

Determination of the Displacement and the Fundamental Frequency of the Superstructure of the Huaripachi Bridge by Means of the Global Positioning System Technique.

Franklin Maylle Gamarra ¹, Yvan Huaricallo Vilca ² Alfredo Romero Kana³
^{1,2,3}Universidad Privada del Norte, Perú,

franco.unmsm@gmail.com , yhuaricallo@unmsm.edu.pe, yvan.huaricallo@upn.pe

The objective of the research is to determine displacements and fundamental frequencies of the Huaripachi bridge through the technique of the global positioning system; Monitoring the metrics of the bridge structure is vital to control the degradation or corrosion of the structures. The data acquisition was with a 10Hz sampling, processed in the Precise Point Positioning Service of the Canadian Spatial Reference System (CSRS-PPP), semi-static, dynamic displacement and the fundamental frequency were determined, by mean methods. mobile, Chebyshev type I, fast Fourier transform and Continuous Wavelet. The results of the investigation showed semi-static displacements of 4.96, 5.15 and 25.47 mm, dynamic displacements of 2.30, 3.18 and 12.36 mm in lateral and vertical components respectively and finally the fundamental frequencies of the bridge were found to be 0.61, 0.71, 1.05 and 2.47 Hz. with vertical absolute error of -2.0%, 50% and 1.5% for semi-static, dynamic and fundamental frequency.

Keywords— Fundamental frequency, displacement, Structure, Bridge, Precise Point Positioning, Chebyshev, FFT, Wavelet.

Determinación Del Desplazamiento y la Frecuencia Fundamental de la Superestructura del Puente Huaripachi Mediante la Técnica Del Sistema Posi-Cionamiento Global.

Franklin Maylle Gamarra ¹, Yvan Huaricallo Vilca ², Alfredo Romero Kana ³

^{1,2,3}Universidad Privada del Norte, Perú,

franco.unmsm@gmail.com, yhuaricallo@unmsm.edu.pe, yvan.huaricallo@upn.pe

La investigación tiene como objetivo determinar desplazamientos y frecuencias fundamentales del puente Huaripachi mediante la técnica del sistema de posicionamiento global; monitorear las métricas de la estructura de puentes es vital para controlar la degradación o corrosión de las estructuras. La adquisición de datos fue con un muestreo de 10Hz, procesadas en el Servicio de Posicionamiento Puntual Preciso del Sistema de Referencia Espacial Canadiense (CSRS-PPP), se determinó desplazamiento semi – estático, dinámico y la frecuencia fundamental, mediante métodos de media móvil, Chebyshev tipo I, transformada de Fourier rápida y Wavelet Continuo. Los resultados de la investigación arrojaron desplazamientos semi – estático de 4.96, 5.15 y 25.47 mm, dinámico de 2.30, 3.18 y 12.36 mm en componentes laterales y vertical-les respectivamente y finalmente las frecuencias fundamentales del puente resultaron ser de 0.61, 0.71, 1.05 y 2.47 Hz, con error absoluto vertical de -2.0%, 50% y 1.5% para semi – estático, dinámico y frecuencia fundamental.

Palabras clave— Frecuencia fundamental, desplazamiento, Estructura, Puente, Posicionamiento Puntual Preciso, Chebyshev, FFT, Wavelet.

1. INTRODUCCIÓN

En Perú, los puentes constituyen un componente crucial para el avance económico del país, dada la intensa actividad comercial que implica transportar productos de una ciudad a otra. Esto se realiza mediante carreteras que atraviesan diversos desafíos naturales, como montañas o ríos, entre otros. Para supervisar y asegurar la integridad de estos proyectos es imperativo adoptar un método eficaz y eficiente que reduzca el riesgo de colapso de los puentes [1].

Según [2], El estudio sobre la efectividad del Sistema Computarizado de Administración de Puentes (SCAP) en la evaluación del Puente Marañón en Llata, Huamalies, Huánuco en 2021 reveló discrepancias. Según Provias Nacional, el puente obtuvo una calificación de 2.08, considerada "REGULAR", que no refleja su estado real. Se recomienda una Inspección Especial, incluyendo análisis detallados y pruebas especializadas, para obtener un diagnóstico preciso del estado estructural del puente. Estudios indican que, aunque la mayoría de los responsables del mantenimiento de puentes confían en inspecciones visuales para planificar el mantenimiento, el uso de estas inspecciones varía ampliamente y el monitoreo estructural formal es poco común.

