

Integration of GeoGebra and Maple in the construction of mathematical competences in civil engineering students in a private university, Cajamarca

Fernando Ysmael Cenas Chacon, Dr.¹, Yasmina Ramírez Sobalvarro Dra.², Leydidiana Rosibel Gamboa Ferrer, Mg.¹, Fanny Evelyn Blaz Fernández, Mg.¹

¹Universidad Privada del Norte, Cajamarca, Perú, fernando.cenas@upn.edu.pe

¹Universidad Privada del Norte, Cajamarca, Perú, leydidiana.gamboa@upn.edu.pe

¹Universidad Privada del Norte, Cajamarca, Perú, fanny.blaz@upn.edu.pe

²Universidad Nacional del Callao, Lima, Perú, yramirezsl@unac.edu.pe

Abstract.

It is the presence of technology and its integration in the classroom that generates important effects on mathematics learning. In this sense, the purpose of this study was to determine the integration of GeoGebra and Maple softwares and its influence on the improvement of mathematical competences. For this purpose, a quantitative study with a quasi-experimental design was carried out with a sample of 80 students in the experimental group and 80 in the control group, both of them civil engineering students of a private university in Cajamarca, Perú, in the 2023-II cycle. For the collection of information, the methodology of the inverted classroom was used and as instruments the tests applied by means of the continuous evaluation, during 14 weeks, reflecting as a result in the global mathematical competence in the pre-test at 75% in the high level, This situation improved significantly in the post-test when 96% of the participants reached this same level and when compared to the control group, in the post-test, 52% was achieved, this indicated an evident improvement and was confirmed when contrasting the hypothesis using the Kolmogorov-Smirnov Z test for independent samples, resulting in a statistical significance of 0.009, and the Z value was 1.650, which led to its acceptance. It was then concluded that GeoGebra and Maple play a valuable role in the process of improving mathematical competencies.

Keywords: *Mathematical competencies, integration, GeoGebra, Maple, civil engineering.*

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).
ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).
DO NOT REMOVE

Integración de GeoGebra y Maple en la construcción de competencias matemáticas en estudiantes de Ingeniería civil en una universidad privada, Cajamarca

Fernando Ysmael Cenas Chacon, Dr.¹, Yasmina Ramírez Sobalvarro Dra.², Leydidiana Rosibel Gamboa Ferrer, Mg.¹, Fanny Evelyn Blaz Fernández, Mg.¹

¹Universidad Privada del Norte, Cajamarca, Perú, fernando.cenas@upn.edu.pe

¹Universidad Privada del Norte, Cajamarca, Perú, leydidiana.gamboa@upn.edu.pe

¹Universidad Privada del Norte, Cajamarca, Perú, fanny.blaz@upn.edu.pe

²Universidad Nacional del Callao, Lima, Perú, yramirezsl@unac.edu.pe

Resumen: *Es la presencia de la tecnología y su integración en el aula de clase, la que genera efectos importantes en los aprendizajes de las matemáticas. En este sentido este estudio tuvo como fin determinar la integración de softwares GeoGebra y Maple y su influencia en la mejora de las competencias matemáticas, para ello se efectuó un estudio cuantitativo con diseño cuasi experimental, con una muestra de 80 en el grupo experimental y 80 en el grupo control conformados ambos por estudiantes de ingeniería civil de una universidad privada de Cajamarca, Perú, en el ciclo 2023-II. Para la recolección de la información se utilizó la metodología del aula invertida y como instrumentos las pruebas aplicadas por medio de la evaluación continua, durante 14 semanas, reflejándose como resultado en la competencia matemática global en el pre test a un 75% en el nivel alto, situación que mejoró significativamente en el post test cuando se alcanzó un 96% de los participantes en este mismo nivel y al compararse con el grupo control, en el post se logró un 52%, esto indicó una evidente mejora y se confirmó al contrastar la hipótesis utilizando la prueba Z de Kolmogorov-Smirnov para muestras independientes, resultando una significancia estadística de 0.009, y el valor de Z fue de 1.650, lo cual llevó a la aceptación de la misma. Se concluyó entonces, que GeoGebra y Maple desempeñan un rol valioso en el proceso de mejora de las competencias matemáticas*

Palabras clave: *Competencias matemáticas, integración, GeoGebra, Maple, ingeniería civil.*

I. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de las competencias matemáticas es cada vez una necesidad requerida para enfrentar el cambiante mundo profesional, por tal razón, dentro de las aulas universitarias es necesario dinamizar los procesos formativos en aras de motivar a los estudiantes a lograr que egresen profesionales aptos para aportar a soluciones de problemas en su entorno. Atendiendo la constante evolución que aporta la tecnología en el quehacer empresarial, es que se demanda la integración de softwares educativos, dado que esto forma

parte de los requerimientos propios de la industria 4.0, situación que implica que las universidades deberán devolver a la sociedad profesionales con conocimientos y altamente capaces, con un pensamiento creativo y desarrollo matemático que les permita librar nuevos desafíos en un mundo cada vez más digitalizado [1].

Por lo anteriormente expuesto, la universidad debe ser el espacio creativo, motivador que facilite las condiciones de formación y experimentación de los estudiantes, donde la tecnología se convierta en una importante aliada para enriquecer los aprendizajes y sobre todo se logre elevar el nivel de conocimiento y aplicación de los contenidos teóricos, acercándolos a una realidad compleja, es en función de lo anterior que se planteó este estudio donde se integró GeoGebra y Maple como herramientas tecnológicas que complementan la labor docente desarrollada en el curso de Cálculo III en la carrera de Ingeniería civil en una universidad privada en Cajamarca, con la finalidad de salir de la formación tradicional y fortalecer las competencias matemáticas. Se optó por seleccionar dichos softwares puesto que estos al realizar revisión de otras experiencias se ubican como importantes aliados al momento de contribuir a la mejora del aprendizaje de las matemáticas en el ámbito universitario.

Es el hecho de integrar la tecnología la que ha permitido alcanzar resultados positivos no solo en el rendimiento académico de los estudiantes de ingeniería sino en el hecho mismo de concebir la matemática como una materia que es el fundamento para la comprensión de otros cursos y es utilizando softwares educativos que esta acción se vuelve más atractiva [2]. Cuando el docente integra la tecnología en su práctica educativa, se genera un doble beneficio, por un lado, motiva a los estudiantes, invitándoles a escudriñar las potencialidades de las herramientas tecnológicas y su aplicación con los contenidos vistos en el aula, y por otro lado, el docente crece profesionalmente, se convierte en un dinamizador de los aprendizajes y se reta a sí mismo, siendo todas estas acciones las que enriquecen al futuro profesional y aporta exponencialmente a la generación y mejora de las competencias matemáticas[3].

