoque aplicado, al abordar un problema concreto dentro de la cadena de suministro en una empresa del sector maderero, con 15 años en el mercado. La empresa se dedica a la compra de tablillas de bolaina para su posterior transformación mediante machimbrado, con el objetivo de abastecer a clientes locales y regionales. Sin embargo, un análisis de su situación actual revela dos problemáticas principales: retrasos en la entrega de productos y sobrecostos en el transporte. A través de herramientas como el diagrama de causa-efecto y la matriz de selección, se identificó que la causa raíz de ambos problemas radica en una programación inadecuada de las operaciones de compras y transporte, lo que impacta negativamente en la gestión de inventarios [9] [10].

En este sentido, la presente investigación propone la aplicación de programación lineal para optimizar la

programación de operaciones y transporte en una empresa maderera. Se espera que esta metodología permita minimizar costos y reducir tiempos de entrega, mejorando la eficiencia de la cadena de suministro [11]. Además, su implementación se fundamenta en estudios previos que han demostrado su efectividad en la optimización de procesos en distintas industrias, reforzando su validez como solución aplicable a la problemática detectada [9] [10] [12] [13] [14] [15].

II. ESTADO DEL ARTE

La programación lineal ha sido ampliamente utilizada en las últimas décadas para resolver problemas de planificación, transporte e inventario en distintos sectores productivos, incluido el sector maderero. Diversos estudios han mostrado que esta herramienta puede contribuir a mejorar la eficiencia en la cadena de suministro. Por ejemplo, en Indonesia se diseñó un modelo para asignar materias primas en una empresa de procesamiento de madera, considerando variables como el precio de la materia prima, la distancia de transporte y los niveles de inventario, consiguiendo reducir los costos totales de adquisición en más de un 20%, mostrando el potencial de la programación para optimizar decisiones logísticas básicas [16].

En otros casos, se ha aplicado la programación lineal para apoyar procesos de planificación forestal. En Malasia, se utilizó un modelo para determinar las áreas forestales que deberían cosecharse y regenerarse en distintos periodos, bajo restricciones de accesibilidad, tamaño y políticas de manejo, permitiendo mantener una producción continua de madera en el largo plazo [17]. De manera similar, en Canadá, se evaluaron estrategias de manejo que incorporaban criterios ecológicos y sociales usando programación lineal estándar. Aunque estas estrategias redujeron parcialmente el volumen planificado de extracción, ayudaron a mantener una estructura forestal más equilibrada [18].

También se han explorado modelos más complejos. En un estudio con una empresa forestal integrada, se desarrolló un modelo de programación lineal entera mixta para planificar simultáneamente la gestión del bosque y las operaciones del aserradero, mostrando que una planificación integrada podría mejorar el valor económico de la operación frente a modelos no integrados [19]. Estos ejemplos demuestran que la programación lineal no solo es útil para problemas operativos específicos, sino también como herramienta de apoyo para la toma de decisiones en contextos forestales más amplios.

A continuación, se explican los conceptos fundamentales de la programación lineal y sus aplicaciones en áreas como transporte, producción e inventarios, los cuales son necesarios para comprender la metodología propuesta en este estudio.

A. Programación Lineal

La programación lineal es una técnica matemática utilizada para optimizar (minimizar o maximizar) un objetivo lineal sujeto a un conjunto de restricciones lineales [13]. Esta metodología es ampliamente aplicada en la toma de decisiones en diversas áreas, incluyendo la economía, la ingeniería y la gestión [19] [20]. El modelo general de programación lineal cuenta con los siguientes elementos:

Variables de decisión:

$$X_i, i = 1, 2, \dots, n$$

Función objetivo:

$$\text{Minimizar o Maximizar } Z = \sum C_i * X_i$$

Restricciones:

$$\text{Restricción } i: \sum a_i * X_i = b_i, \forall i$$

$$\text{Restricciones de no negatividad: } X_i \geq 0, \forall i$$

Donde:

Z: función objetivo a optimizar

C_i: coeficiente asociado a la variable decisión

a_i: coeficiente que representa el impacto de la variable *i* en la restricción *i*

b_i: límite permitido para la restricción *i*.

B. Programación Lineal en Transporte y Transbordo

Los modelos de transporte y transbordo son aplicaciones específicas de la programación lineal que buscan determinar planes óptimos para el traslado de productos desde múltiples orígenes a múltiples destinos, minimizando los costos asociados [22]. Estos modelos son fundamentales para la gestión eficiente de cadenas de suministro y redes logísticas [12] [14]. El modelo general de programación lineal para un problema de transbordo cuenta con los siguientes elementos:

Variables de decisión:

$$X_{ij}: \text{cantidad transportada desde } i \text{ hasta } j$$

Función Objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_i \sum_j C_{ij} X_{ij}$$

Restricciones:

$$\text{Disponibilidad en los Orígenes: } \sum_j X_{ij} \leq S_i, \forall i$$

$$\text{Demanda en los Destinos: } \sum_i X_{ij} \geq D_j, \forall j$$

$$\text{Flujo en Nodos de Transbordo: } \sum_i X_{ik} = \sum_j X_{kj}, \forall k$$

$$\text{No negatividad: } X_{ij} \geq 0, \forall i, j$$

Donde:

C_{ij}: costo unitario de transporte desde el origen *i* hasta el destino *j*

S_i: cantidad disponible en el suministro *i*

D_j: cantidad demandada en el destino *j*

(Demanda en el destino

k: punto de transbordo.

