




# Mathematical model for the vehicle routing problem with pick-up and delivery of packages using electronic Lockers

David De Santis Bermeo, MSc.<sup>1</sup>, Nelson Balladares, MBA<sup>2</sup>, Holger Cevallos, PhD<sup>3</sup>  
Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador,  
<sup>1</sup> [dade@espol.edu.ec](mailto:dade@espol.edu.ec), <sup>2</sup> [nballada@espol.edu.ec](mailto:nballada@espol.edu.ec), <sup>3</sup> [holgceva@espol.edu.ec](mailto:holgceva@espol.edu.ec).

*Abstract— The present work proposes a mathematical model that generates routes for the pick-up and delivery of packages within a network of electronic Lockers that operate with each other, determining the sequence of locker visits that guarantees the attention of the requested packages and that, in turn, minimize the distance traveled, associated with the distribution of said packages. For this objective, a variant of the mathematical model of the vehicle routing problem with simultaneous collection and delivery (VRPSPD) has been proposed and used to solve the study case of the Kandoo company from Guayaquil, Ecuador, analyzing the results obtained, and pointing towards future lines of research in this field.*

*Keywords—VRP, VRPSPD, arc-routing problem, environmental pollution.*

**Digital Object Identifier:** (only for full papers, inserted by LACCEI).  
**ISSN, ISBN:** (to be inserted by LACCEI).  
**DO NOT REMOVE**

# Modelo matemático para la optimización de rutas de vehículos con recolección y entrega de paquetes mediante Lockers electrónicos

David De Santis Bermeo, MSc.<sup>1</sup>, Nelson Balladares, Mba<sup>2</sup>, Holger Cevallos, PhD<sup>3</sup>

Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador,

<sup>1</sup>dade@espol.edu.ec, <sup>2</sup>nballada@espol.edu.ec, <sup>3</sup>holgceva@espol.edu.ec.

**Abstract**— *El presente trabajo propone un modelo matemático que genera rutas para la recolección y entrega de paquetes dentro de una red de Lockers electrónicos que operan entre sí, determinando la secuencia de visitas de lockers que garantiza la atención de los paquetes demandados y que, en a su vez, minimice la distancia recorrida, asociada a la distribución de dichos bultos. Para este objetivo, se ha propuesto una variante del modelo matemático del problema de ruteo de vehículos con recolección y entrega simultáneas (VRSPD) y se lo ha utilizado para resolver el caso de estudio de la empresa Kando de Guayaquil, Ecuador, analizando los resultados obtenidos, y apuntando hacia futuras líneas de investigación en este campo.*

**Keywords**—VRP, VRSPD, Lockers electrónicos

## I. INTRODUCCIÓN

El comercio electrónico ha experimentado un crecimiento a nivel mundial, en estos últimos años de manera exponencial y creciente, producto del desarrollo de las plataformas digitales y la conectividad [1], [2], [3]. En Ecuador, el crecimiento del comercio electrónico fue impulsado durante la pandemia y su consecuente desarrollo posterior a la misma [4], [5]. Es así, como las entregas al consumidor de manera directa o lo conocido también como logística de última milla, se han convertido en un reto crítico para las empresas que desarrollan sus operaciones principalmente en las grandes ciudades [6].

De la misma manera, dado el crecimiento del canal e-commerce, muchas aplicaciones de reparto o de entrega a domicilio han surgido en respuesta a la necesidad de los clientes, las mismas que han podido acoplar en gran medida los requerimientos de estos, principalmente en la comodidad y facilidad de llevar todo a la puerta de su casa. Sin embargo, uno de los principales desafíos que enfrentan las empresas de reparto, son las irrecuperables pérdidas generadas por las entregas fallidas, primordialmente por la ausencia del cliente en casa al momento de ejecutar la entrega. Tal y como lo corrobora un artículo [7] referente a la entrega fallida de 238.616 paquetes que fueron enviados a la destrucción en la empresa pública Correos del Ecuador, los cuales no pudieron llegar a sus destinatarios finales. A esto se suma, el costo irrecuperable de la entrega fallida; y siendo, la logística de última milla el eslabón más caro de la cadena fácilmente podría alcanzar una pérdida entre el 35% hasta un 53% del costo total de entrega [8].

Por otra parte, y si bien es cierto, la entrega a domicilio ha logrado de cierta manera satisfacer los nuevos hábitos y expectativas exigidos por los clientes actualmente, sin embargo, su gran demanda ha generado impactos en términos de sostenibilidad medioambiental que son contraproducentes a los beneficios esperados por los clientes. Tal y como lo menciona Deloitte [9] en un estudio realizado en España, en donde fundamenta que el 25% de las emisiones contaminantes provienen del transporte de mercancías y que el empeoramiento de la calidad del aire producto de este, puede comprometer hasta el 80% de la población que vive en zonas urbanas. Adicionalmente, que el 20% de la congestión urbana producido por el tráfico, se debe al transporte de mercancías en las ciudades grandes, en donde un conductor habitual llega a perder hasta una media de 2 días al año por permanecer parado en el tráfico.

Una alternativa para solucionar o mitigar gran parte de estos inconvenientes, es propuesta en [10], en donde los autores impulsan una alternativa de entrega de paquetería mediante una red de casilleros electrónicos que operan entre sí para conectar la demanda de los clientes del canal e-commerce con la oferta de los comerciantes suscritos a su Marketplace, en las ciudades de Guayaquil, Daule y Samborondon, Ecuador. En este análisis, los autores proponen un sistema de comercio electrónico mediante una red de Lockers inteligentes brindando una solución comercial pero no logística, al problema que realmente enfrentará la administración de la empresa de transporte o de envío de paquetería.

Estos casilleros electrónicos, ubicados en lugares estratégicos y accesibles dentro de la ciudad, ofrecen una opción práctica a los clientes para recibir su paquetería en cualquier horario del día sin necesidad de que éstos se encuentren presentes, garantizando mediante la tecnología asociada al mismo, una entrega segura, ágil y confiable. Si bien es cierto, aunque desde la perspectiva del destinatario, recibir un paquete en un casillero electrónico a diferencia de recibirlo en la puerta de su casa podría ser menos conveniente, no obstante, el ahorro de costos significativo en cuanto a las tarifas de envío que ofrece esta alternativa en comparación con la entrega a domicilio, lo sitúa con una ventaja competitiva en

cuanto al nivel de servicio esperado por los clientes, tal como se describe en los siguientes trabajos [11], [12], [13].