II. MARCO TEÓRICO

A. INTEGRACIÓN DE GEOGEBRA Y MAPLE

La experiencia académica refiere que, al aplicarse la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, estas apoyan de forma significativa los niveles de comprensión, de los contenidos, se desarrollan puentes que facilitan lo procedimental y esto a su vez genera mayor nivel de seguridad al momento de expresar un resultado procedente de planteamientos y ejercitaciones precisas, lo cual implica pasar de lo teórico a lo práctico [4]. Es haciendo uso de la tecnología que el ser humano descubrió nuevas formas de aprender, en el caso de las matemáticas, el uso de los softwares en el aula permitió la resolución de problemas haciendo cálculos de forma más precisa, rápida y donde la comprensión de los conceptos y su respectiva aplicación era mayor, siendo estos beneficios concretos que se asocian a crear mayor motivación y satisfacción en los estudiantes, e incluso a buscar su propio aprendizaje [5].

En el ámbito de las ingenierías se requiere que los estudiantes desarrollen una serie de competencias asociadas con el pensamiento lógico y creativo, así como la resolución de problemas, situación que aparece cuando se trabaja en el aula en la preparación de las habilidades matemáticas apoyadas con la tecnología [6]. En la actualidad la educación universitaria se encuentra con múltiples retos, uno de ellos asociados directamente con el uso eficiente de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas, en esta sintonía GeoGebra y Maple han realizado aportaciones importantes [7].

Existen diversas experiencias académicas donde GeoGebra y Maple se convirtieron en aliados valiosos para generar una respuesta y se crea toda una forma de aprendizaje más dinámico, personalizado, donde los resultados académicos mejoran en diversas esferas del conocimiento [8]. En la experiencia de [9], GeoGebra cuenta con popularidad y se debe en parte a su interfaz sencilla, amigable e intuitiva, lo cual facilita el aprendizaje y motiva al estudiante a incursionar en su ambiente y, a experimentar nuevas formas de aprender el cálculo III, curso que se considera muy importante en las ingenierías, creándose las bases para una mejor comprensión de cursos consecuentes; en un mismo contexto se ubica Maple, vale mencionar que ambas herramientas pueden ser utilizadas en diferentes niveles académicos, puesto que con una conducción y guía oportuna se vuelve un reto atractivo para los estudiantes el resolver diversos problemas matemáticos utilizando dichas herramientas [10].

Al experimentar el docente, de manera personal e integrar en el aula el uso de GeoGebra y Maple, motiva a los estudiantes a incorporar el software como parte de su práctica educativa diaria en cursos como Cálculo III esto permite que los educandos avancen a niveles superiores en el aprendizaje de aspectos relacionados con integrales, geometría, cálculos mucho más precisos y sobre todo la forma en que los softwares ilustran los contenidos, logrando con esto comprender, más allá de la teoría. Por su parte [11], destacó que el usar tecnología en el aula facilita

la interacción entre pares, al mismo tiempo que se mejora los niveles de comprensión de los aspectos teóricos, la aplicación práctica se concibe como una construcción colectiva que puede ser aplicada a situaciones y escenarios reales, lo cual la torna mucho más interesante, y es fundamental en cursos como cálculo III.

Al indagar en las bondades tanto de GeoGebra como de Maple, en el caso de GeoGebra, para [12] este es un software que contribuye a la generación de actitudes relacionadas con el espíritu crítico, la flexibilidad y el trabajo colectivo lo cual se convierte en la base para avanzar hacia niveles superiores de conocimiento en el campo de las matemáticas. Por su parte para [13], el trabajar con softwares como GeoGebra y Maple implica crear expectativas de aprendizaje en los estudiantes, y su uso invita a crearse hábitos de trabajo que les garantiza la obtención de mejores resultados en cada una de las acciones académicas emprendidas tanto dentro como fuera del aula de clase. Por tanto, si el docente capitaliza los recursos tecnológicos con los que cuenta y logra la integración efectiva de este tipo de softwares como parte de su práctica cotidiana, estará apoyando la generación de competencias matemáticas a nivel teórico, procedimental y actitudinal de una mejor forma, lo cual implica que el estudiante modele su aprendizaje y sea mucho más capaz profesionalmente [14].

En el curso de cálculo III el integrar GeoGebra y Maple, ofrecen la oportunidad de explorar por parte de los estudiantes, diversas formas de representar las gráficas de curvas y superficies, pudiendo con ello confirmar los resultados alcanzados en los ejercicios, validando de esta manera aprendizajes versátiles, es con la integración de estos softwares en el aula que se hace posible controlar variables con menores riesgos, y centrarse en el análisis de los resultados y toma de decisiones, lo cual es vital sobre todo en el campo de las ingenierías [15]. Si se realiza una comparativa entre ambos softwares cada uno de ellos posee sus bondades, sin embargo, podría afirmarse que es GeoGebra, quien, al integrarse por su sencillez, y ubicarse en la categoría de código abierto, crea mayores expectativas entre los estudiantes, es por medio de este que los universitarios logran visualizaciones dinámicas y crean equipos de trabajo para ahondar en conceptos con el fin de aplicar y experimentar lo descrito en la teoría en un ambiente controlado. En el caso particular de Maple, aun cuando es un recurso ya conocido, su interfaz un poco más estática que GeoGebra, lo torna un poco menos atractivo, aun cuando es lo bastante potente para garantizar la comparabilidad de los resultados, generando con ello espacios de análisis que enriquecen el aprendizaje [16].

Puede afirmarse entonces que las herramientas digitales tienen un rol importante en el aprendizaje de las matemáticas, la integración de softwares como GeoGebra y Maple en los cursos de matemática, orientan que los estudiantes tienen la posibilidad de mejorar su forma de pensamiento, ser más creativos, aprenden a trabajar entre pares, al igual que alcanzan las bases para la comprensión de cursos y materias complejas, dado por el cambio de una

clase tradicional por una donde el conocimiento se construye de forma dinámica [17]. Según la experiencia de [18], la presencia de GeoGebra y Maple han facilitado la adaptación de contenidos abstractos a escenarios donde los estudiantes pueden comprender y aplicar, lo cual hace cumplir el fin pedagógico al momento de trabajar con futuros ingenieros, quienes deberán ser competentes y capaces de adaptar su entorno resolviendo problemas en escenarios cambiantes.