C. Programación Lineal en Producción e Inventarios

En el ámbito de la producción e inventarios, la programación lineal se emplea para integrar decisiones relacionadas con la cantidad a producir, almacenar y vender en cada período de un horizonte de planificación [19]. Este enfoque permite a las empresas industriales optimizar sus operaciones y minimizar costos asociados [10]. El modelo

general de programación lineal para un problema de producción e inventarios cuenta con los siguientes elementos:

Variables de decisión:

P_t : es la cantidad producida en el período t
 I_t : es la cantidad de inventario en el período t

Función Objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = \sum (C_t P_t + H_t I_t)$$

Restricciones:

$$\text{Balance de Inventario: } I_t - I + P_t = D_t + I_t, \forall t$$

$$\text{Capacidad de Producción: } P_t \leq \text{Capt}, \forall t$$

$$\text{No negatividad: } P_t, I_t \geq 0, \forall t$$

Donde:

C_t : costo unitario de producción en el período t .

H_t : costo unitario de almacenamiento en el período t

Capt : cantidad máxima de capacidad en el periodo t

D_t : cantidad demandada en el periodo t .

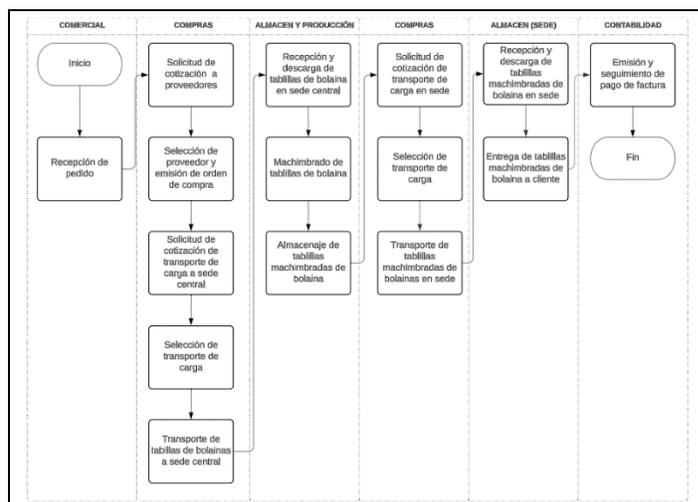


Fig. 1. Flujograma de operaciones de la empresa

III. METODOLOGÍA

A. Metodología de la Investigación

La investigación adopta un enfoque cuantitativo, ya que implica la recopilación y análisis de datos numéricos para comprender la problemática. Se emplea un diseño no experimental, pues se basa en datos históricos sin manipulación de variables. Además, tiene un alcance explicativo, dado que busca analizar la situación de una empresa y aplicar un modelo matemático de programación lineal para mejorar el desempeño de su cadena de suministro.

El estudio analiza datos históricos del último semestre, incluyendo ventas, compras, costos operativos, ubicación de clientes y proveedores, y capacidad de producción y almacenamiento. Dado que se tiene acceso a la totalidad de los datos, no se requiere un diseño muestral.

La recolección de datos se realizó mediante entrevistas, observaciones, revisión de registros históricos y documentos. El análisis de la información se llevó a cabo utilizando herramientas como diagramas de causa-efecto (Ishikawa), matrices de priorización y diagramas de flujo. Se emplea software como Ms Excel y Ms Visio para organizar y visualizar la información. Finalmente, los datos sirven para diseñar la programación lineal, con el fin de optimizar costos operativos y posteriormente evaluar los indicadores de productividad, inventarios y cumplimiento de pedidos.

B. Descripción General de la Empresa

La empresa maderera, con 15 años de experiencia en el sector, se especializa en la comercialización y distribución de tablillas de bolaina para diversos usos industriales y comerciales. La empresa compra las tablillas de bolaina para realizar el machimbrado y ofrecerle a sus clientes locales y regionales. En la Fig. 1, se describe el flujo de operaciones de la empresa.

A lo largo de su trayectoria, ha consolidado su presencia en el mercado mediante la gestión de una sede central (Ventanilla - Callao) y tres sucursales (Puente Piedra - Lima, Moche - La Libertad, y Yanahuara - Arequipa). En la sede central se concentra principalmente la producción, representando aproximadamente el 55%, mientras que las ventas se realizan en menor escala, alcanzando alrededor del 5%. En contraste, las tres sedes restantes están enfocadas en la comercialización, que representa cerca del 95%, con una menor participación en la producción, alrededor del 45%.

Las áreas totales de las sedes varían entre 120 m² y 400 m² (sede central). El porcentaje promedio de área utilizada como almacén en las sedes es del 75%. Esta distribución refleja la importancia del almacenamiento dentro de las operaciones de cada sede.

Su estructura organizativa está conformada por un equipo de 24 colaboradores que incluyen a un Gerente General, un Administrador-Contador, tres Jefes de Sucursal, cuatro Supervisores y quince Operarios.

C. Descripción de la Problemática

En los últimos años, la empresa ha tenido una creciente demanda por clientes nuevos y fidelizados. Por consiguiente, la empresa ha enfrentado desafíos operativos relacionados con los tiempos de entrega y los altos costes de transporte.