Sin embargo, a pesar de que el estudio ofrece un recurso eficiente a las problemáticas planteadas, el mismo no profundiza una solución logística al problema de ruteo de vehículos al que se enfrentará la empresa de entrega o reparto de paquetería, empresa a la que llamaremos Kandoo Smart Locker. Es así, como la contribución de este artículo propone una solución al problema de vehículos con entrega y recogida con nuevos aspectos o variantes que surgirán precisamente al incluir un mecanismo de entrega diferente mediante Lockers electrónicos.

Los problemas de entrega y recogida pertenecen a una familia importante de problemas de ruteo de vehículos en donde los pasajeros o las mercancías deben transportarse desde diferentes orígenes a diferentes destinos [14]. Sin embargo, a partir del problema de entrega y recogida conocido por sus siglas en inglés como PDP (Pickup & Delivery Problem), también se han derivado diferentes tipos o propuestas de soluciones alternantes al mismo, como las presentadas por [15], el cual propuso un problema de recogida pero con múltiples entregas, una problemática aterrizada a la situación real de la distribución de la empresa en estudio, con ventanas de tiempo flexibles, tiempos de trabajo asignados y restricciones de última hora. O el propuesto por Tomas Andersson [16], el cual implementa una solución a un (Pickup and delivery problems)PDP implementando la comparativa de dos heurísticas, Large Neighborhood Search (LNS) and Heuristic Destroy and Repair (HDR), las cuales son métodos de optimización que se basan en el procedimiento repetido de eliminación de un conjunto de soluciones y su posterior reinsertión, métodos que fueron empleados por el autor para resolver un PDP con un solo vehículo, el cual identifique los mensajeros adecuados para el manejo de solicitudes entregas en un servicio de entrega. Trabajos sobre ruteo de vehículos, basados en distribución de última milla en entornos urbanos fue estudiado en [17] y [18] respectivamente.

## II. EL PROBLEMA

Este es un problema de ruteo vehicular que se lo puede considerar dentro de la familia de los problemas de recolección y entrega, en particular en el grupo de problemas uno a uno de acuerdo con la clasificación hecha en [6], donde en un punto  $j$  se recogen paquetes, que serán entregados en un punto  $k$ . La variante de este problema es que en un punto  $j$ , se podrá recoger paquetes para varios puntos  $k$ , esto es debido al sistema de Lockers, que se lo explica a continuación.

Considere una pequeña instancia donde un vehículo debe visitar 5 lockers los cuales contienen paquetes que deberán ser entregados en los demás lockers de acuerdo con la tabla 1.

TABLA I  
MATRIZ DE DEMANDA DE ENVÍO DE PAQUETES DEL LOCKER J AL K.

$jk$	1	2	3	4	5
1	0	7	9	5	4
2	7	0	4	7	7
3	5	8	0	4	8
4	5	2	6	0	12
5	10	7	3	5	0

La tabla 1 nos dice que del locker 1, se deben enviar 7 paquetes al locker 2, del locker 3 se debe enviar 8 paquetes al locker 5 y así sucesivamente. En caso de que un usuario deje un paquete para ser retirado en el mismo locker, este no se considerará dentro de la matriz de demanda de envíos, por lo que la diagonal principal de dicha matriz siempre será 0. Se considerará un a flota homogénea de vehículos y se asume que los paquetes a ser transportados tendrán las mismas dimensiones, por lo que la cantidad máxima de paquetes que puede transportar los vehículos repartidores serán las mismas.

Por lo tanto, lo que se busca en este problema es generar un conjunto de rutas, que pasen por cada locker una sola vez, recogiendo los paquetes que haya en cada locker y entregando los paquetes en cada locker que se hayan recogido hasta el momento que se pase por estos, sin exceder la capacidad del vehículo repartidor, ni la del locker, minimizando la distancia recorrida.

Nótese que el camión podrá regresar al depósito, con paquetes para los distintos lockers, ya sea que por la capacidad del locker no se pudo dejar todos los paquetes destinados al mismo, o porque se recogió paquetes para un locker por el cual ya se había pasado. Estos paquetes serán entregados en la siguiente planificación de rutas de recolección y entrega, por lo que el modelo también tiene la posibilidad de salir del depósito con paquetes por entregar.

## III. EL MODELO MATEMÁTICO

En esta sección se presentará la formulación matemática a utilizar para resolver el problema de rutas de vehículos con recolección y entrega de paquetes mediante Lockers electrónicos, así como la resolución de una pequeña instancia donde se analizarán los resultados obtenidos.

### A. Formulación

Dado un grafo dirigido  $G = (V, E)$ ,  $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ , el conjunto de nodos, donde el nodo 0, representa al depósito de donde saldrán los vehículos a realizar la recolección de paquetes y los nodos  $K = \{1, 2, \dots, n\}$ , los lockers donde deberán ser recogidos y entregado los mismos.  $E = \{e_1, \dots, e_w, \dots, e_m: e_w = (i, j), i \in V, j \in V\}$ , representarán el conjunto de arcos que pertenecen al grafo  $V$ . El índice  $k \in K$ , representará exclusivamente a los Lockers. Sea  $d_{ij}$  la matriz de distancia entre cada locker incluido el depósito, sea  $p_{jk}$  la matriz que indica la cantidad de paquetes que hay a recoger del Locker  $j$  para enviar al Locker  $k$  y  $g_k$  son los paquetes que hay en el depósito, de retiros previos que serán entregados por las rutas actuales. Sea  $C$  la cantidad de vehículos y  $Q$  la capacidad de los vehículos disponibles para la distribución,  $H$  la capacidad máxima de almacenamiento de cada locker. Las variables de decisión serán las siguientes:

$x_{ij}$ : conjunto de variables binarias que será 1 si el vehículo recorre la arista  $ij$ , 0 si no. En total tendremos como máximo, si el grafo es completo,  $(n + 1)^2$  variables binarias.

$y_k$ : conjunto de variables positivas que representan la cantidad de paquetes que se entregará en el Locker  $k$ , por el vehículo repartidor. En total tendremos  $n$  variables positivas.