Al momento de trabajar integrando GeoGebra y Maple en los diferentes problemas, les permite a los estudiantes visualizar y reconocer en dos y tres dimensiones los conceptos brindados, construidos y pensados para solucionar situaciones complejas, para la ingeniería, estos softwares se han convertido en una herramienta de mucha utilidad, puesto que la correcta manipulación de estos apoya la asociación de conceptos con otros cursos [19]. Es al contar con estas herramientas que el estudiante fracciona en dos grandes momentos la forma de aprender, por un lado, el ámbito individual, donde experimenta, se vuelve curioso, aprende y desaprende, pero sobre todo interioriza los contenidos y en un segundo momento a nivel colectivo, se analiza y profundiza desde distintos ángulos las posibles respuestas a una situación problemática, lo cual indica que el rol del estudiante es completamente distinto [20].

Hacer uso de softwares como GeoGebra o Maple brindan un abanico de oportunidades para hacer posible la aplicación de los contenidos teóricos y despertar el interés en los educandos, la tecnología se convierte en un aliado valioso para compartir situaciones didácticas novedosas que provocan en el universitario nuevas formas de visualizar las matemáticas y emplearlas en su entorno [21]. Al contar con GeoGebra se hace un cambio del papel y lápiz por las herramientas del software y se construyen de forma rápida y creativa soluciones apoyadas por las bondades del programa, situación similar ocurre con Maple ambos softwares permiten la exploración y combinación de recursos de cálculo y gráficos, los cuales vuelven interactivo el aprendizaje [22].

En la medida que los estudiantes se sientan respaldados por el docente, podrán apoyarse de la tecnología con mayor precisión, generando con ello niveles de aprendizajes más altos, a nivel actitudinal, visualizando las matemáticas como una compañera importante para el desarrollo de otros cursos, por tanto, al integrar GeoGebra y Maple en sus actividades académicas adquieren habilidades que le permiten fundamentar las respuestas a las situaciones problemáticas resueltas, [23]. Al integrarse la tecnología con el proceso de aprendizaje en disciplinas como la matemática, surge infinitas posibilidades de alcanzar mejores resultados a nivel cuantitativo y cualitativo, por tanto, se estima que GeoGebra y Maple son softwares que potencian la adquisición y mejora de las competencias matemáticas al ser utilizadas dentro de las aulas de ingeniería como un recurso metodológico [24]. En el caso particular de Cálculo III este curso se ubica como uno de las materias troncales que apoyan al óptimo desarrollo de otras asignaturas, de ahí la importancia de hacer uso de

recursos didácticos aplicando la tecnología con la misión de potenciar el desarrollo de las competencias matemáticas [25]; [26].

Integrar GeoGebra para algunos Autores como [27], [28] implica llevar a los estudiantes a un nivel más alto en su aprendizaje, puesto que el uso recurrente de la tecnología y particularmente de estos softwares apoyan las competencias matemáticas y permiten la vinculación de lo teórico con lo práctico, acción que se materializa en la obtención de mejores resultados académicos. Por otro lado, para [29] la incorporación de la tecnología y herramientas como GeoGebra o Maple fomentan el trabajo en equipo, así como la construcción colaborativa. Es por esta razón que, al integrar GeoGebra y Maple en las clases de cálculo III, el estudiante puede demostrar desde la práctica en el aula, diferentes aproximaciones al conocimiento, experimentando y realizando análisis distintos, los cuales valida con el uso del software, por tanto, la tecnología se convierte en un socio de gran valor [30].

Al comprobarse por múltiples estudios a lo largo de esta investigación, como GeoGebra y Maple si aportan a la generación de competencias matemáticas, el docente tiene la ardua tarea de movilizar los recursos incorporados en ambos softwares con el fin de potenciar en el estudiante un mayor uso de los mismos, en búsqueda de nuevas soluciones a problemas complejos en un entorno controlado [31]. Cuando el estudiante asimila y hace suyo el recurso, construye respuestas alineadas a la teoría, pero sobre todo validadas desde la práctica [32]. Es integrando GeoGebra y Maple que el universitario, sustenta sus deducciones, y avanza en la consolidación de sus conocimientos. En el caso particular de los estudiantes de ingeniería este tipo de tecnología les permite comprender de una mejor manera aspectos relacionados con, funciones de varias variables, derivadas parciales, derivadas direccionales, valores máximos y mínimos e integrales múltiples, entre otros contenidos [33].

En este estudio se comprobó la potencia de Maple, situación que fue acuñada por [34], para quienes, es por medio de este software que se logra calcular expresiones multivariantes, situación requerida en el curso de cálculo III, este tipo de recursos aporta gráficamente nuevas formas de resolver los problemas, puesto que las superficies pueden estudiarse de forma dinámica, es decir, a nivel bidimensional o tridimensional, así como hacer cálculos simbólicos.

Durante este estudio, el hacer uso de Maple concretamente implicó dar un paso más allá de lo esperado puesto que los estudiantes se introdujeron en un nivel, un tanto más avanzado en las bases del cálculo, lo cual genera mejores competencias matemáticas [35]. No cabe duda que un entorno de aprendizaje donde se integra el uso de la tecnología contribuye a mejorar la comprensión y la calidad de los aprendizajes [36]. Es pues, la integración de la tecnología en el aula, la que brinda chance a probar nuevas rutas y validar aquellas que les proporcionen conocimientos, considerando como premisa la creatividad

y el análisis lógico [37]. Puede decirse que, al hacer uso de softwares como GeoGebra y Maple de forma integrada a los contenidos del curso, impacta en una mejora a nivel individual y de grupo, puesto que de forma gráfica se ilustra los avances y a su vez la necesidad de mejora [38]. Al integrar de forma continua GeoGebra y Maple los estudiantes asumen un rol más dinámico, provocando con ello una mejoría en general en el ambiente de trabajo académico dentro y fuera del aula [39].