Los problemas de la cadena de suministro de la empresa del rubro maderero han sido identificados mediante una lluvia de ideas, realizados en sesiones de trabajo con el personal con mayor cantidad de años de experiencia en la empresa. La lista de problemas identificados es:

- Retrasos en la entrega de productos a los clientes.
- Sobrecostos en el transporte.
- Falta de control de inventario y almacenamiento.
- Alta rotación del personal.

- Pérdida de clientes debido a calidad insatisfactoria.
- Falta de estandarización en las operaciones.

Posteriormente, la lista de problemas fue evaluada mediante una matriz de selección de problemas relevantes, utilizando los criterios: Frecuencia, Importancia y Factibilidad. A partir de esta priorización, se concluyó que los dos problemas más críticos que serán abordados en este trabajo de investigación son:

- Retrasos en la entrega de productos a los clientes.
- Sobrecostos en el transporte.

C. Análisis de las Causas

Para comprender las raíces de los problemas críticos, se realizaron sesiones de trabajo adicionales enfocadas en la identificación de sus causas. En la Fig. 2 y Fig. 3 se muestran los diagramas de causa-efecto (Ishikawa), los cuales permitieron clasificar las causas dentro de las seis categorías principales:

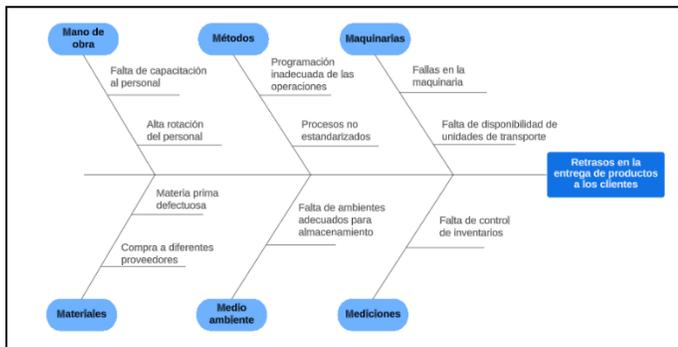


Fig. 2. Diagrama Ishikawa para el problema de Retrasos en la entrega de productos a los clientes

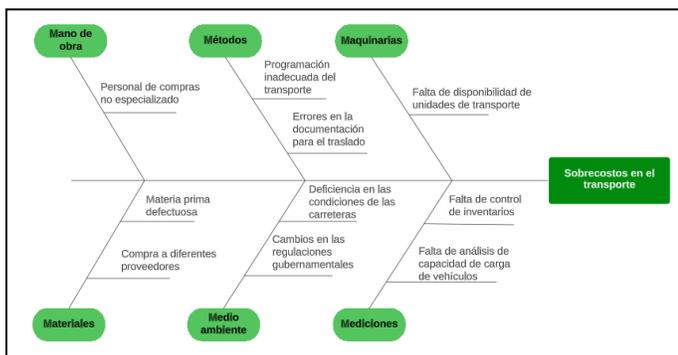


Fig. 3. Diagrama Ishikawa para el problema de Sobrecostos en el transporte

Posteriormente, se consolidaron las causas identificadas para cada problema crítico y se elaboraron nuevas matrices de selección. En esta etapa, se emplearon los mismos criterios utilizados en la priorización del problema (frecuencia, importancia y factibilidad) con el propósito de determinar las causas raíz más relevantes. Como resultado de este análisis, se identificó que la principal causa raíz es:

- Programación inadecuada de las operaciones (compras y transporte).

Dado su impacto en ambos problemas críticos, esta investigación se enfocará en abordar dicha causa principal. La optimización de estos procesos es clave para mejorar la eficiencia operativa de la empresa, reduciendo los retrasos en las entregas y los sobrecostos de transporte. Además, una mejor gestión en estos aspectos fortalecería la competitividad y rentabilidad del negocio; y los hallazgos obtenidos servirán como base para el desarrollo de estrategias orientadas a incrementar la productividad de la empresa y garantizar una mayor satisfacción de sus clientes.

D. Propuesta de Mejora

En la investigación se ha desarrollado un modelo de programación lineal con el propósito de abordar diversos problemas operacionales relacionados con la gestión de la cadena de suministro de la empresa. El modelo integra aspectos cruciales (parámetros) como la demanda de productos, la capacidad de producción en las distintas sedes, los inventarios, y los costos asociados al transporte, la materia prima, la producción y los inventarios. Cabe precisar que el modelo propuesto es del tipo determinístico, ya que todos los parámetros involucrados (costos, capacidades, demandas) se consideran conocidos o estimables con antelación.