$z_{ijk}$ : conjunto de variables positivas que representan los paquetes transportados de cada Locker  $k$  por un vehículo mientras transita la arista  $ij$ . En total tendremos como máximo, si el grafo es completo,  $(n + 1)^2 n$  variables positivas.

Sea  $\delta^+(i) = \{j: (i, j) \in E, j \in V/\{i\}\}$  el conjunto de nodos de llegada de los arcos que salen del nodo  $i$  y  $\delta^-(i) = \{j: (j, i) \in E, j \in V/\{i\}\}$  el conjunto de nodos de partida de los arcos que llegan al nodo  $i$

La formulación sería la siguiente

$$\text{Min} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in \delta^+(0)} x_{0j} \leq C \quad (2)$$

$$\sum_{i \in \delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V/\{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in \delta^-(j)} x_{i,j} = \sum_{i \in \delta^+(j)} x_{j,i} \quad \forall j \in V/\{0\} \quad (4)$$

$$\sum_{i \in \delta^+(j)} z_{j,i,k} = \sum_{i \in \delta^-(j)} z_{i,j,k} + p_{j,k} - y_k \quad \forall j \in V/\{0\} \quad \forall k: k = j \quad (5)$$

$$\sum_{i \in \delta^+(j)} z_{j,i,k} = \sum_{i \in \delta^-(j)} z_{i,j,k} + p_{j,k} \quad \forall j \in V/\{0\} \quad \forall k: k \neq j \quad (6)$$

$$\sum_{k \in L} z_{i,j,k} \leq Q x_{i,j} \quad \forall (i, j) \in E \quad (7)$$

$$y_k \leq H \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{j \in \delta^+(0)} z_{0,j,k} = g_k \quad \forall k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{(i,j) \in E: i \neq 0, j \neq 0} x_{i,j} \leq n - 2 \quad (10)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in E \quad (11)$$

$$y_k \geq 0, z_{ijk} \geq 0, \quad \forall (i, j) \in E, \forall k \in K \quad (12)$$

La función objetivo 1, busca la minimización de la distancia recorrida por los vehículos de reparto. La restricción 2, nos indica que del depósito solo pueden salir como máximo la cantidad de camiones de reparto disponibles  $C$ , la restricción 3 garantiza que todos los lockers sean visitados por los vehículos repartidores, exactamente una vez; la restricción 4, es la restricción de flujo, es decir garantiza el que si llega un camión al locker  $j$ , ese camión deberá salir del mismo locker.

La restricción 5 y 6, indican que la cantidad de paquetes que lleva un vehículo repartidor al salir del locker  $j$ , serán igual a la cantidad de paquetes al llegar al locker  $j$ , más la cantidad de paquetes que recogerá en el locker  $j$ , para cada locker  $k$ , con la diferencia que en la restricción 5, se calcula la cantidad de producto que llevo del locker  $k$ , cuando estoy en un locker  $j$  igual a  $k$ , y la 6, cuando estoy en un locker  $j$  diferente de  $k$ . Se hace esta diferenciación porque en el caso que  $j=k$ , tengo que restarle la cantidad de paquetes que ha recogido hasta ese momento y los dejará en el locker, mientras que en la restricción 6, no.

La restricción 7, garantiza que la cantidad de paquetes de todos los lockers  $k$  que lleva el vehículo mientras atraviesa el arco  $(i, j)$ , no puede exceder la capacidad máxima de paquetes  $Q$  que puede llevar el vehículo repartidor. La restricción 8, nos dice que en el locker  $k$  no se puede dejar más paquetes que la capacidad máxima que tiene el locker. Esta restricción se da porque lo siguiente, si tengo 3 lockers: A, B y C con una capacidad máxima de 10 paquetes cada uno y de los lockers A y B se envían 8 paquetes al locker C, entonces este locker deberá recibir 16 paquetes lo que no es posible. En estos casos estos paquetes, serán transportados al depósito para ser enviados al locker C en un nuevo recorrido.

La restricción 9 nos dice que, en caso de haber paquetes en el depósito, ya sea porque estos no se pudieron dejar en un locker por tema de capacidad, o porque se recogieron después de visitar el locker de destino, estos paquetes serán planificados en la entrega del siguiente recorrido.

Las restricciones del 1 al 4 son las restricciones clásicas del VRP, pero desde la restricción 5 hasta la 9, son las restricciones

propuestas para resolver este problema de ruteo vehicular particular.

La restricción 10, nos garantiza que no se forme el subciclo que contiene a todos los lockers, pero no parten y llegan desde el depósito, por ejemplo, en el caso anterior, con los lockers A, B y C y el depósito 0, se forma el subciclo A, B, C, cuando un tour válido sería 0, A, B, C, 0. Esto se da por la restricción 5, que permite que se forme este único subciclo. Adicional a las restricciones previamente descritas, debemos fijar el valor de la variable

$$x_{0,0} = 0$$

Finalmente, las restricciones 11 y 12, son restricciones binarias y de no negatividad.

### B. Resultados computacionales para una pequeña instancia

En esta subsección, vamos a resolver la instancia presentada en la sección 2. La instancia tiene 5 lockers y un depósito los cuales son los 6 primeros puntos de la instancia R101 de Solomon, para el VRPTW. El cálculo de la matriz de distancia fue realizado utilizando distancia euclidiana redondeando al entero más cercano.

Los paquetes por entregar que están en el depósito al momento de salir el camión repartidor son:

TABLA II  
PAQUETES ENVIADOS DESDE EL DEPÓSITO

<b>k</b>	1	2	3	4	5
<b>g<sub>k</sub></b>	10	5	7	4	2

La capacidad el camión es de 100 paquetes, hay 3 camiones disponibles para la distribución, y la capacidad de cada locker es de 25 paquetes.