De acuerdo a los estudios recientes en gestión de puentes en Perú. Revelan que la gestión de puentes a cargo de la unidad de Mantenimiento de Puentes y Obras de Arte, los técnicos que

operan el sistema computarizado de administración de Puentes (SCAP) no tienen capacitación requerida, así mismo no se dispone de recursos para hacer gestión de puentes, esto indica que a la fecha no se tiene la implementación de un sistema de Gestión de Puentes [3].

Según [4], destaca la necesidad de un nuevo enfoque que integre técnicas de monitoreo de última generación, como la inteligencia artificial y análisis de datos, para mejorar la gestión de puentes.

En Brasil, se utilizaron estudios GPS para analizar el comportamiento dinámico de puentes de concreto pequeños durante uso normal, identificando cómo se distribuye la energía al vibrar. Se encontró que el desplazamiento máximo fue de 3,5 a 8 mm y la frecuencia de vibración de 4 a 8 Hz, resultados que coincidieron con los de sensores convencionales como acelerómetros. El GPS demostró ser útil para el monitoreo geotécnico de puentes, ofreciendo mediciones precisas desde una referencia externa [5].

La técnica de Posicionamiento Puntual Preciso (PPP), se introdujo inicialmente en los años de 1970 y se define como técnica de posicionamiento GNSS (Global Navigation Satellite System), que utiliza los modelos matemáticos obtenidos de las combinaciones entre mediciones de código y fase de observaciones GNSS, dirigidas a obtener la solución libre de efecto ionosférico [6].

Desde 1996, los GNSS se han empleado para determinar la posición y analizar series de tiempo en estructuras de diversos tamaños, especialmente en puentes grandes, donde los receptores funcionan como sensores de deformación dinámica. Este análisis permite determinar la posición y frecuencia, que, al combinarse con modelos adecuados y otros datos de sensores, facilita la evaluación de características estructurales, proveyendo a los ingenieros información valiosa para la inspección de estructuras. Se discuten casos de estudios y futuros avances tecnológicos en la generación y uso de datos para alarmas en tiempo real y evaluaciones estructurales [7].

La técnica de Posicionamiento Puntual Preciso (PPP) ha emergido como una herramienta poderosa para la determinación precisa de coordenadas utilizando solo un receptor del Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS). Su creciente importancia en aplicaciones de posicionamiento de alta precisión se atribuye a su accesibilidad y asequibilidad, ya que la mayoría de los usuarios disponen de al menos un receptor GNSS. Actualmente, el PPP se aplica en diversos campos de ingeniería y geociencias, ofreciendo

soluciones precisas de posicionamiento y navegación en situaciones donde la infraestructura de estación de referencia no está disponible [8]. Investigaciones recientes revelan que receptores GNSS económicos, con capacidad para medir la fase portadora, son efectivos en el monitoreo de deslizamientos y puentes. Estos pueden medir frecuencias y amplitudes con precisión cercana a la de equipos geodésicos, con solo una ligera diferencia en la amplitud de respuesta, a pesar del mayor ruido. Esto muestra la factibilidad de usar GNSS de bajo costo para monitorear desplazamientos dinámicos en estructuras rígidas como puentes de tramo corto, con frecuencias de 1 a 3 Hz [9].

2. MATERIALES Y METODOLOGIA

El presente estudio se adapta a la investigación mixta que se clasifica [10] en: Primero según su objetivo es de tipo aplicada, se aplican conceptos teóricos, prácticos y científicos extraídos de libros y/o artículos para fortalecer nuestro tema de investigación. Segundo según su naturaleza de datos, la cual es de tipo cuantitativo que consiste en emplear modelos matemáticos, teorías relacionadas al tema de interés. Finalmente, la tercera según su manipulación de variables, la cual es de tipo campo, que consiste en recolección de datos numéricos en ambientes reales que se necesitan para hacer la investigación [11]. La fig. 1 muestra el flujograma de los procesos a seguir durante la investigación.

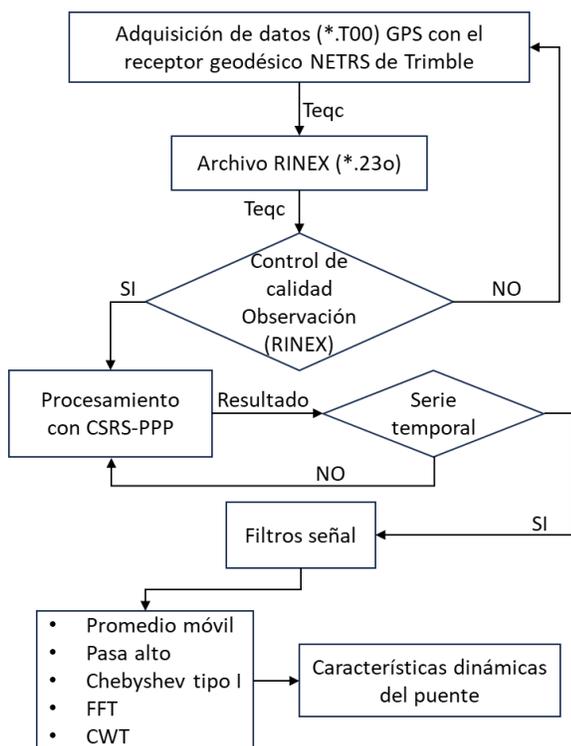


Fig. 1. Flujograma - determinar el desplazamiento y la frecuencia de vibración
Fuente: Elaboración propia.