Definición de variables:

U, V, W, X : cantidad de tablillas transportadas del proveedor A hacia sedes en un periodo

Y : cantidad de tablillas procesadas y transportadas de planta E hacia la sedes en un periodo

I : cantidad de inventario final de tablillas procesadas en la sedes en un periodo

Función objetivo:

Minimizar costos

$\text{Min } Z =$

Costo de materia prima: Costo unitario de materia prima $\cdot (U + V + W + X) +$

Costo de transporte de proveedor a sede: Costo unitario de transporte $\cdot (U + V + W + X) +$

Costo de producción: Costo unitario de producción $\cdot (U + V + W + X) +$

Costo de transporte entre sedes: Costo unitario de transporte $\cdot (Y) +$

Costo de inventarios: Costo unitario de inventario $\cdot (I)$

Restricciones:

Capacidad de abastecimiento:

Proveedor: $U, V, W, X \leq \text{Capacidad de abastecimiento de proveedor}$

Transbordo (Producción, Inventarios, Demanda):

Sucursal: $\text{Inventario Inicial en sede} + (U + V + W + X) - (Y + \text{Stock de seguridad en sede}) = I$

Inventario mínimo (stock de seguridad):

Sucursal: $I \geq \text{Stock de seguridad en sede}$

Capacidad de inventario:

Sucursal: $I \leq \text{Capacidad de inventario en sede}$

Capacidad de producción:

Sucursal: $U + V + W + X \leq \text{Capacidad de producción en sede}$

Restricciones de existencia:

$U, V, W, X, Y, I \geq 0$ y enteras

D.1. Inputs del Modelo de Programación Lineal

Los insumos del modelo incluyen información detallada de las ubicaciones de proveedores y sedes de la empresa, las capacidades de producción y transporte, así como los costos de materiales, producción y logística.

- Ubicación de Sedes y Proveedores: La empresa cuenta con 4 sedes y proveedores que se encuentran ubicados en diversas regiones. En la Fig. 4 se muestran las rutas de transporte tanto desde los proveedores hacia las sedes, como entre sedes (transbordo).

TABLA 1. LISTADO DE PROVEEDORES Y SUS UBICACIONES

Proveedor	Ubicación
A	Oxapampa - Pasco
B	Puerto Inca - Huánuco
C	Von Humboldt - Ucayali
D	Mamantay - Ucayali

TABLA 2. LISTADO DE SEDES Y SUS UBICACIONES

Sede	Tipo de Sede	Ubicación
E	Planta	Ventanilla - Callao
F	Sucursal	Puente Piedra - Lima
G	Sucursal	Moche - La Libertad
H	Sucursal	Yanahuara - Arequipa

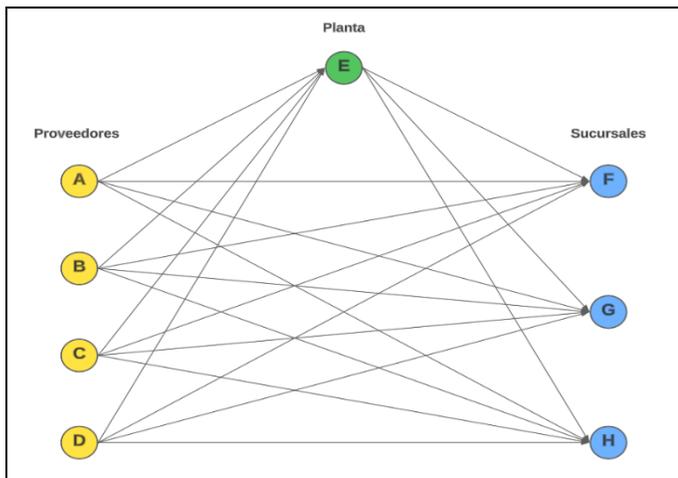


Fig. 4. Diagrama de Problema de Transbordo para la Empresa en Estudio

- Capacidades y Costos de Proveedores: Cada proveedor tiene una capacidad máxima de suministro semanal, y una cantidad de unidades de transporte disponibles, como camiones y tráileres. Además, se especifican los costos asociados a la

compra de materia prima y el transporte desde los proveedores hacia las sedes.

TABLA 3. CAPACIDAD DE CARGA POR TIPO DE TRANSPORTE

Tipo de Transporte	Capacidad de Carga (und)
Camión	10,300
Tráiler	15,800

TABLA 4. CAPACIDAD DE ABASTECIMIENTO Y COSTO UNITARIO DE TABLILLAS

Proveedor	Capacidad de Abastecimiento (und / sem)	Costo de Tablillas (S./ und)
A	20,600	2.70
B	20,600	2.75
C	15,800	2.80
D	15,800	2.85

TABLA 5. COSTOS UNITARIOS DE TRANSPORTE DE TABLILLAS

Costo de Transporte (S./ und)	E	F	G	H
A	0.466	0.466	0.839	1.025
B	0.466	0.466	0.839	1.025
C	0.380	0.380	0.684	0.835
D	0.380	0.380	0.684	0.835
E		0.049	0.427	0.631

- Capacidades y Costos de Producción: Las capacidades de producción por sede están definidas en función del número de máquinas, su tasa de producción por hora, y la cantidad de operarios. Los costos de producción incluyen el pago semanal a los operarios y el costo por unidad producida.

TABLA 6. CAPACIDAD DE PRODUCCIÓN DE CADA SEDE

Sede	Cantidad de Máquinas	Tasa de Producción (und / hora-maq)	Capacidad de Producción (und / sem)
E	3	220	35,640
F	1	200	10,800
G	1	180	9,720
H	1	190	10,260

TABLA 7. COSTOS UNITARIOS DE PRODUCCIÓN DE CADA SEDE

Sede	Cantidad de Operarios	Costo Semanal de Operario (S./ sem)	Costo de Producción (S./ und)
E	6	350	0.059
F	2	350	0.065
G	3	300	0.093
H	4	320	0.125

- Capacidades y Costos de Inventario: Cada sede tiene una capacidad de almacenamiento, determinada por el área

disponible para el almacén. Los costos de inventario dependen de los gastos de alquiler de las instalaciones y el espacio utilizado por las tablillas. También se especifican los inventarios iniciales y la política de stock de seguridad en cada sede.