El modelo fue implementado en GAMS 40.4 y resuelto con el solver COIN-OR Branch and Cut (CBC Library 2.10.8) y corrida en una computadora con sistema operativo Window 11 de 64 bits, con procesador 12th Gen Intel(R) Core(TM) i7-1260P 2.10 GHz, con una memoria RAM de 16 GB. El solver encontró una solución óptima al problema con una distancia total recorrida de 152 unidades en 0.8 segundos

```
COIN-OR Branch and Cut (CBC Library 2.10.8)
written by J. Forrest

Calling CBC main solution routine...
Integer solution of 152 found by feasibility pump after 0 iterations and 0 nodes (0.10 seconds)
42 added rows had average density of 79.261905
At root node, 42 cuts changed objective from 79.464935 to 123.02539 in 100 passes
Cut generator 0 (Probing) - 504 row cuts average 2.0 elements, 0 column cuts (0 active) in 0.0
Cut generator 1 (Gomory) - 904 row cuts average 176.6 elements, 0 column cuts (0 active) in 0.0
Cut generator 2 (Knapsack) - 0 row cuts average 0.0 elements, 0 column cuts (0 active) in 0.0
Cut generator 3 (Clique) - 0 row cuts average 0.0 elements, 0 column cuts (0 active) in 0.0
Cut generator 4 (MixedIntegerRounding2) - 102 row cuts average 3.5 elements, 0 column cuts (0 active) in 0.0
Cut generator 5 (FlowCover) - 0 row cuts average 0.0 elements, 0 column cuts (0 active) in 0.0
Cut generator 6 (TwoMirCuts) - 187 row cuts average 55.8 elements, 0 column cuts (0 active) in 0.0
After 0 nodes, 1 on tree, 152 best solution, best possible 123.02539 (0.59 seconds)
Search completed - best objective 152, took 5899 iterations and 28 nodes (0.80 seconds)
Strong branching done 436 times (11719 iterations), fathomed 7 nodes and fixed 11 variables
Maximum depth 6, 22 variables fixed on reduced cost

Solved to optimality.
MIP solution: 1.520000e+02 (28 nodes, 0.799 seconds)

Best possible: 1.520000e+02
Absolute gap: 0.000000e+00 (absolute tolerance optca: 0)
Relative gap: 0.000000e+00 (relative tolerance optcr: 0)

Resolve with fixed discrete variables.
Optimal - objective value 152
--- Reading solution for model VRPSFD
--- Executing after solve: elapsed 0:00:01.525
*** Status: Normal completion
```

Fig. 1. Reporte de ejecución de la instancia por el solver CBC

Los resultados son los siguientes:

Se utilizan 2 camiones para la recolección y entrega de los paquetes. El vehículo repartidor 1 realiza la ruta: 0,2,4,5,0 recorriendo una distancia de 100 unidades. El vehículo repartidor 2 realiza la ruta: 0,1,3,0 recorriendo una distancia de 52 unidades.

El vehículo repartidor 1 sale del depósito con:

- 5 paquetes para el locker 2
- 4 paquetes para el locker 4
- 2 paquetes para el locker 5

La cantidad total de paquetes transportados es 11

Al llegar al locker 2, primera parada, deja los 5 paquetes que tenía en el depósito y recoge los 7 paquetes para el locker 1, 4 para el locker 3, 7 para el 4 y 7 para el 5.

El vehículo repartidor 1 sale del locker 2 con:

- 7 paquetes para el locker 1
- 4 paquetes para el locker 3
- 11 paquetes para el locker 4
- 9 paquetes para el locker 5

La cantidad total de paquetes transportados es 31

Al llegar al locker 4, segunda parada, deja los 11 paquetes que había recogido del locker 2 y del depósito y recoge 5 paquetes para el locker 1, 2 paquetes para el 2, 6 para el 3 y 12 para el 5.

El vehículo repartidor 1 sale del locker 4 con:

- 12 paquetes para el locker 1
- 2 paquetes para el locker 2
- 10 paquetes para el locker 3
- 21 paquetes para el locker 5

La cantidad total de paquetes transportados es 45

Al llegar al locker 5, tercera parada, deja los 21 paquetes que había recogido de los lockers 2, 4 y del depósito y recoge

10 paquetes para el locker 1, 7 paquetes para el 2, 3 para el 3 y 5 para el 4.

El vehículo repartidor 1 sale del locker 5 con:

- 22 paquetes para el locker 1
- 9 paquetes para el locker 2
- 13 paquetes para el locker 3
- 5 paquetes para el locker 4

La cantidad total de paquetes transportados es 49

Y con estos paquetes el vehículo repartidor 1, regresará al depósito para realizar la entrega de estos en la siguiente ruta.

Por otro lado, el vehículo repartidor 2 sale del depósito con:

- 10 paquetes para el locker 1
- 7 paquetes para el locker 3

La cantidad total de paquetes transportados es 17

Al llegar al locker 1, primera parada, deja los 10 paquetes que tenía en el depósito y recoge los 7 paquetes para el locker 2, 9 para el locker 3, 5 para el 4 y 4 para el 5.

El vehículo repartidor 2 sale del locker 2 con:

- 7 paquetes para el locker 2
- 16 paquetes para el locker 3
- 5 paquetes para el locker 4
- 4 paquetes para el locker 5

La cantidad total de paquetes transportados es 32

Al llegar al locker 3, segunda parada, deja los 16 paquetes que había recogido del locker 1 y del depósito y recoge 5 paquetes para el locker 1, 8 paquetes para el 2, 4 para el 4 y 8 para el 5.

El vehículo repartidor 2 sale del locker 3 con:

- 5 paquetes para el locker 1
- 15 paquetes para el locker 2
- 9 paquetes para el locker 3
- 12 paquetes para el locker 5

La cantidad total de paquetes transportados es 41

Y con estos paquetes el vehículo repartidor 2, regresará al depósito para realizar la entrega de los mismos en la siguiente ruta.

Esta información es obtenida a partir de la variable  $Z_{ijk}$ , la que para este problema es la siguiente:

	1	2	3	4	5
0.1	25.000		5.000	5.000	
0.5	25.000	50.000			5.000
1.2		7.000	14.000	10.000	4.000
2.4	7.000		18.000	17.000	11.000
3.0	17.000	10.000		4.000	31.000
4.3	12.000	2.000	24.000		23.000
5.0	35.000	57.000	3.000	5.000	

Fig. 2. Reporte de resultados de la variable  $Z_{ijk}$ , encontrada por el solver CBC.