III. METODOLOGÍA

Este trabajo investigativo tuvo como finalidad determinar cómo la integración de GeoGebra y Maple influyen a una mejora en las competencias matemáticas y con ello se alcanzan niveles mucho más altos en cuanto al rendimiento académico de los universitarios. El enfoque utilizado fue cuantitativo y un diseño cuasi experimental. Para ello se contó con la participación de 160 estudiantes, donde 80 fueron parte del grupo experimental (GE) y 80 del grupo control (GC), todos pertenecen a la carrera de Ingeniería civil. Se implementó el estudio en un período de 14 semanas, donde las primeras 7 se trabajaron con GeoGebra y las otras 7 con Maple. El instrumento que se aplicó para la recolección de datos fue una prueba escrita compuesta por 20 ítems.

Formó parte de la investigación la aplicación de prueba inicial al proceso para conocer el estado en el que se encontraban las competencias de los estudiantes participantes y así como el estado de la misma una vez realizada la integración de GeoGebra y Maple en el aula de clases, para esto, se llevó a cabo la evaluación de los conocimientos haciendo uso de la prueba post, lo que permitió evidenciar el nivel de dominio del tema tanto al grupo experimental como el grupo de control. Para validar los resultados, se procedió a establecer las hipótesis, donde la hipótesis nula estableció que la integración de GeoGebra y Maple no influye en la mejora de las competencias matemáticas, mientras que la hipótesis alternativa sostiene que GeoGebra y Maple si influyeron significativamente en dicha mejora. Fue parte de la validación, la comprobación de las hipótesis, el cual se llevó a cabo considerando la normalidad de los datos, y al aplicar la prueba, se reflejó que estos tienen un comportamiento no normal, por tanto, se realizó el análisis bajo el parámetro estadístico de Kolmogorov - Smirnov dado el tamaño de la muestra el cual excede a 50 participantes y se realizó el análisis por medio del factor Z y de esta forma comprobar si se acepta o se rechaza la hipótesis nula.

Fue un elemento importante en esta experiencia el Aprendizaje Invertido, siendo este, un enfoque pedagógico en el que la instrucción directa se realiza fuera del aula de clase y el tiempo presencial se utiliza para desarrollar actividades de aprendizaje significativo y personalizado. Es por medio de este que se estimula el intercambio de ideas y retroalimentación del docente [40]. Al hacer uso de este tipo de estrategia se requiere en palabras de [41] recordar los cuatro pilares de dicha estrategia didáctica:

Entornos flexibles [42], Cultura de Aprendizaje [43], Contenido Intencional [44] y Educador profesional [45].

De forma gráfica se demuestra como ambos softwares aportan a la mejora de las competencias matemáticas.

Gráfica de una superficie

Ejemplo Graficar la curva que resulta de interceptar la superficie $f(x,y) = xy$ con la elipse $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$

Comparativo de la gráfica de una superficie usando ambos softwares.

Intersección de dos superficies usando Maple

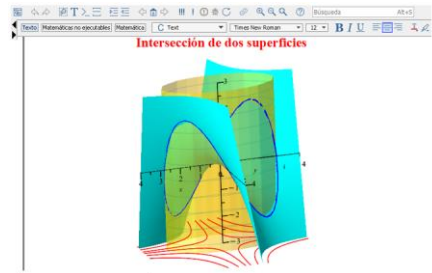


Figura No. 1. Representación de una superficie utilizando Maple

Utilizando GeoGebra

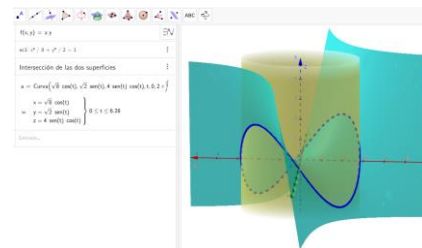


Figura No. 2. Representación de una superficie utilizando GeoGebra

Aplicaciones de la Integral Triple

Ejemplo Determine el volumen de la región dentro de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ y dentro del cono $z^2 = x^2 + y^2$.

Solución matemática: debido a la geometría esférica, se consideró el problema en coordenadas esféricas. El volumen se obtuvo integrando una integral triple en coordenadas esféricas en el orden $d\rho d\phi d\theta$, obteniendo:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^3 \rho^2 \sin(\phi) d\rho d\phi d\theta = 2 \left(9 - \frac{9\sqrt{2}}{2} \right) \pi$$

Solución con Maple 2023 - Interactiva

En el software Maple, se proporciona una solución aplicando la plantilla de tarea que se integra en coordenadas esféricas con los límites de integración y dibuja la región de integración, se accede con

Se accede mediante: Herramientas > Tareas > Examinar:

Cálculo – Multivariado > Integración > Visualización de regiones de integración > Esférica

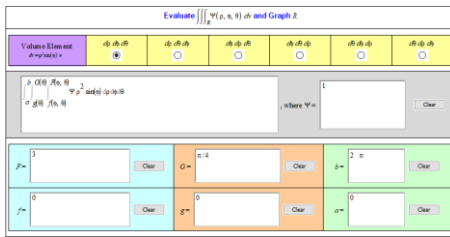


Figura No. 3. Plantilla de parte a) mostrando el orden de integración y los límites de integración

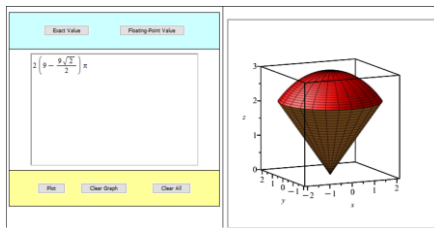


Figura No. 4. Plantilla de tarea parte b) mostrando el valor de la integral triple y su gráfico.

Solución con GeoGebra 6.0 - Interactiva

Para graficar esta región en GeoGebra, se sigue estos pasos:

En el software GeoGebra, se ingresa la ecuación del cono $z^2 = x^2 + y^2$ y de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ y se visualiza en la vista 3D.

Se definió la región en el semiplano superior por encima del cono y por debajo de la esfera y con esto se encontró el volumen.

Se utilizó la integral triple en coordenadas esféricas para calcular el volumen de la región.

GeoGebra no puede evaluar directamente la integral triple, por esta razón se utilizó un método analítico para la evaluación de la integral y obtención del volumen del sólido.