2.1. Adquisición de datos

Equipos e instrumentos de medición son herramientas que están condicionados para realizar mediciones y cálculos del objeto de estudio [12], mientras que los datos son abstracciones que nos permiten percibir un mundo real por medio de sentido directo o indirecto, donde todo empírico es medible [13].

El 27 de abril del 2023 se realizó la adquisición de datos de observación de la constelación GPS en banda L1 y L2 con un receptor geodésico modelo NetRS y una antena modelo Zephyr Geodetic 2 (TRM41249.00) de la marca Trimble, la frecuencia de muestreo fue de 10Hz, tal como se muestra en la figura 2 y tabla 1. El Puente tiene una longitud de 40 m y un ancho de 11.50 m que sostiene dos carriles de doble sentido, con vigas principales de hormigón pretensados, tal como se aprecia en la figura 3.

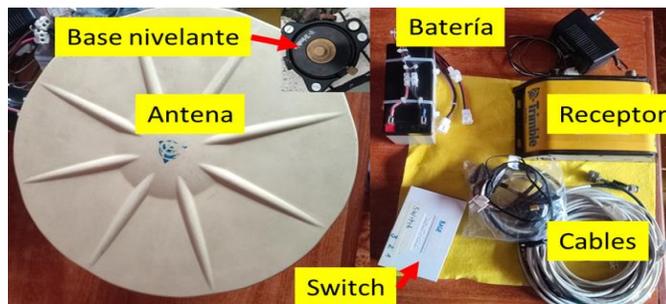


Fig. 2. Receptor NetRS y antena Zephyr Geodetic 2 de marca Trimble.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 1. Especificaciones técnicas del receptor NETRS.

ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DEL RECEPTOR GEODÉSICO	
Marca	Trimble
Receptor	NetRS
Antena	Zephyr Geodetic 2
Canales	Multi Canal
GPS	L1 C/A, L2C1, L1/L2
Precisión	Horizontal: 5mm+1ppm Vertical: 10mm+1ppm
Muestreo	1 Hz, 2 Hz, 5 Hz y 10 Hz

La antena TRM41249.00 fue instalada sobre el elemento complementario del puente, es decir sobre la baranda de concreto en el margen derecho y centro de la longitud del puente Huaripachi, exactamente en la coordenada UTM 8690744.489 m Norte, 349742.608 m al Este y su altura elipsoidal de 2439.562 m, tal como se puede apreciar en la figura 3. La adquisición de datos binarios fue durante 1 hora con 36 minutos y 36.70 segundos aproximadamente, con una máscara de elevación de 5 grados.

Durante la recopilación de datos GPS, las condiciones ambientales fueron ideales, caracterizadas por cielos despejados, vientos moderados y una baja intensidad de luz. No obstante, la cercanía de vehículos en movimiento a la antena instalada ha generado interferencias en la señal satelital. Este fenómeno, conocido como multipath y ciclo de saltos, afecta la recepción de las señales satelitales.



Fig. 3. Antena geodésica en la baranda de concreto del puente.
Fuente: Elaboración propia.

2.2. Indicadores o límites de análisis

• Control de calidad

Para evaluar la calidad de observables registrados por el receptor geodésico en las señales L1, L2 de constelación GPS, se utilizó el software TEQC (Traducción y Edición de Control de Calidad) creado por la university NAVSTAR consortium (UNAVCO) [14]. Los investigadores indican que se debe centrar en el análisis de cuatro indicadores de calidad, como son el efecto multipath, relación señal - ruido, saltos de ciclos e integridad y lo clasifican de acuerdo a las especificaciones recomendadas por el Servicio Internacional GNSS (IGS), cabe recalcar que esta clasificación es de acuerdo a las experiencias que tienen los investigadores [15], estos se aprecian en la siguiente tabla 2.

Tabla 2. Valores límites para los cuatro indicadores del control de calidad.