#### IV. CASO DE ESTUDIO

##### A. Caso

El modelo descrito en la sección 3, será implementado en la empresa en creación llamada Kando Smart Locker, domiciliada en Samborondón, para dar solución a la planificación de rutas para la recolección y entrega de paquetería entre los 15 Lockers que se ha planificado aperturar.

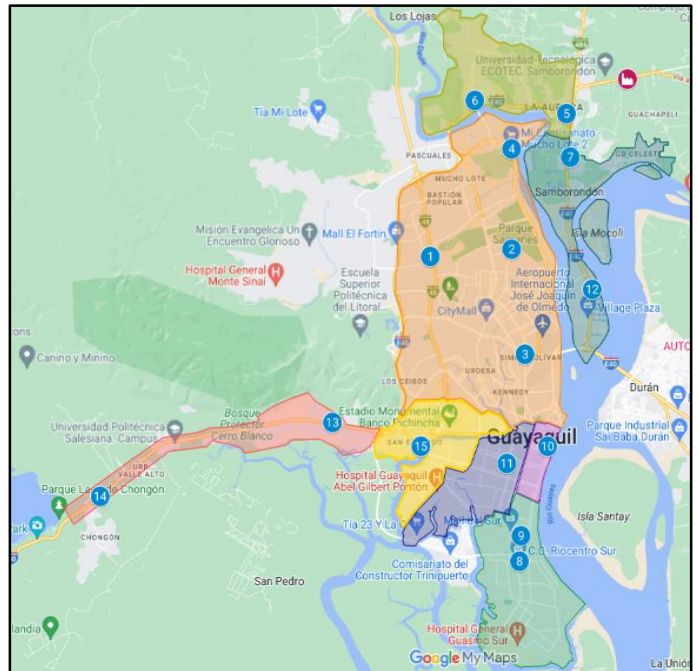


Fig. 3. Mapa sectorizado de la ciudad de Guayaquil Samborodón y Daule, con la ubicación de los lockers, realizada en My maps.

La empresa tendrá su depósito en la ciudad de Samborondón, y su ubicación se observa en el nodo con forma de fábrica en color rojo de la figura 3. En la misma figura podemos observar a la zonificación que se realizó a la ciudad de Guayaquil, Samborondón y Daule, con capas de diferentes colores y también se puede observar de manera enumerada cada uno de los 15 lockers, que se planea aperturar en diferentes centros comerciales de la ciudad, para cubrir las diferentes zonas, y que tendrán la siguiente nominación:



Tabla III  
UBICACIÓN DE LOS LOCKERS EN DIFERENTES SECTORES DE LAS CIUDADES DE GUAYAQUIL, DAULE Y SAMBORONDÓN

	Ubicación Lockers
1	Paseo Shopping
2	Gimnasio Taurus Samanes
3	Mall del Sol
4	Comisariato Mucho Lote
5	CC El Dorado
6	Supermaxi La Joya
7	Plaza Batán
8	Riocentro Sur
9	De Prati Sur
10	De Prati Centro
11	Gasolinera Petroecuador
12	Primax Samborondón
13	Primax Pto. Azul
14	Terpel Chongón
15	Aki San Eduardo

El cálculo de la matriz de distancia se lo realizó utilizando los servicios GIS de Bing Maps, considerando distancias de conducción entre cada uno de los Lockers incluido el depósito, obteniendo la siguiente matriz de distancia, las distancias están en kilómetros.

Tabla IV  
MATRIZ DE DISTANCIAS DE CONDUCCIÓN, CALCULADAS CON BING MAPS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	-	23	22	22	21	9	13	11	32	30	25	28	16	34	47	35
1	22	-	6	9	13	20	16	20	24	24	13	12	11	13	25	10
2	18	9	-	6	10	15	12	13	18	15	11	12	7	16	29	14
3	17	12	6	-	11	14	16	12	13	10	6	7	6	16	28	13
4	11	10	9	14	-	10	6	10	32	32	20	22	16	21	34	22
5	5	15	14	15	13	-	5	4	25	23	18	21	10	26	38	27
6	12	13	12	16	7	12	-	12	34	34	21	23	18	24	36	24
7	6	17	12	12	15	3	7	-	22	20	16	18	7	28	40	29
8	28	23	17	11	21	24	29	22	-	2	7	6	16	16	28	9
9	27	23	16	10	20	23	28	21	3	-	6	5	16	16	28	8
10	23	16	12	6	16	19	24	17	7	5	-	3	12	12	24	7
11	24	16	12	6	16	20	25	19	7	4	3	-	13	10	22	5
12	13	21	9	9	12	9	14	7	15	14	9	11	-	20	32	15
13	39	22	25	25	31	37	33	38	23	23	22	17	31	-	12	13
14	44	27	31	30	36	43	38	43	28	28	27	22	36	20	-	18
15	30	13	15	12	22	28	24	29	17	16	8	5	17	5	18	-

Para este caso, los Lockers vas a poder almacenar hasta 25 paquetes homogéneos cuyas dimensiones son: 20 cm de alto, 45 cm de ancho y 35 cm de largo, las cuales son las dimensiones en promedio que posee un paquete enviado por este mecanismo. De la misma forma, la empresa tiene un operador logístico, proveedor de transporte de paquetería, el cual cuenta con una flota de 5 camionetas tipo Van para el manejo de la operación de entrega, cuyas dimensiones en carga son: 1,10 metros alto, 1,416 metros de ancho y 1,915 metros de largo; con esto, una

camioneta tendrá una capacidad máxima de 2.98 m<sup>3</sup>, y cuyo diseño será cerrado en su totalidad para la seguridad de los paquetes, tal como se muestra en la figura 4.



Fig. 4. Diseño de vehículos repartidores, con los que cuenta el OPL.

A partir de estos datos, hemos calculado la capacidad máxima de paquetes a transportarse en la camioneta; el cual, considerando que el volumen de cada paquete en promedio es de 0.0315 m<sup>3</sup>, podemos determinar que la capacidad máxima por camioneta será de 95 paquetes.

Por otra parte, la matriz de demanda de paquetes viene dada en la tabla 5.