TABLA 8. CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO Y COSTOS UNITARIOS DE INVENTARIO

Sede	Capacidad de Almacenamiento (und)	Costo de Alquiler de Local (S/.)	Costo de Inventario (S/./ und-sem)
E	65,972	1,800.00	0.005
F	26,620	1,500.00	0.011
G	20,833	1,400.00	0.013
H	21,990	1,200.00	0.011

TABLA 9. INVENTARIO INICIAL DE SETIEMBRE Y POLÍTICA DE STOCK DE SEGURIDAD DE CADA SEDE

Sede	Inventario Inicial de Tablilla (und)	Política de Inventario Mínimo de Tablilla (und / sem)
E	6,750	5,000
F	3,240	3,000
G	2,820	2,500
H	2,630	2,500

- Demanda de Sedes: La demanda semanal y mensual se pronostica usando regresión lineal sobre los datos históricos de ventas en cada sede.

TABLA 10. PRONÓSTICO MENSUAL Y SEMANAL DE CADA SEDE

Sede	Demanda (und / mes)	Demanda (und / sem)
E	12,823	3,206
F	41,474	10,369
G	127,523	31,881
H	81,783	20,446
Total	263,603	65,902

D.2. Modelo de Programación Lineal

El modelo de programación lineal ha sido diseñado para ajustarse tanto a un horizonte de planificación semanal como mensual, permitiendo optimizar los costos operacionales en ambos escenarios. La versión semanal del modelo considera la demanda de productos y los costos operacionales dentro de una semana específica, mientras que la versión mensual extiende esta optimización a un periodo de cuatro semanas, manteniendo la misma estructura pero con mayor detalle en el análisis.

El modelo con alcance semanal considera 23 variables enteras positivas y 20 restricciones, alineándose con la periodicidad de las compras a proveedores, las cuales se realizan semanalmente. En contraste, el modelo con alcance mensual amplía el horizonte de planificación, incorporando 92 variables enteras positivas y 80 restricciones, permitiendo desglosar las decisiones en intervalos semanales dentro del mes. Esta estructura garantiza coherencia con la frecuencia de

compra y facilita una planificación eficiente. A continuación, se presenta el modelo formulado para el alcance semanal.

Definición de variables:

U_i : cantidad de tablillas transportadas del proveedor A hacia la sede i en una semana

V_i : cantidad de tablillas transportadas del proveedor B hacia la sede i en una semana

W_i : cantidad de tablillas transportadas del proveedor C hacia la sede i en una semana

X_i : cantidad de tablillas transportadas del proveedor D hacia la sede i en una semana

Y_i : cantidad de tablillas procesadas y transportadas de planta E hacia la sede i en una semana

I_i : cantidad de inventario final de tablillas procesadas en la sede i en una semana

donde: $i = 1$ [E], 2 [F], 3 [G], 4 [H]

Función objetivo:

Minimizar costos

Min $Z =$

Costo de materia prima (TABLA 4):

$$2.70(U_1 + U_2 + U_3 + U_4) + 2.75(V_1 + V_2 + V_3 + V_4) + 2.80(W_1 + W_2 + W_3 + W_4) + 2.85(X_1 + X_2 + X_3 + X_4) +$$

Costo de transporte de proveedor a sede (TABLA 5):

$$(0.466U_1 + 0.466U_2 + 0.839U_3 + 1.025U_4) + (0.466V_1 + 0.466V_2 + 0.839V_3 + 1.025V_4) + (0.380W_1 + 0.380W_2 + 0.684W_3 + 0.835W_4) + (0.380X_1 + 0.380X_2 + 0.684X_3 + 0.835X_4) +$$

Costo de producción (TABLA 7):

$$0.059(U_1 + V_1 + W_1 + X_1) + 0.065(U_2 + V_2 + W_2 + X_2) + 0.093(U_3 + V_3 + W_3 + X_3) + 0.125(U_4 + V_4 + W_4 + X_4) +$$

Costo de transporte entre sedes (TABLA 5):

$$0.049Y_2 + 0.427Y_3 + 0.631Y_4 +$$

Costo de inventarios (TABLA 8):

$$0.005I_1 + 0.011I_2 + 0.013I_3 + 0.011I_4$$

Restricciones:

Capacidad de abastecimiento (TABLA 4):

$$\text{Proveedor A: } U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \leq 20600$$

$$\text{Proveedor B: } V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \leq 20600$$

$$\text{Proveedor C: } W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \leq 15800$$

$$\text{Proveedor D: } X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 15800$$

Transbordo (Producción, Inventarios, Demanda) (TABLA 9 y TABLA 10):

$$\text{Planta E: } 6750 + (U_1 + V_1 + W_1 + X_1) - (Y_2 + Y_3 + Y_4 + 3206) = I_1$$

$$\text{Sucursal F: } 3240 + (U_2 + V_2 + W_2 + X_2 + Y_2) - (10369) = I_2$$

$$\text{Sucursal G: } 2820 + (U_3 + V_3 + W_3 + X_3 + Y_3) - (31881) = I_3$$

$$\text{Sucursal H: } 2630 + (U_4 + V_4 + W_4 + X_4 + Y_4) - (20446) = I_4$$

Inventario mínimo (stock de seguridad) (TABLA 9):

$$\text{Planta E: } I_1 \geq 5000$$

$$\text{Sucursal F: } I_2 \geq 3000$$

$$\text{Sucursal G: } I_3 \geq 2500$$

$$\text{Sucursal H: } I_4 \geq 2500$$

Capacidad de inventario (TABLA 8):