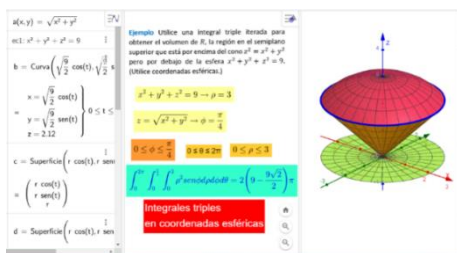


Figura No. 5. Plantilla de tarea parte b) mostrando el valor de la integral triple y su gráfico con GeoGebra

Por tanto, puede afirmarse que fue la integración de GeoGebra y Maple la que brindó la mejora esperada en esta experiencia.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

TABLA I
COMPETENCIA MATEMÁTICAS

Nivel	PRE GE		POST GE		PRE GC		POST GC	
	F	%	F	%	F	%	F	%
Bajo	5	6	0	0	17	21	12	15
Medio	15	19	3	4	31	39	26	33
Alto	60	75	77	96	32	40	42	52
Total	80	100	80	100	80	100	80	100

En la tabla 1 al realizar el análisis de la variable competencias matemáticas, se aplicó la pre prueba al grupo experimental (GE), en el pretest se encontró a un 6 % (5 estudiante) en nivel bajo, un 19% (15) ubicados en nivel medio, y en alto 75% (60), A diferencia del grupo control (GC) se encontró a un 21% (17) en nivel bajo y 39% (31) en nivel medio y 40% (32) en el nivel alto. Posteriormente se evidenció durante la post prueba en el grupo experimental, 0% (0) estudiantes en el nivel bajo, luego a un 4% (3 estudiantes) ubicados en medio y un 96% (77) ya en el nivel alto, lo que permite afirmar que después de integrar GeoGebra y Maple en el curso de cálculo III se mejora las competencias matemáticas en los estudiantes de ingeniería civil.

TABLA II
DIMENSIÓN TEÓRICA

Nivel	PRE GE		POST GE		PRE GC		POST GC	
	F	%	F	%	F	%	F	%
Bajo	12	15	2	2	35	44	29	36
Medio	20	25	24	30	16	20	41	51
Alto	48	60	54	68	29	36	10	13
Total	80	100	80	100	80	100	80	100

En la tabla 2, al realizar el análisis de la dimensión teórica, se aplicó la pre prueba al grupo experimental, en el pretest en nivel bajo se encontró al 15% (12 estudiante) y un 25% (20) se ubicaron en nivel medio, notándose que en nivel alto se encontró al 60% (48 estudiantes). A diferencia del grupo control donde en nivel bajo se encontró a 44% (35) estudiantes, luego un 20% (16) se ubicaron en nivel medio y 36% (29) en nivel alto. Posteriormente se evidenció durante la post prueba en el grupo experimental que solamente se encontró al 2% (2) en bajo, un 30 % (24) se ubicaron en medio, un 68% (54) en el nivel alto, lo que nos permite afirmar que después de integrar GeoGebra y Maple, los estudiantes alcanzaron una mejora importante en la dimensión teórica, asociada con la comprensión y asimilación de conceptos, asociados directamente con los contenidos del curso.

TABLA III
DIMENSIÓN PROCEDIMENTAL

Nivel	PRE GE		POST GE		PRE GC		POST GC	
	F	%	F	%	F	%	F	%
Bajo	8	10	1	1	17	21	16	20
Medio	22	28	9	11	29	36	18	23
Alto	50	63	70	88	34	43	46	57
Total	80	100	80	100	80	100	80	100

En la tabla 3, al realizar el análisis de la dimensión procedimental y aplicarse la preprueba al grupo

experimental, en el pretest en nivel bajo se encontró a un 10% (8 estudiantes) y en el nivel medio a un 28% (22), y en nivel alto a un 63% (50). Por su parte en el grupo control en el nivel inicio se encontró a un 21% (17 estudiantes), luego un 36% (29) se ubicaron en el nivel medio y 43% (34) en nivel alto. Posteriormente se evidenció durante la post prueba en el grupo experimental que solamente se encontró al 1% (1) en el nivel más bajo, un 11 % (9) se ubicaron en nivel medio, un 88% (70) en nivel alto, lo que permite afirmar que después que los estudiantes tuvieron la oportunidad de trabajar en el aula con la integración de softwares como GeoGebra y Maple, ocurrieron mejoras en esta dimensión de forma notoria, lo cual indica que se han comprendido los elementos teóricos y se han logrado aplicar para resolver situaciones problemáticas

TABLA IV
DIMENSIÓN ACTITUDINAL

Nivel	PRE GE		POST GE		PRE GC		POST GC	
	F	%	F	%	F	%	F	%
Bajo	8	10	3	4	8	10	5	6
Medio	32	40	8	10	26	33	19	24
Alto	40	50	69	86	46	57	56	70
Total	80	100	80	100	80	100	80	100

En la tabla 4, al realizar el análisis de la dimensión actitudinal, se aplicó la pre prueba al grupo experimental, en el pre test en nivel bajo se encontró al 10% (8 estudiante) y un 40% (32) se ubicaron en nivel medio, y en nivel alto se ubicó un 50% (40). A diferencia del grupo control donde en nivel bajo se encontró a 10% (8) estudiantes, luego un 33% (26) se ubicaron en nivel medio y 57% (46) en nivel alto. Durante la post prueba en el grupo experimental solo a un 4% (3 estudiantes) en bajo, un 10 % (8) se ubicaron en medio, un 86% (69) en alto, lo que nos permite afirmar que los estudiantes una vez que se integró el uso de GeoGebra y Maple en las actividades de resolución y trabajo en el curso de cálculo III alcanzaron un mejor resultado en la dimensión actitudinal, lo cual se acompaña de seguridad, mayor motivación para trabajar tanto de forma independiente como en equipo, tanto dentro como fuera del aula de clase.

TABLA V
PRUEBA DE HIPÓTESIS

Estadísticos de prueba ^a		Pre_Global_GE
Máximas diferencias extremas	Absoluto	0.355
	Positivo	0.000
	Negativo	-0.355
Z de Kolmogorov-Smirnov		1.650
Sig. asintótica(bilateral)		0.009
a. Variable de agrupación: Post_Global_GE		

En el proceso de comprobación de la hipótesis general, referidas en la tabla 5, al aplicarse la prueba Z de Kolmogorov-Smirnov para muestras independientes, se encontró como resultado una significancia estadística de

0.009, y el valor de Z fue de 1.650. Por tanto, se admite la hipótesis planteada. Por lo cual se infiere que existe diferencia significativa entre los puntajes alcanzados durante el pre test y post test en el grupo experimental, lo cual indica que se mejoró las competencias matemáticas en los estudiantes de Cálculo III al integrarse los softwares GeoGebra y Maple en las 14 sesiones de clase que comprende el ciclo 2023-II

V. DISCUSIÓN

De acuerdo a los resultados obtenidos en esta investigación se logra hacer una comprobación de la hipótesis planteada y se devela la mejora en las competencias matemáticas una vez que se integró los softwares GeoGebra y Maple a lo largo del ciclo 2023-II con los estudiantes de ingeniería civil en la una universidad privada en Cajamarca.