Indicadores	Valores
Multipath	RMS < 0.30 m
Relación señal - ruido	débiles < 36dBHz y fuerte ≥ 36dBHz
Salto de ciclo	< 1 por 1000 observables (CRS= 1000 O/slips)
Integridad	porcentaje de observables > 95 % de esperados

Finalmente se almacenaron en un formato universal estándar RINEX (Receiver INdependent Exchange), lo cual es el archivo de entrada para el procesamiento de datos en CSRS-PPP.

• Estado límite de deformación del puente

En Perú, el diseño y construcción de puentes se guía por normativas locales del Ministerio de Transporte y Comunicación y estándares internacionales como los de la AASHTO, que proporcionan especificaciones para diseño, construcción, mantenimiento y rehabilitación de puentes, utilizando la metodología LFRD [16].

Tabla 3. Estado límites de deformación en el diseño del puente, caso puente Huaripachi.

CARGA	Estado Limite	Longitud del tramo centro a centro del apoyo L (m)	Limite (cm)
-------	---------------	--	-------------

Tablero sin tráfico peatonal	L/800	20	±2.5
Tablero con tráfico peatonal limitado	L/1000	20	±2.0
Tablero con tráfico peatonal significativo	L/1200	20	±1.7

De acuerdo al manual de puentes (2018) en el apartado de criterios por deflexión de la sección de deformación de tableros metálicos reticulado, livianos metálicos y de concreto, indica que el estado limite debe satisfacer los efectos excesivos de deformación del tablero incluyendo la deflexión causada por la carga viva más la carga dinámica no debe exceder los criterios que se muestra en la tabla 3.

• Estado límite de la frecuencia natural

De acuerdo el libro de [17] en el apartado de efectos dinámicos para puentes, considera el comportamiento dinámico para el análisis basado en procedimientos simplificado en el que se adoptan en el análisis estático pero con las cargas de tráfico multiplicadas por un coeficiente dinámica, para velocidades máximos de diseño que no supera 200km/h, así mismo está relacionado con la frecuencia natural del puente para estar entre un límite inferior rígido por criterios de impacto dinámico definido por la siguiente ecuación.

$$f_{inf} = \frac{80}{L} \quad \text{para } 4 \leq L \leq 20 \text{ m} \quad (1)$$

$$f_{inf} = 23.58 L^{-0.592} \quad \text{para } 20 < L \leq 100 \text{ m} \quad (2)$$

Para limites superiores debido al incremento dinámico e irregularidades en la vía, está definido por la siguiente ecuación.

$$f_{sup} = 23.58 L^{-0.748} \quad (3)$$

En donde f_{inf} y f_{sup} son frecuencia inferiores y superiores respectivamente y L es la longitud del tramo centro a centro del apoyo. De acuerdo a la tabla 3 de estado límite, el valor de L es 20 m para nuestro caso, por lo tanto, estamos dentro de la ecuación 1 y remplazando este valor obtendremos la frecuencia de límite inferior de 4 Hz, lo cual se considera como la frecuencia natural teórica del puente Huaripachi. Por otro lado, si remplazamos en la ecuación 3 para el límite superior de la frecuencia natural teórica obtenemos el valor de 2.51 Hz.

2.3. Procesamiento de datos GPS

Para el análisis de datos geodésicos se empleó la técnica de Posicionamiento Puntual Preciso (PPP), lo cual permite determinar la posición y series de tiempo a partir de datos de observaciones de un único receptor GNSS. En este caso no se aplican técnicas de diferenciación, sino que solo se consideran las correcciones al oscilador del satélite y sus efemérides orbitales como parámetros conocidos en el cálculo, además utiliza las combinaciones lineales de frecuencias para corregir el retardo ionosférico, información precisa de la orientación de la Tierra, mareas, y cargas oceánicas [18]. iniciaron con la investigación rigurosa de las ecuaciones de observación

iniciales del posicionamiento GPS, iniciando de esta manera documentada con el uso de la técnica PPP-GNSS [19].

El modelo matemático del posicionamiento puntual preciso (PPP) es una técnica poderosa para procesar observables de un solo receptor GNSS sin recurrir a otras receptoras de referencia. Para un receptor GNSS de doble frecuencia, los observables de pseudodistancia y fase portadora en L1 y L2 entre un receptor R y el satélite S pueden describirse mediante la siguiente ecuación [20].

$$P_{L_i}^S = \rho_R^S + c(dt_R - dt^S) + d_{orb}^S + d_{trop}^S + d_{ion,L_i}^S + d_{hd,P_{L_i}}^R - d_{hd,P_{L_i}}^S + d_{mult,P_{L_i}} + \varepsilon_{P_{L_i}} \quad (4)$$

$$\Phi_{L_i}^S = \rho_R^S + c(dt_R - dt^S) + d_{orb}^S + d_{trop}^S - d_{ion,L_i}^S + \lambda_{L_i} N_{L_i} + d_{hd,\Phi_{L_i}}^R - d_{hd,\Phi_{L_i}}^S + d_{mult,\Phi_{L_i}} + \varepsilon_{\Phi_{L_i}} \quad (5)$$