Tabla V  
MATRIZ DE DEMANDA DE PAQUETES, ENTRE LOS DIFERENTES LOCKERS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total Envíos
1	-	1	1	1	1	1	-	2	1	3	-	1	3	-	-	15
2	-	-	3	1	3	-	-	3	2	-	2	-	2	-	2	18
3	-	-	-	2	2	1	1	2	-	1	2	-	1	-	-	12
4	2	1	1	-	2	2	2	3	2	1	1	2	1	1	1	22
5	-	1	1	2	-	1	2	-	2	3	2	-	-	-	-	14
6	-	2	3	-	2	-	1	-	2	-	2	1	1	1	2	17
7	2	1	2	1	1	-	-	-	2	-	3	2	1	2	-	17
8	2	1	-	-	2	2	2	-	2	-	-	-	2	1	2	16
9	2	1	-	1	-	-	-	-	-	2	1	2	1	-	2	12
10	2	3	-	1	2	1	2	1	2	-	-	1	3	1	-	19
11	3	1	-	-	1	-	1	2	1	2	-	-	2	-	1	14
12	2	2	-	1	1	1	1	-	2	-	-	-	1	1	-	12
13	3	2	2	-	3	-	1	1	3	-	2	-	-	1	2	20
14	1	2	1	2	1	-	3	-	2	1	2	1	-	-	3	19
15	2	2	-	-	-	-	-	2	2	1	1	2	2	1	-	15
Total Recibidos	21	20	14	12	21	9	16	16	25	14	18	12	20	9	15	242

Para este caso de estudio, no se cuentan con paquetes por enviar desde el depósito

### B. Resultados

Con estos datos, se corrió el modelo previamente implementado en la máquina presentada en la sección 3.2, durante una hora, obteniendo los siguientes resultados.

```

After 187300 nodes, 49255 on tree, 163.654 best solution, best possible 136.12612 (3589.65 seconds)
After 187400 nodes, 49254 on tree, 163.654 best solution, best possible 136.12612 (3591.08 seconds)
After 187500 nodes, 49257 on tree, 163.654 best solution, best possible 136.12612 (3592.58 seconds)
After 187600 nodes, 49254 on tree, 163.654 best solution, best possible 136.12612 (3594.21 seconds)
After 187700 nodes, 49277 on tree, 163.654 best solution, best possible 136.12612 (3595.78 seconds)
After 187800 nodes, 49268 on tree, 163.654 best solution, best possible 136.12612 (3597.29 seconds)
After 187900 nodes, 49239 on tree, 163.654 best solution, best possible 136.12612 (3598.61 seconds)
After 188000 nodes, 49262 on tree, 163.654 best solution, best possible 136.12612 (3599.68 seconds)
Exiting on maximum time
Feasible search - best objective 163.654 (best possible 136.12612), Look 37363830 iterations and 1804
Strong branching done 39926 times (2402133 iterations), hit home 843 nodes and fixed 2008 variables
Maximum depth 91, 426416 variables fixed on reduced cost.

Time limit reached. Have feasible solution.
MIP solution: 1.636540e+02 (188029 nodes, 3600.85 seconds)

best possible: 1.361261e+02
Absolute gap: 2.752788e+01 (absolute tolerance option: 0)
Relative gap: 1.682078e-01 (relative tolerance option: 0)

Resolve with fixed discrete variables.
Objtime - objective value 163.654

```

Fig. 5. Reporte de ejecución del caso de estudio por el solver CBC

Se utilizan 2 camiones para la recolección y entrega de los paquetes. El vehículo repartidor 1 realiza la ruta: 0,5,6,4,2,3,12,7,0 recorriendo una distancia de 55.93 kilómetros, mientras que el vehículo repartidor 2 realiza la ruta: 0,1,13,14,15,11,9,8,10,0 recorriendo una distancia de 107.72 kilómetros. Dando un recorrido total de 163.65 kilómetros. El vehículo repartidor 1 sale del depósito sin paquetes. Al llegar al locker 5, primera parada, no deja ningún paquete, pero recoge 1 paquete para el locker 2, 1 para el locker 3, y así sucesivamente para el resto de lockers de acuerdo a la tabla 6. En la tabla 6, también se muestra la cantidad de paquetes que el vehículo repartidos 1 lleva a cada locker k, mientras viaja por cada arista (i,j).

TABLA VI

CANTIDAD DE PAQUETES DE CADA LOCKER K, TRANSPORTADOS POR EL VEHÍCULO 1, EN CADA ARISTA (I,J)

Vehículo repartidor 1	Locker k															Total paquetes transportados	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
0 5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5 6	-	1	1	2	-	1	2	-	2	3	2	-	-	-	-	-	-
6 4	-	3	4	2	2	-	3	-	4	3	4	1	1	1	1	2	-
4 2	2	4	5	-	4	2	5	3	6	4	5	3	2	2	3	-	-
2 3	2	-	8	1	7	2	5	6	8	4	7	3	4	2	5	-	-
3 12	2	-	3	9	3	6	8	8	5	9	3	5	2	5	-	-	-
12 7	4	2	-	4	10	4	7	8	10	5	9	-	6	3	5	-	-
7 0	6	3	2	5	11	4	-	8	12	5	12	2	7	5	5	-	-

Las celdas resaltadas, representan los paquetes que se dejarán en cada locker, por ejemplo, el vehículo repartidos 1 al llegar al locker 3 dejará 8 paquetes, que fueron recogido: 1 en el locker 5, 3 en el locker 6, 1 en el locker 4 y 3 en el locker 2. También en la tabla 6, se puede apreciar la cantidad de paquetes totales transportados por el vehículo repartidor 1 durante cada arista y la cantidad de paquetes que el vehículo repartidor llevará al depósito de cada Locker, para ser entregados en la próxima ruta, los cuales serían los paquetes transportados desde el último Locker en ser visitado al depósito, arista (7,0). En total el vehículo 1 recogió 112 paquetes, de los cuales entregó 25 y llevó al depósito 87.

La tabla 7 es una tabla similar, pero para el vehículo repartidor 2.