En este sentido los estudiantes alcanzaron una mejora del 8% al hacer una comparativa entre los resultados pre y post del grupo experimental, lo cual, si se compara con los logros en el grupo control los universitarios pertenecientes a estas aulas, reflejan una baja a nivel teórico, pues evidenciaron solo un 13% en el nivel alto, versus un 68% por parte del grupo experimental en este mismo nivel, lo cual es una situación que orienta que la integración de GeoGebra y Maple aportó a la comprensión de los contenidos teóricos, situación que se alinea a las experiencias de [11] y [8].

Por otro lado, al darse una mejora en la dimensión teórica, se cuenta con mayor oportunidad para alcanzar resultados importantes a nivel procedimental, situación que de acuerdo a [24] implica una mejora a nivel cuantitativa y cualitativa en el aula de clase, lo que se confirma cuando el grupo experimental en el pre test expuso a un 63% en el nivel más alto, lo cual era bastante significativo y al integrarse los softwares indicados, se logró llegar a un importante 88%, lo cual se ubicó por encima del post test en el grupo control donde se alcanzó en el nivel alto a un 57%, confirmándose de esta forma que la presencia de la tecnología y de forma particular la integración de GeoGebra y Maple implica que los estudiantes experimenten y apliquen de una forma mucho más creativa, lo cual se compara con los hallazgos realizados por [17] y [4].

En cuanto a la dimensión actitudinal, la cual es sumamente necesaria de desarrollar, puesto que esta complementa las anteriores, en este sentido, en el grupo experimental durante la aplicación del pre test, los estudiante se ubicaron en el nivel alto con un 50%, lo cual, es indicativo de lo valioso que es para el buen desarrollo de la comprensión y aplicación de los contenidos de cálculo III el tener seguridad, confianza, sentirse motivados y estar interesados en trabajar de forma colectiva, dicha situación se vio favorecida al momento que el docente integró GeoGebra y Maple, logrando dar un salto hasta llegar a un 86%, y si este se compara con el grupo control en el post test, se refleja aun cuando este mejoró un poco, se queda por debajo con un 70%. Lo cual orienta que la integración

de estos recursos apoya de manera precisa la mejora en las competencias matemáticas, lo cual se encuentra alineado a los resultados obtenidos por [12] y [14], quienes refirieron en sus estudios que el surgimiento del espíritu de colaboración, mayor seguridad entre otros fueron sentimientos logrados al integrar este tipo de tecnología en el aula de clase, opinión reforzada por los hallazgos de [9].

Una vez realizado el análisis de cada una de las dimensiones que forman parte de las competencias matemáticas, se encontró de manera general, que esta experimentó una mejora, dado que si se compara el estado del grupo experimental al momento de aplicarse el pre test, los estudiantes se ubicaron en un 75% en el nivel alto y una vez que se trabajó contando con las bondades de GeoGebra y Maple, los universitarios lograron ubicarse en un 96% en este mismo nivel, lo cual difiere de forma importante si se compara con el grupo control, quienes en el post test alcanzaron un 52% , lo cual orienta que el trabajo realizado, integrando este tipo de recursos genera una mejora en esta competencia, situación similar encontró en su investigación [27] y posteriormente se confirma en los estudios de [30].

Al realizar la contrastación de la hipótesis, se confirma que la integración de GeoGebra y Maple contribuyen significativamente a la mejora de las competencias matemáticas en los universitarios, dado que el p valor resultó de 0.009 lo cual es menor de 0.05, aceptándose la hipótesis alternativa, la que planteó dicha mejora, situación similar ocurrió en los estudios de [3] y [20]

VI. CONCLUSIONES

La presencia de la tecnología en la educación reflejó a través de diversas experiencias académicas resultados positivos, al revisar el objetivo planteado el cual fue determinar la integración de softwares GeoGebra y Maple y su influencia en la mejora de las competencias matemáticas, este fue comprobado por medio de los resultados a nivel descriptivo e inferencial. Lo cual valida en forma paralela la metodología desarrollada durante las catorce semanas del curso de cálculo III desarrollado con estudiantes de ingeniería en una universidad privada en Cajamarca.

Al analizar los resultados en cada una de las dimensiones del estudio se evidenció una diferencia significativa en los porcentajes alcanzados en los diferentes niveles desde bajo, medio hasta alto, al compararse pre y post test. En cuanto a la hipótesis esta se comprobó haciendo uso del estadístico Z generándose un valor de 0.009 el cual es menor al p valor de 0.05, por tanto, se concluyó que GeoGebra y Maple son softwares que aportan a la mejora de las competencias matemáticas en los estudiantes de Ingeniería civil.

En virtud de lo anterior, se estableció que el uso de GeoGebra y Maple son herramientas que contribuyen a la comprensión de los contenidos, el desarrollo de procedimientos y los estudiantes logran ejercitar y dar

solución a situaciones problemáticas con mayor confianza, sintiéndose seguros de lo desarrollado, por tanto, los niveles de aprendizajes evolucionan a escaños más altos y con ello se mejoran las competencias matemáticas.

Es por medio de GeoGebra y Maple que los estudiantes alcanzan mejores resultados académicos puesto que la presencia de la tecnología, brinda la posibilidad de experimentar y construir su aprendizaje de forma colaborativa y autónoma lo cual despierta el interés por los contenidos de cálculo III, es el uso constante de estas herramientas lo que permite a los universitarios validar la ejercitación desarrollada de forma gráfica, obteniendo con ello retroalimentación inmediata que puede ser validada entre pares y por el docente, lo cual mejora las competencias matemáticas correspondientes al curso en ingeniería civil.