- Planta E: $I1 \leq 65972$
- Sucursal F: $I2 \leq 26620$
- Sucursal G: $I3 \leq 20833$
- Sucursal H: $I4 \leq 21990$

Capacidad de producción (TABLA 6):

- Planta E: $U1 + V1 + W1 + X1 \leq 35640$
- Sucursal F: $U2 + V2 + W2 + X2 \leq 10800$
- Sucursal G: $U3 + V3 + W3 + X3 \leq 9720$
- Sucursal H: $U4 + V4 + W4 + X4 \leq 10260$

Restricciones de existencia:

- $U1, U2, U3, U4, V1, V2, V3, V4, W1, W2, W3, W4, X1, X2, X3, X4, Y2, Y3, Y4, I1, I2, I3, I4 \geq 0$ y enteras

Cabe precisar que durante el proceso de diseño del modelo, se establecieron algunos supuestos necesarios para simplificar la complejidad del escenario real de la empresa.

IV. RESULTADOS

A. Resultados de la Propuesta

La investigación ha aplicado un modelo de programación lineal en las operaciones de la empresa con el fin de optimizar los procesos identificados en el análisis de la situación actual.

Los outputs generados por cada modelo de programación lineal desarrollado, detallan las cantidades de tablillas compradas a los proveedores, procesadas en la planta y transportadas a las sedes, así como los inventarios, que se ajustan a los niveles de stock de seguridad.

A.1. Outputs del Modelo Semanal

Para el modelo de alcance semanal, véase Fig. 5, los flujos de materiales optimizados son:

- El proveedor A abastece a dos sedes, utilizando el 100% de su capacidad.
- El proveedor B abastece a una sede, también operando al máximo de su capacidad.
- El proveedor C suministra material a tres sedes, empleando toda su capacidad de abastecimiento.
- El proveedor D atiende a una sede, utilizando solo el 40% de su capacidad.
- La planta E destina parte de su producción a las sedes G y H.

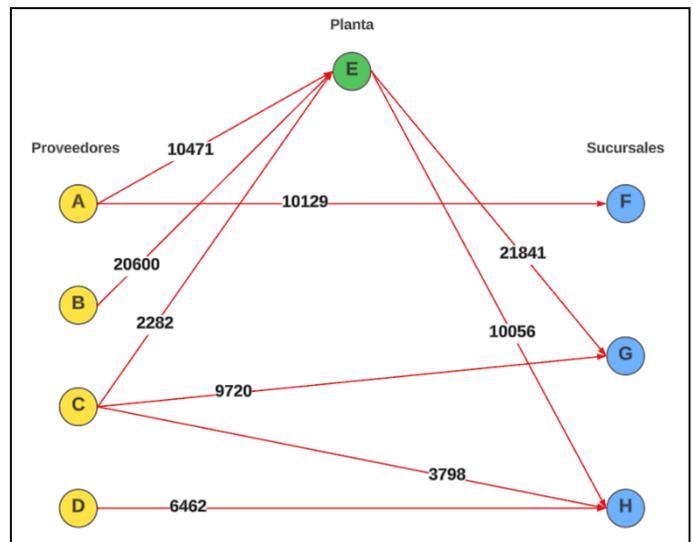


Fig. 5. Diagrama de Flujo de Materiales Optimizado (Modelo Semanal)

Bajo esta configuración, el costo total de operaciones semanal asciende a 230,810 soles, distribuido de la siguiente manera:

TABLA 11.
COSTO RESULTANTE DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL CON ALCANCE SEMANAL

	TOTAL	PORCENTAJE
Costo de compra	S/ 174,926.70	75.79%
Costo de producción	S/ 4,812.67	2.09%
Costo de transporte de proveedores a sedes	S/ 35,281.94	15.29%
Costo de transporte entre sedes	S/ 15,671.44	6.79%
Costo de inventario	S/ 118.00	0.05%
TOTAL	S/ 230,810.76	100.00%

A.2. Outputs del Modelo Mensual

Para el modelo de alcance mensual, véase Fig. 6, los flujos de materiales optimizados son:

- El proveedor A abastece a dos sedes, utilizando el 100% de su capacidad.
- El proveedor B atiende a dos sedes, operando al 79% de su capacidad de abastecimiento.
- El proveedor C suministra material a cuatro sedes, empleando toda su capacidad.
- El proveedor D abastece a dos sedes, utilizando el 41% de su capacidad.
- La planta E destina parte de su producción a las sedes G y H.