TABLA VII

CANTIDAD DE PAQUETES DE CADA LOCKER K, TRANSPORTADOS POR EL VEHÍCULO 2, EN CADA ARISTA (I,J)

Vehículo repartidor 2	Locker k															Total paquetes transportados	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
0 1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1 13	-	1	1	1	1	1	-	2	1	3	-	1	3	-	-	-	-
13 14	3	3	3	1	4	1	1	3	4	3	2	1	-	1	2	-	-
14 15	4	5	4	3	5	1	4	3	6	4	4	2	-	-	5	-	-
15 11	6	7	4	3	5	1	4	5	8	5	5	4	2	1	-	-	-
11 9	9	8	4	3	6	1	5	7	9	7	-	4	4	1	1	-	-
9 8	11	9	4	4	6	1	5	7	-	9	1	6	5	1	3	-	-
8 10	13	10	4	4	8	3	7	-	2	9	1	6	7	2	5	-	-
10 0	15	13	4	5	10	4	9	1	4	-	1	7	10	3	5	-	-

En vehículo 2, por su parte, recogió 130 paquetes, de los cuales entregó 39 y llevó al depósito 91. Lo que da como resultado que se recogieron 242 paquetes, por los 2 vehículos, que es el total de paquetes a transportar de acuerdo con la tabla 5.

La información de la recolección y entregas de paquetes es obtenida de la variable  $Z_{ijk}$

es VARIABLE z.L		cantidad de producto que es transportado por el arco ij															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	+
1	13		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	3	2.000		8.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	12	2.000			3.000	5.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
4	2	2.000	4.000		5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
5	6		1.000	1.000		2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
6	4		3.000	4.000	4.000		2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
7	0	6.000	3.000	3.000	2.000	5.000	11.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
8	10	13.000	10.000	4.000	4.000	4.000	8.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
9	8	11.000	9.000	4.000	4.000	4.000	6.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
10	0	15.000	13.000	4.000	5.000	10.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
11	9	9.000	8.000	4.000	4.000	3.000	6.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	7	4.000	2.000	2.000	4.000	10.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
13	14	3.000	3.000	3.000	1.000	4.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
14	15	4.000	5.000	4.000	3.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
15	11	6.000	7.000	4.000	3.000	5.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	+	7	8	9	10	11	12	13	14	15	+	+	+	+	+	+	+
1	13		2.000	1.000	3.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	3	5.000	6.000	8.000	4.000	4.000	7.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
3	12	6.000	8.000	8.000	5.000	9.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
4	2	5.000	3.000	6.000	4.000	5.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
5	6	2.000		2.000	3.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
6	4	3.000		4.000	3.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
7	0	8.000	8.000	12.000	5.000	12.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
8	10	7.000	2.000	2.000	9.000	9.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
9	8	5.000	7.000	7.000	9.000	9.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
10	0	9.000	1.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
11	9	5.000	7.000	9.000	7.000	7.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	7	7.000	8.000	10.000	5.000	9.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
13	14	1.000	3.000	4.000	3.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
14	15	4.000	3.000	6.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
15	11	4.000	5.000	8.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
	+	13	14	15	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
1	13	3.000															
2	3	4.000	2.000	5.000													
3	12	5.000	2.000	5.000													
4	2	2.000	2.000	3.000													
5	6	1.000	1.000	2.000													
6	4	7.000	5.000	5.000													
7	0	7.000	2.000	5.000													
8	10	5.000	1.000	3.000													
9	8	10.000	3.000	5.000													
10	0	4.000	1.000	1.000													
11	9	6.000	3.000	5.000													
12	7		1.000	2.000													
13	14			5.000													
14	15																

Fig. 6. Reporte de resultados de la variable  $Z_{ijk}$ , encontrada por el solver CBC, en Gams.

Las rutas de recolección se aprecian en las figuras 7 y 8. Nótese que aquí se comprueba las distancias recorridas por cada vehículo: 56 km vehículo 1 y 108 km vehículo 2.



Finalmente, es necesario mencionar que este resultado no necesariamente el óptimo, es decir podría haber otra solución que minimice la distancia recorrida, ya que de acuerdo a los resultados reportados por el solver CBC figura 5, existe un GAP de 27.5 % es decir que la solución encontrada de 164 kilómetros, podría ser mejorada hasta 136 kilómetros, pero este necesariamente no es cierto, porque quizás estamos en el óptimo, pero la cota inferior no logró ser mejorada durante el tiempo de ejecución.