Puede decirse entonces, que una de las formas más dinámicas y precisas para lograr que la educación universitaria en el área de las matemáticas, concretamente en el cálculo III es aplicando metodologías de evaluación continua, teniendo como base el uso de softwares educativos como GeoGebra y Maple, los cuales fortalecen las habilidades tecnológicas de los estudiantes, aporta a la práctica docente, permite el aprovechamiento de los recursos didácticos, al obtenerse una mejora en las competencias matemáticas de los universitarios, se está aportando a la formación de profesionales con un pensamiento crítico, creatividad y dispuestos a resolver problemas, lo cual son habilidades requeridas en la actualidad.

VII. REFERENCIAS

- [1] Ayanwale, M. A., Ndlovu, M., & Oladele, J. I. (2022). Mathematics Education and the Fourth Industrial Revolution: ¿Are the High School Mathematics Teachers Ready? In *Mathematics Education in Africa*, 77–96. https://doi.org/10.1007/978-3-031-13927-7_5
- [2] Valenzuela, P. (2020). Aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes de ingeniería del I ciclo en una universidad privada, Lima 2020. Universidad César Vallejos, Lima. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.12692/62920>
- [3] Santos-Trigo, M., Barrera-Mora, F., & Camacho-Machín, M. (2021). Teachers' use of technology affordances to contextualize and dynamically enrich and extend mathematical problem-solving strategies. *Mathematics*, 9(8). <https://doi.org/10.3390/math9080793>
- [4] Rodríguez-Jiménez, C., de la Cruz-Campos, J. C., Campos-Soto, M. N., & Ramos-Navas-Parejo, M. (2023). Teaching and Learning Mathematics in Primary Education: The Role of ICT-A Systematic Review of the Literature. *Mathematics*, 11(2). <https://doi.org/10.3390/math11020272>
- [5] Ní Shé, C., Ní Fhloinn, E., & Mac an Bhaird, C. (2023). Student Engagement with Technology-Enhanced Resources in Mathematics in Higher Education: A Review. In *Mathematics*, 11(3). <https://doi.org/10.3390/math11030787>

- [6] Teo, T., Unwin, S., Scherer, R., & Gardiner, V. (2021). Initial teacher training for twenty-first century skills in the Fourth Industrial Revolution (IR 4.0): A scoping review. *Computers & Education*. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2021.104223>
- [7] Lavicza, Z., Weinhandl, R., Prodromou, T., Anđić, B., Lieban, D., Hohenwarter, M., . . . Diego-Mantecón, J. M. (2022). Developing and Evaluating Educational Innovations for STEAM Education in Rapidly Changing Digital Technology Environments. *Sustainability*, 14(2). <https://doi.org/10.3390/su14127237>
- [8] Patiño, A., Ramírez-Montoya, M. S., & Buenestado-Fernández, M. (2023). Active learning and education 4.0 for complex thinking training: analysis of two case studies in open education. *Smart Learning Environments*, 10(1). <https://doi.org/10.1186/s40561-023-00229-x>
- [9] Ziatdinov, R., & Valles, J. R. (2022). Synthesis of Modeling, Visualization, and Programming in GeoGebra as an Effective Approach for Teaching and Learning STEM Topics. In *Mathematics*, 10(3). <https://doi.org/10.3390/math10030398>
- [10] Bekene Bedada, T., & Machaba, M. F. (2022). The Effect of GeoGebra on Students' Abilities to Study Calculus. *Education Research International*, 1(4). <https://doi.org/10.1155/2022/4400024>
- [11] Kholid, M. N., Pradana, L. N., Maharani, S., & Swastika, A. (2022). GeoGebra in Project-Based Learning (Geo-PJBL): A dynamic tool for analytical geometry course. *Journal of Technology and Science Education*, 12(1), 112. <https://doi.org/10.3926/jotse.1267>
- [12] Zetriuslita, Z., Nofriyandi, N., & Istikomah, E. (2020). The effect of GeoGebra-assisted direct instruction on students' self-efficacy and self-regulation. *Infinity*, 9(1), 41-48. <https://doi.org/10.22460/infinity.v9i1.p41-48>
- [13] García, M. M., & Romero, I. M. (2020). Influencia de GeoGebra en las actitudes hacia las matemáticas. Almería, España: Editorial de la Universidad de Almería.
- [14] García López, M. M., Romero Albaladejo, I. M., & Gil Cuadra, F. (2021). Efectos de trabajar con GeoGebra en el aula en la relación afecto-cognición. *Enseñanza de las Ciencias*, 39(3), 177-198. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3299>
- [15] Faria, R. W., & Maltempi, M. V. (2019). Intradisciplinaridade Matemática com GeoGebra na Matemática Escolar. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(63), 348-367. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a17>
- [16] Leal Ramírez, S., Lezcano Rodríguez, L. E., & Gilbert Benítez, E. M. (2021). Usos innovadores del software GeoGebra en la enseñanza de la matemática. *VARONA* (72). Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=360670798011>
- [17] Gómez-Gómez, M. (2021). La formación del profesorado ante las nuevas oportunidades de enseñanza y aprendizaje virtual desde una dimensión tecnológica, pedagógica y humana. *Revista Publicaciones*, 51(3), 565-603. Obtenido de <https://doi.org/10.30827/publicaciones.v51i3.18123>
- [18] Yohannes, A., & Chen, H.-L. (2023). GeoGebra in mathematics education: a systematic review of journal articles published from 2010 to 2020. *Interactive Learning Environments*, 31(9), 5682-5697. <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2016861>
- [19] Ramírez Santamaría, B. A. (2020). GeoGebra en 2D y 3D como recurso didáctico en un curso de integración múltiple: una experiencia de enseñanza-aprendizaje. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 21(1), 1-18. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v21i1.5341>
- [20] Arnal-Palacián, M. (2022). Producción y evaluación de tareas matemáticas en las herramientas CalcMe y GeoGebra con los futuros docentes de Educación Primaria. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 22(2), 1-11. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=607968030003>
- [21] Ramírez, B. (2021). GeoGebra en 2D y 3D como recurso didáctico en un curso de integración múltiple: una experiencia de enseñanza-aprendizaje. *Revista digital Matemática Educación e Internet*, 21(1), 1-17. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v21i1.5341>
- [22] Campos Nava, M., Torres Rodríguez, A., & Morales Maure, L. (2021). GeoGebra como medio para identificar patrones en la clase de álgebra lineal: una propuesta concreta. *Universidad y Sociedad*, 13(2), 528-537. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202021000200528
- [23] Favieri, A., & Williner, B. (2023). Interactividad en tareas matemáticas con GeoGebra. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 24(1), 1-19. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=607974617003>
- [24] Colomo, E., Gabarda, V., Ruiz, J., & Guillén, F. D. (2022). Aprendizaje de matemáticas mediado por tecnología en la escolaridad obligatoria: análisis bibliométrico. *Publicaciones*, 52(1), 13-24. <https://doi.org/10.30827/publicaciones.v52i1.22298>
- [25] Arabit, J., & Prendes, M. P. (2020). Metodologías y Tecnologías para enseñar STEM en Educación Primaria: análisis de necesidades. *Pixel-Bit: Revista de Medios y Educación*, 57, 107-128. <https://doi.org/10.12795/pixelbit.2020.i57.04>
- [26] Lindín, C., Coma, L., Vanegas, Y., Martín-Piñol, C., & Bartolomé, A. (2021). Propuesta formativa en STREAM: Una aproximación a la perspectiva global desde Cataluña. *Didacticae*, 10, 91-108. <https://doi.org/10.1344/did.2021.10.91-108>
- [27] Alabdulaziz, M. S., Aldossary, S. M., Alyahya, S. A., & Althubiti, H. M. (2021). The effectiveness of the GeoGebra Programme in the development of academic achievement and survival of the learning impact of the mathematics among secondary stage students. *Education and Information Technologies*, 26, 2685-2713. <http://doi.org/10.1007/s10639-020-10371-5>
- [28] Birgin, O., & Acar, H. (2020). The effect of computer-supported collaborative learning using GeoGebra software on 11th grade students' mathematics achievement in exponential and logarithmic functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 872-889. <http://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1788186>
- [29] Rodríguez-Cubillo, M. R., del Castillo, H., & Arteaga Martínez, B. (2021). El uso de aplicaciones móviles en el aprendizaje de las matemáticas: una revisión sistemática. *ENSAYOS. Revista De La Facultad De Educación De Albacete*, 36(1), 17-34. <https://doi.org/10.18239/ensayos.v36i1.2631XX>
- [30] Chuc Tzunún, G. E. (2022). Integración de las TIC's en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemática. *Revista Docencia Universitaria*, 3(2), 101-108. <https://doi.org/10.46954/revistadusac.v3i2.56>
- [31] Sánchez, C. (2023). Las competencias matemáticas y el empleo de las tecnologías en estudiantes de bachillerato en México. *Revista Varela*, 23(64), 24-37. Obtenido de <http://revistavarela.uclv.edu.cu>
- [32] Sousa, R. T., Azevedo, I. F., & Alves, F. R. (2021). Engenharia Didática e Teoria das Situações Didáticas: um contributo ao ensino de Geometria Analítica com o software GeoGebra. *Revista Binacional Brasil-Argentina*, 10(1), 357-379. doi: <https://doi.org/10.22481/rbba.v10i01.8447>