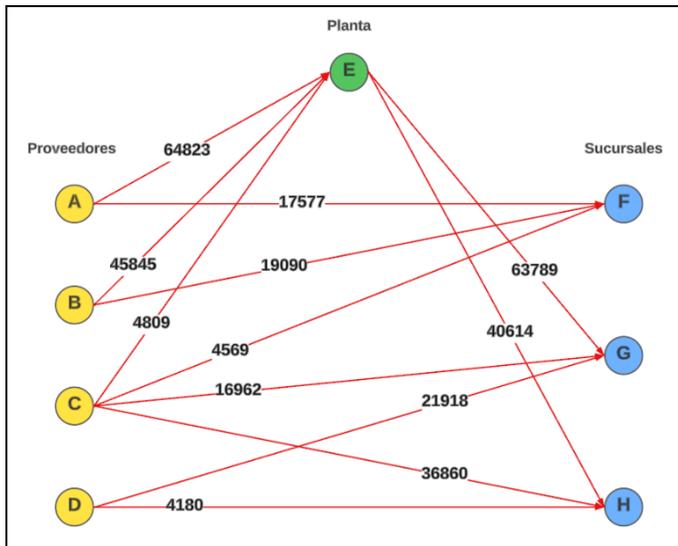


Fig. 6. Diagrama de Flujo de Materiales Optimizado (Modelo Mensual)

Con esta asignación, el costo total de operaciones semanal asciende a 857,155 soles (siendo de manera semanal: 214,288.75 soles), distribuido de la siguiente manera:

TABLA 12.
COSTO RESULTANTE DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL
CON ALCANCE MENSUAL

	TOTAL	PORCENTAJE
Costo de compra	S/ 652,390.55	76.11%
Costo de producción	S/ 18,239.32	2.13%
Costo de transporte de proveedores a sedes	S/ 133,084.07	15.53%
Costo de transporte entre sedes	S/ 52,865.34	6.17%
Costo de inventario	S/ 576.02	0.07%
TOTAL	S/ 857,155.30	100.00%

B. Discusión de Resultados

Los resultados de ambos modelos confirman que la aplicación de la programación lineal permite una asignación más eficiente de recursos y capacidades, optimizando los costos operacionales en comparación con períodos anteriores.

B.1. Viabilidad Económica

Al comparar los costos reales con los costos óptimos obtenidos mediante la programación lineal, se evidencia una reducción significativa en los costos totales de operación cuando se emplea el modelo con alcance mensual. La variabilidad en los ratios de productividad total a lo largo del año refleja la tendencia a realizar compras excesivas, generando costos innecesarios en producción, transporte e inventario. No obstante, la implementación del modelo mensual ha logrado una reducción del 17% en el ratio de productividad total [Total

de productos (S./) / Total de insumos (S./)], incrementando el margen de rentabilidad de la empresa.

Asimismo, el costo total del mes siguiente representa solo el 92% del costo promedio mensual del primer semestre, lo que también demuestra una mejora sustancial en la eficiencia económica de la empresa.

B.2. Beneficios de la Programación Lineal

La aplicación del modelo ha generado mejoras tangibles en la gestión operativa:

- Reducción de compras: Se ha disminuido la cantidad de material adquirido y se ha priorizado a los proveedores con los precios más bajos.
- Optimización de traslados: Se han reducido los traslados entre sedes y mejorado la programación de pedidos.
- Reducción de inventarios: Se ha optimizado el inventario, asegurando solo lo necesario para eventualidades (stock de seguridad).

B.3. Impacto en Producción y Almacén

En términos de rendimiento, las áreas de producción y almacén se han visto especialmente beneficiadas:

- La capacidad de producción de las sedes se ha utilizado en un 90%, lo que ha permitido tiempos libres para realizar el mantenimiento preventivo de las máquinas.
- La capacidad de almacenamiento se ha utilizado en un 45%, lo que abre la posibilidad de reducir el área de los almacenes o explorar nuevas oportunidades de clientes o productos.

C. Análisis de Sensibilidad del Modelo

En los modelos de programación lineal, el análisis de sensibilidad permite evaluar cómo pequeños cambios en los datos pueden afectar la solución obtenida. En este caso, se analizó la sensibilidad del modelo frente a variaciones en los costos y restricciones (capacidades y demandas), lo que permitió identificar qué decisiones son más vulnerables. Por ejemplo, en el modelo mensual, la asignación desde el proveedor A (Oxapampa - Pasco) hacia la planta E (Ventanilla - Callao) en la semana 1 es una decisión sensible, ya que un aumento mínimo en su costo haría que ya no sea parte de la solución óptima. También se observó que, si se incrementa la capacidad del proveedor A en esa semana, el costo total del sistema podría reducirse en 0.064 unidades monetarias por cada unidad adicional.

D. Limitaciones y Recomendaciones del Modelo

Si bien existen enfoques estocásticos que incorporan incertidumbre en variables como la demanda o la disponibilidad de recursos, este estudio utiliza un modelo determinístico, basado en parámetros conocidos o estimables. Esta simplificación permite reducir la complejidad del análisis sin comprometer la validez de los resultados operativos y económicos obtenidos. No obstante, se recomienda revisar y actualizar periódicamente los valores utilizados (costos,

capacidades, demandas), idealmente de forma mensual, para asegurar que el modelo siga reflejando con precisión las condiciones reales de la empresa, y garantizar su efectividad.

V. CONCLUSIONES

Los resultados de la investigación han demostrado que la implementación de un modelo matemático de programación lineal ha optimizado la programación de compras y producción de la empresa, lo que ha resultado en una reducción de costos y una mejora en los indicadores de productividad. El modelo considera costos de adquisición de materia prima, producción, transporte y almacenamiento, así como restricciones de capacidad de los proveedores, demanda de los clientes y capacidades de producción y almacenamiento de las sedes.