Donde:

$P_{L_i}^S$ es pseudodistancia, $\Phi_{L_i}^S$ es fase portadora, L_i es la frecuencia, ρ_R^S es la distancia geométrica entre el satélite y receptor, c es la velocidad de la luz, dt_R y dt^S son error en el reloj del receptor y del satélite respectivamente, d_{orb}^S es el error de la órbita satélite, d_{trop}^S es la troposfera diaria, d_{ion,L_i}^S es el efecto ionosférico de primer orden en la frecuencia L_i , $d_{hd,P_{L_i}}^R$ y $d_{hd,P_{L_i}}^S$ son los retrasos del hardware del satélite y del receptor, respectivamente, para el pseudodistancia en L_i , $d_{hd,\Phi_{L_i}}^R$ y $d_{hd,\Phi_{L_i}}^S$ son los retrasos del hardware del satélite y del receptor, respectivamente, para la fase portadora en L_i , $d_{mult,P_{L_i}}$ y $d_{mult,\Phi_{L_i}}$ son los errores de multipath en el pseudodistancia y la fase portadora respectivamente en la frecuencia L_i , $\varepsilon_{P_{L_i}}$ y $\varepsilon_{\Phi_{L_i}}$ son los errores del ruido en el pseudodistancia y en la fase portadora respectivamente en L_i , λ_{L_i} y N_{L_i} son longitud de onda y ambigüedades cíclicas en la frecuencia L_i .

Para reducir los errores, se recomienda usar las correcciones precisas de órbita y reloj, cuya ecuación es de la siguiente manera.

$$P_{if} = \frac{f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (6) \quad ; \quad \Phi_{if} = \frac{f_1^2 \Phi_1 - f_2^2 \Phi_2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (7)$$

Donde P_{if} es el código de combinación en la ionosfera libre, Φ_{if} es la fase de combinación en la ionosfera libre, f_i es la frecuencia de L_i en Hz. La estrategia de procesamiento adoptada con el Servicio de Posicionamiento Puntual Preciso del Sistema de Referencia Espacial Canadiense (CSRS-PPP) incluye la aplicación de variables que intervienen en un procesamiento científico, estas variables son las Órbitas Precisas del IGS, efemérides finales, correcciones de reloj, Parámetros de Rotación de la Tierra (EOP), Marea de Carga Oceánica, cargas Atmosféricas y estimación de sesgos derivado de una red de estaciones de referencia globales que permite posicionamiento preciso en todo el mundo amarrado al Marco de Referencia Internacional Terrestre (ITRF2020) [21].

Finalmente se emplea el método de filtrado media móvil, pasa alto, Chebychev tipo I, Transformada rápida de Fourier (FFT) y finalmente la Transformada de Wavelet Continua (CWT), así mismo se empleará la prueba estadística, la función de densidad de probabilidad (PDF), chi cuadrado (χ^2), etc. para la prueba de hipótesis en la distribución de nuestras observaciones, lo cual permite si aceptamos o rechazamos nuestra hipótesis.

2.4. Transformación de coordenadas

Para un buen análisis del desplazamiento del puente es necesario realizar la transformada de coordenadas topo – céntricas a las coordenadas relacionadas con los ejes del puente, es decir, un eje a lo largo del puente (eje longitudinal) y un eje normal a la longitud del puente (eje transversal) [22]. Para hacer esto, se debe medir y calcular el azimut del puente, en donde se calculó un azimut (β) de 12. 21° del Puente Huaripachi entre los puntos A y B tal como se muestra en la figura 13. Con este azimut y la ecuación 10 y 11 se procede a realizar la transformada de coordenadas mencionadas.

$$T = N \cos(\beta) + E \sin(\beta) \quad (8)$$

$$L = -N \sin(\beta) + E \cos(\beta) \quad (9)$$



Fig. 4. Transformada de coordenadas topo céntricas a las coordenadas de referencia del puente.

Fuente: Elaboración propia.

2.5. Método de tratamiento de señales

• Filtro de media móvil

Una vez rotado o transformada las coordenadas topo – céntricas a las coordenadas del puente se procedieron a realizar el cálculo de desplazamientos aparente con la ecuación 10, esto fue necesario para llevar las coordenadas a la unidad milimétrica y realizar los filtros necesarios en lenguaje de programación Matlab R2020b.

$$x_i = e_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \quad (10)$$

Donde e_i es la señal de entrada (L, T y U), x_i es la señal de salida en mm y L, T y U son ejes longitudinal, transversal y vertical del puente respectivamente.