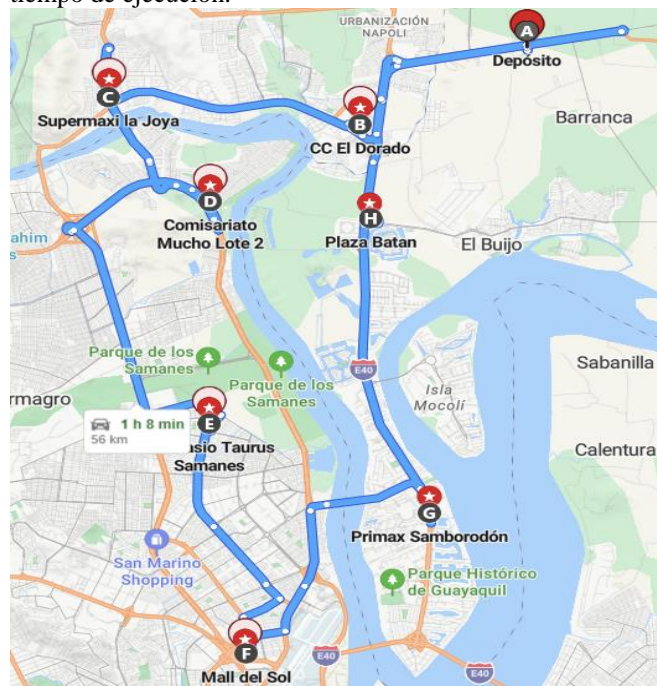


Fig. 7. Ruta realizada por el vehículo 1, realizada en Bing Maps

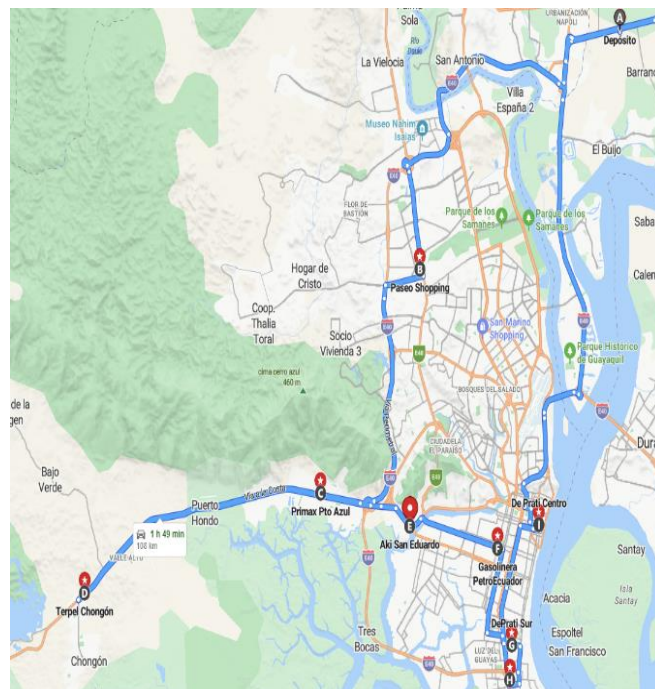


Fig. 8. Ruta realizada por el vehículo 2, realizada en Bing Maps

#### IV. CONCLUSIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES

Se ha realizado el aporte de un nuevo modelo matemático que resuelva una problemática en planificación de rutas, que está emergiendo, producto del auge del comercio electrónico, que es la planeación de rutas desde puntos intermedios de paqueterías conocidos como lockers. Se lo implementó en un caso de estudio y se utilizó herramientas GIS, como Bing Maps, para la obtención de distancias de conducción.

Consideramos que el modelo matemático puede ser modificado, cambiando la función objetivo para que minimice la cantidad de paquetes que son llevados al depósito, ya que como se observa en el caso de estudio este número es alto. También se le puede permitir al modelo matemático que de la opción al vehículo de regresar por un locker que ya pasó, para que así se puedan entregar paquetes recogidos después de haber pasado por el locker, esto con el fin de minimizar la cantidad de paquetes que regresan al depósito. Finalmente, se pudo constatar que el tiempo de ejecución para un caso de estudio es alto, por lo que proponer una metaheurística para resolver esta problemática, sería un desafío a adorar dentro de futuras investigaciones.

#### REFERENCIAS

- [1] Rodríguez, G. S. (2005). Comercio electrónico. Una revisión desde la Unión internacional de Telecomunicaciones. Revista de derecho, (23), 1-28.

- [2] García Molina, M. A. (2022). Análisis de la logística de amazon en la distribución de productos a través del comercio electrónico en España. Una revisión sistemática de literatura.
- [3] Gallardo-Canales, R., Patiño-Vanegas, J. C., Gómez-Bayona, L., Moya, L. P., Moraga-Rodríguez, E., Valencia, J., & Ore-León, A. J. A. (2023). Tendencias investigativas en cadenas de suministro en comercio electrónico. *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologías de Informação*, (E59), 191-203.
- [4] Santamaría-Mendoza, A., Uzcátegui-Sánchez, C., & Vélez-Yaguana, P. (2024). Breve revisión de la literatura del comercio electrónico y sus implicaciones económicas en el Ecuador. *Revista Científica Episteme & Praxis*, 2(1), 37-49.
- [5] Cedeño-Martínez, D. F., & Real-Pérez, G. L. Efectos del Coronavirus en el comportamiento de uso de canales digitales en Ecuador.
- [6] Romero, I. G., & Prado, J. C. P. (2023). La última milla sostenible en el comercio electrónico: Identificación de los temas de investigación tratados en la literatura. *Dirección y Organización*, (81), 82-96.
- [7] Primicias. (2022, 09). Correos del Ecuador se deshizo de 238.616 paquetes rezagados. Ecuador. Obtenido de <https://www.primicias.ec/noticias/economia/correos-ecuador-paquetes-rezagados/#:~:text=Correos%20del%20Ecuador%20entr%C3%B3%20e>
- [8] Tonder, J. (2021, 11). Entrega de última milla: ganar eficiencia y reducir los costos operativos. Obtenido de <https://www.amcsgroup.com/es/blogs/entrega-de-ultima-milla-ganar-eficiencia-y-reducir-los-costos-operativos/>
- [9] Deloitte. (2020). *Logística de Última Milla Retos y soluciones en España*. Madrid: Deloitte Consulting, S.L.U. Obtenido de <https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/es/Documents/operaciones/Deloitte-ES-Informe-Last-Mile-2020.pdf>
- [10] N. Balladares, N. Sergio, J. Vera. (2023) "Diseño de un modelo de envío y recepción de paquetería mediante un sistema de casilleros inteligentes como servicio E-COMMERCE en la ciudad de Guayaquil". *Tesis Postgrado*. ESPAE.
- [11] Orenstein, I., Raviv, T. & Sadan, E. (2019) Flexible parcel delivery to automated parcel lockers: models, solution methods and analysis. *EURO J Transp Logist* 8, 683–711.
- [12] García Molina, M. A. (2022). Análisis de la logística de amazon en la distribución de productos a través del comercio electrónico en España. Una revisión sistemática de literatura.
- [13] Romero, I. G., & Prado, J. C. P. (2023). La última milla sostenible en el comercio electrónico: Identificación de los temas de investigación tratados en la literatura. *Dirección y Organización*, (81), 82-96.
- [14] Battarra, M., Cordeau, J.-F., and Iori, M. (2014). Chapter 6: Pickup-and-Delivery Problems for Goods Transportation. In Toth, P. and Vigo, D., editors, *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*, pages 161–191. SIAM, Philadelphia
- [15] Mourdjis, P. (2016). *The Pickup and Multiple Delivery Problem*. EngD thesis, University of York.
- [16] Andersson, T. (2021). *A Comparative Study on a Dynamic Pickup and Delivery Problem : Improving routing and order assignment in same-day courier operations* (Dissertation). Retrieved from <https://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-303131>
- [17] Jazemi, R., Alidadiani, E., Ahn, K., & Jang, J. (2023). A Review of Literature on Vehicle Routing Problems of Last-Mile Delivery in Urban Areas. *Applied Sciences*, 13(24), 13015.
- [18] Janinhoff, L., Klein, R., Sailer, D., & Schoppa, J. M. (2024). Out-of-home delivery in last-mile logistics: A review. *Computers & Operations Research*, 106686.