La programación lineal ha permitido reducir la cantidad de material comprado, utilizando un 90% de la capacidad de producción (anteriormente sobrepasada con horas extras y personal adicional). También se ha logrado una mejora del 17% en el indicador de productividad total en comparación con el mes anterior, gracias a la optimización de traslados y costos de compra y transporte. Además, la capacidad de almacenamiento se ha utilizado en un 45%, lo que abre oportunidades para reducir el área de almacenes o explorar nuevos clientes o productos.

Por otro lado, la viabilidad económica se confirma con la disminución del ratio de productividad total a 3.25 S/. por unidad en septiembre, el valor más bajo del año, representando el 92% del costo total promedio mensual del primer semestre. Lo cual, permitirá un aumento en las utilidades de la empresa.

Asimismo, el análisis de sensibilidad realizado sobre el modelo permitió detectar que la asignación desde el proveedor de Pasco hacia la planta principal de Callao podría dejar de ser óptima si su costo aumentara mínimamente, y además, se observó que aumentar la capacidad disponible del proveedor Oxapampa - Pasco permitiría reducir el costo total. Este tipo de análisis permite tomar decisiones más informadas, como priorizar relaciones con ciertos proveedores, ajustar contratos o anticiparse a cambios en la operación.

En resumen, el modelo de programación lineal ha demostrado ser una herramienta efectiva para mejorar la eficiencia operativa y reducir costos, generando un impacto positivo en la rentabilidad de la empresa y ofreciendo oportunidades para un programa de mantenimiento preventivo, capacitación de personal y expansión de operaciones.

REFERENCIAS

[1] FAO. (2020). Evaluación de los recursos forestales mundiales 2020. Organización de las Naciones Unidas para la alimentación y agricultura.

[2] Sohngen, B. a. (2003). Optimal Control Model of Forest Carbon Sequestration. *American Journal of Agricultural Economics*, 85.

[3] FAO. (2022). El estado de los bosques del mundo. Organización de las Naciones Unidas para la alimentación y agricultura.

[4] ADEX, PromPerú, & WWF. (2021). Madera peruana, un recurso para construir un país sostenible.

[5] Gonzales Valdivia, J. E., & Guerrero Febres, M. R. (2022). Informalidad y evasión tributaria en el sector Maderero en la provincia de Coronel Portillo.

[6] SERFOR. (08 de Junio de 2023). SERFOR promueve oferta de madera sostenible proveniente de bosques certificados.

[7] FAO. (2018). Informe anual 2018.

[8] Flores, M., Perez, D., & Ruiz, M. (2024). Mejora en la productividad de un operador logístico mediante Lean Manufacturing. *LACCEI 22th*.

[9] Inga, A., Rojas, J., Basurto, M., Callupe, S., Vasquez, K., & Morales, Y. (2019). Mejora del sistema de distribución de una empresa comercializadora de cemento y materiales de construcción mediante el uso de modelación matemática. *LACCEI 17th*.

[10] Coronado, J., De La Hoz, L., Leyva, J., Ramos, M., & Zapatero, O. (2020). Modelo programación lineal para minimizar los costos de producción de una empresa de cintas adhesivas. *LACCEI 18th*.

[11] Román, Y., Atoche, W., & Farro, V. (2022) Mejora del proceso de fabricación de postes de concreto armado, usando herramientas de manufactura esbelta. *LACCEI 20th*.

[12] Rivera, H., & Pascua, P. (2024) Propuesta de rutas con restricciones de capacidad al transporte de UNITEC Tegucigalpa mediante programación lineal. *LACCEI 22th*.

[13] Atoche, W., Farro, V., Román, Y., & Barriga, H. (2022). Optimización de cuadrillas de trabajo para instalación de obras eléctricas usando programación por metas. *LACCEI 20th*.

[14] Flores, C., & Flores, K. (2021). Modelo de transporte aplicado a una empresa distribuidora de cemento. Caso de estudio en Ecuador. *Revista Científica Estelí*, 10(40), 81–95.

[15] Navarro, M. (2017). Optimización del ruteo de vehículos en una cadena de suministros con programación matemática en una base diaria. *LACCEI 15th*.

[16] Hisjam M., Oktyajati N., Jauhari W. & Sutopo W. (2012). Model Development for Allocation of Raw Material in Timber Processing Industry in Indonesia. *WASET International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, vol. 6.

[17] Hadi Y. (1987). Linear programming technique for timber management planning in Peninsular Malaysia.

[18] Dhital N., Raulier F., Asselin H., Imbeau L., Valeria O. & Bergeron Y. (2013). Emulating boreal forest disturbance dynamics: Can we maintain timber supply, aboriginal land use, and woodland caribou habitat? *Forestry Chronicle*, vol. 89

[19] Luo L., O'Hehir J., Regan C., Meng L., Connor J. & Chow C. (2021). An integrated strategic and tactical optimization model for forest supply chain planning. *Forest Policy and Economics*, vol. 131.

[20] Hillier, F. G. (2002). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. México.

[21] Hamdy A., T. (2004). *Investigación de Operaciones 7ma Edición*. México.

[22] Wayne L., W. (2004). *Investigación de Operaciones*. México.