Para extraer los desplazamientos semi – estáticos se utilizó el filtro de media móvil con una ventana de 500, cuya ecuación se define por la siguiente expresión.

$$y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i+j) \quad (11)$$

Donde x_i es la señal de entrada, y_i es la señal de salida en mm y N es el número total de muestras.

- **Filtro de Chebyshev tipo I**

Los filtros de chebyshev de tipo I son filtros que dependen de los parámetros de orden del filtro, frecuencia de corte y rizado constante en la banda de paso y en la banda eliminada presenta características monotónicas, cuya ecuación matemáticamente se define como sigue [20].

$$|H(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_n^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_c}\right)} \quad ; 0 < \epsilon \leq 1 \quad (12)$$

Donde ϵ es un parámetro relacionado con el rizado del filtro, $T_n(x)$ es el polinomio de chebyshev y finalmente n es el orden de filtro.

$$T_n(\Omega) = \begin{cases} \cos(n \cdot \cos^{-1}(\Omega)) & , \quad |\Omega| \leq 1 \\ \cosh(n \cdot \cosh^{-1}(\Omega)) & , \quad |\Omega| > 1 \end{cases} \quad (13)$$

El polinomio de Chebyshev se puede obtener de la siguiente ecuación recursiva.

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad ; \quad n = 1, 2, \dots \quad (14)$$

- **Transformada rápida de Fourier**

La FFT es una técnica que permite analizar una serie de señales en dominio de tiempo – frecuencia y se aplica en infinidad de campos de investigación científica, en particular su aplicación radica en el análisis de vibración de estructuras mecánicas en campo de ciencia e ingeniería [5].

El tratamiento de señales GPS mediante la FFT permite analizar por medio de un modelo matemático definido por la ecuación 15.

$$X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot \left(\cos\left(\frac{2\pi nm}{N}\right) - j \sin\left(\frac{2\pi nm}{N}\right) \right) \quad (15)$$

Donde $X[m]$ es la señal de operador armónico de orden m con $m = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ y la señal se repite en $m = \frac{N}{2}$; n es un contador de señal de la muestra $x[n]$, donde $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$, donde N es el número de muestras y j es el numero imaginario con $j = \sqrt{-1}$

- **Transformada Wavelet Continua**

El tratamiento de señales mediante la CWT proporciona la ubicación precisa de las señales transitorias, además te informa simultáneamente la frecuencia fundamental y sus armónicos de orden inferior. La CWT se define mediante el modelo matemático [5], tal como se muestra en la ecuación 9.

$$CWT_x(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{t=1}^N f(t) \cdot \left(\psi \cdot \left(\frac{t-\tau}{s} \right) \right) dt \quad (16)$$

Donde τ es la ubicación de la ventana que se mueve sobre la señal por traslación; s es la escala de grado de expansión e información de frecuencia; $\left(\frac{t-\tau}{s}\right)$ es la wavelet madre que representa traslación y dilatación en todas las frecuencias y ventanas.

3. RESULTADOS

3.1. Control de calidad de observables

Se evaluaron los cuatro indicadores de multipath, saltos de ciclos, relación señal-ruido e integridad mediante el software TEQC, disponible libremente y desarrollado por el consorcio universitario NAVSTAR (UNAVCO). En la Tabla 4 y la Figura 5 se presenta el número total de observaciones (señales L1 y L2) por cada satélite de la constelación GPS. De los 10 satélites evaluados, el 80% registró más del 95% de observaciones, mientras que el 20% registró menos del 88% de observaciones, según se indica en la última columna de integridad.

Tabla 4. Número total de observables GPS registrados en señal L1 y L2.

OBSERVABLES DE LA CONSTELACIÓN GPS					
SV	#reprt	#compl	L1	L2	Integridad
G05*	57962	57790	57823	57790	100%
G12*	44183	42907	43059	42907	97%
G13*	57968	57908	57908	57908	100%
G14*	4324	4116	4264	4116	95%
G15*	57968	57912	57912	57912	100%
G17*	45780	45092	45550	45092	98%
G19*	57968	57908	57908	57908	100%
G20*	47144	45324	46503	45324	96%
G23*	11732	7479	9829	7479	64%
G24*	53365	47088	49222	47088	88%

OBSERVABLES EN LA CONSTELACIÓN GPS

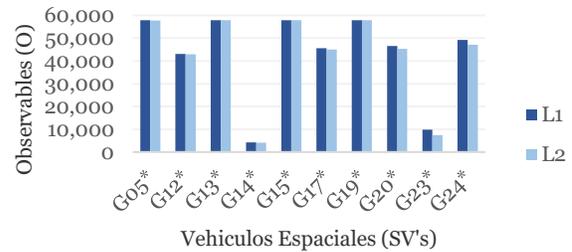


Fig. 5. señal L1 y L2 por cada satélite de la constelación GPS.