- [33] Souza Rodrigues Pinheiro, C. P., RégisVieira Alves, F., & Brandão Menezes, D. (2023). Uma visualização da sequência de Jacobsthal com o aporte do GeoGebra A. *Revista Digital: Matemática, Educação e Internet*, 24(1), 1-14. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=607974617002>
- [34] Kalimbetov, B., Sapakov, D., & Ibragimov, R. (2019). Using Systems Of Computer Mathematics Maple In The Course Training As Equations. *Opción*, 35(88), 415-434. Obtenido de <https://www.produccioncientificaluz.org/index.php/opcion/article/view/24211>
- [35] Soto, J. L., & Romero, C. F. (2021). Un recorrido por nuestra experiencia en la inclusión de software dinámico en el diseño de materiales didácticos. *SahuarUS*, 5(1), 143-159. Obtenido de <http://www.repositorioinstitucional.uson.mx/handle/20.500.12984/5826>
- [36] Attard, C., & Holmes, K. (2020). "It gives you that sense of hope": an exploration of technology use to mediate student engagement with mathematics. *Heliyon*, 6(1), e02945. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02945>
- [37] Nurjanah, L., Yuliardi, R., & Tamur, M. (2020). Computer-assisted learning using the Cabri 3D for improving spatial ability and self-regulated learning. *Heliyon*, 6(11). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2020.e05536>
- [38] Weinhandl, R., Lavicza, Z., Hohenwarter, M., & Schallert, S. (2020). Enhancing flipped mathematics education by utilising GeoGebra to cite this article: enhancing flipped. *Int. J. Educ. Math. Sci. Technol*, 8(1), 1-5. <https://doi.org/10.46328/ijemst.v8i1.832>
- [39] Mthethwa, M., Bayaga, A., Bosse, M., & Williams, D. (2020). GeoGebra for learning and teaching: a parallel investigation. *S. Afr. J. Educ*, 40(2), 1-12. Obtenido de <https://www.ajol.info/index.php/saje/article/view/197335#>
- [40] García, M., Porto, M., & Hernández, F. (2019). El aula invertida con alumnos de primero de magisterio: fortalezas y debilidades. *REDU. Revista de Docencia Universitaria*, 17(2), 89-106. Obtenido de <https://polipapers.upv.es/index.php/REDU/article/view/11076/12228>
- [41] Buil-Fabregá, M., Casanovas, M. M., Ruiz-Munzón, N., & Filho, W. L. (2019). Flipped classroom as an active learning methodology in sustainable development curricula. *Sustainability*, 11(7), 1-15. <https://doi.org/10.3390/su11174577>
- [42] Suwito, S., & Hamdani, A. F. (2019). Developing students learning attributes through collaborative learning based on flipped classroom. *Geosfera Indonesia*, 4(1), 1-10. <https://doi.org/10.19184/geosi.v3i2.8938>
- [43] Nes, A. A., Høybakk, J., Zlamal, J., & Solberg, M. T. (2021). Mixed teaching methods focused on flipped classroom and digital unfolding case to enhance undergraduate nursing students' knowledge in nursing process. *International Journal of Educational Research*, 109, 101859. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2021.101859>
- [44] Jaramillo, A. G., & Guadamuz, G. M. (2021). El aula invertida para mejorar el aprendizaje de la conquista de América en Estudios Sociales. *Revista Didasc@lia*, XII, 94-107. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8164217.pdf>
- [45] Ventosilla, D., Santa María, H., Ostos, F., & Flores, A. (2021). Aula invertida como herramienta para el logro de aprendizaje autónomo en estudiantes universitarios. *Propósitos y Representaciones*, 9(21), e1043. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2021.v9n1.1043>