Fuente: Elaboración propia.

3.2. Multipath's

Los multipath's o multitrayectorias son señales recepcionadas por el receptor geodésico GPS a través de múltiples rutas en lugar de una línea de visión directa. Ocurre cuando parte de la señal del satélite llega al receptor después de uno o más reflejos o dispersión desde el suelo, edificio, arboles u otro objeto. Estas señales reflejadas pueden interferir con la señal que llega al receptor directamente desde el satélite y hacer que el pico de correlación se desvíe, en la figura 6 observamos los resultados de multipath's en cada satélite de constelación GPS [23]. La línea roja horizontal es un indicador establecido por el creador del software TEQC cuyo valor máximo de RMS es de 0.65 m, esto indica que debemos esperar que no supere este valor límite en los multipath's en las observables, mientras

que la línea horizontal de color azul oscuro (0.32 m de rms) y de color claro (0.45 m de rms) indican el promedio de rms medio cuadrático (RMS) de multipath en las observables de la señal L1 y L2 respectivamente, así como su respectivo histograma vertical; por otro lado, los satélites G17 y G23 correspondiente a la señal L2 superan la línea roja, quiere decir que estos satélites registraron mayor cantidad de multipath que afectaría nuestro procesamiento, mientras que la señal L1 cumplen su función frente al indicador de multipath de TEQC y frente a la tabla 2 difieren en un 15 % y 2 % respectivamente, lo cual es ligeramente bajo [23].

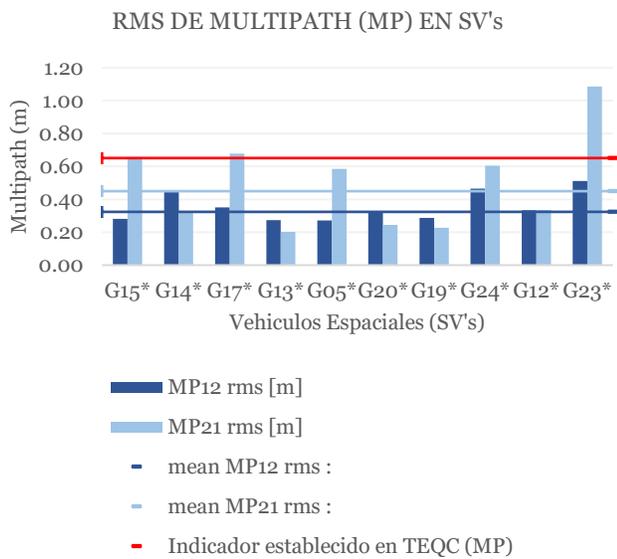


Fig. 6. RMS de Multipath's observados por cada satélite en señales L1 y L2. Fuente: Elaboración propia.

3.3. Saltos de ciclos

Los saltos de ciclo (slips) son señales que presenta discontinuidades en el bloque de fase de un receptor, esto puede ocurrir cuando falla el software del receptor o cuando un oscilador de satélite no funciona bien, pero generalmente se dan cuando existe obstrucciones como edificios, árboles, vehículos, etc. [24].

Existen ciertos umbrales para detectar los saltos de ciclos. En primer lugar, sin pérdida de generalidad, definimos aquí que un salto de ciclo pequeño es un salto de ciclo de tamaño no superior a 5 ciclos (por ejemplo, aproximadamente 1 m); un salto de ciclo medio es entre 5 y 10 ciclos; y un salto de ciclo grande es mayor que 10 ciclos [25].

De acuerdo a la gráfica de la figura 7 se observa severos saltos de ciclos en los satélites G23 y G24 para las señales L1 y L2, mientras que en satélite G12 los saltos de ciclo son moderados y finalmente en los demás satélites restantes los efectos de salto de ciclo son bajos, por lo tanto, se eliminó los saltos de ciclo severos y moderados durante el procesamiento de datos en el software especializado con la finalidad de obtener un buen resultado.

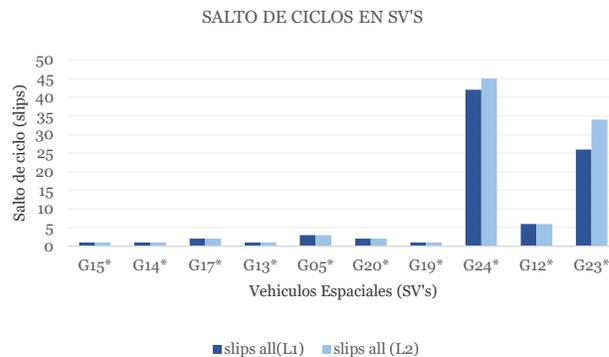


Fig. 7. N° de saltos de ciclos observables por satélite en las señales L1 y L2. Fuente: Elaboración propia.

3.4. Relación señal – ruido

La relación señal – ruido es otro indicador que proporciona información de la calidad de datos que existe en las señales L1 y L2. Cuando este valor está por encima del indicador mencionada en la tabla 2, la señal es más confiable, tal como se puede observar en la figura 8. De acuerdo el análisis realizado con software TEQC se obtuvo un valor promedio de 44.33 dBHz para la señal L1 y un valor de 38.53 dBHz para la señal L2, lo cual si cumple con lo establecido. En cuanto a integridad se trabajó con un nivel de confianza de 88% de observables.

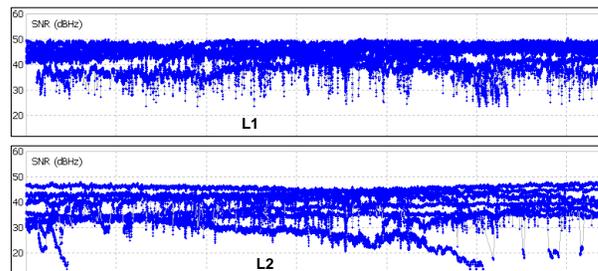


Fig. 8. Relación señal - ruido (SNR) registrados por el receptor NetRS. Fuente: Elaboración propia.

3.5. Análisis de desplazamientos

En la figura 9 se observa las series de tiempo en las tres componentes de coordenadas geodésicas, en donde se observa los outliers, es decir valores atípicos de la serie de tiempo, así mismo se identificó problemas de interferencia ocasionados por vehículos que transitan cerca al receptor instalado, una solución a este problema es trunca los primeros 53 minutos del archivo de observación (RINEX) y trabajar con este periodo de tiempo de información.

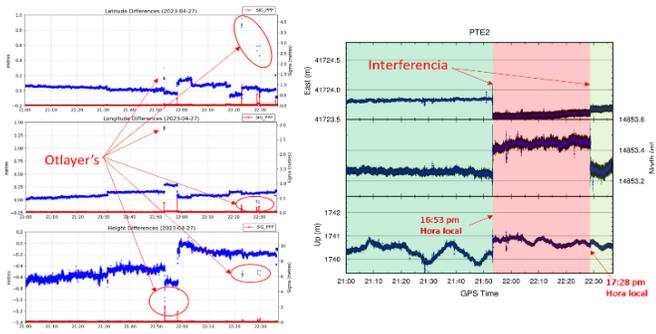


Fig. 9. Serie de tiempo del desplazamiento latitud, longitud y altura elipsoidal, obteniendo del procesamiento de observables GPS con CSRS-PPP (Izquierda) y con Track (Derecha). Fuente: Elaboración propia.

Los resultados del procesamiento cinemático, son resultados obtenidos con las efemérides finales publicado por el IGS entre 12 y 19 días, tal como se puede apreciar en la tabla 5. La figura 12 del lado derecho muestra el procesamiento por dobles diferencias esto se empleó con la finalidad de identificar las interferencias provenientes del vehículo o de otros objetos cercanos a al receptor geodésico. Se identificaron 2 interferencias, la primera ocurre a las 16:53 pm y la segunda a las 17:28 pm hora local, este tipo de interferencias es complicado de solucionar, sin embargo, para nuestro análisis tomaremos el primer tramo de 53 minutos, esto será suficiente para determinar los tres componentes del desplazamiento semi – estático, dinámico y frecuencias del puente.

3.6. Desplazamiento aparente y semi – estático

La figura 10 muestra los desplazamientos registrados por el equipo geodésico NETRS (izquierdo) y desplazamientos semi – estático (derecho) de la estructura del puente Huaripachi extraído por el filtro media móvil con una ventana de 500, las líneas horizontales de color rojo representan desplazamiento mínimos y máximos, mientras que la línea horizontal de color azul representa promedio del desplazamiento. La estructura del puente presenta un desplazamiento mínimo de -16.78 mm, máximo 17.86 mm y en promedio 4.96 mm a lo largo del eje longitudinal (grafica superior), mientras que el eje transversal (grafica del centro) presenta un desplazamiento mínimo de -15.11 mm, máximo 17.31 mm y en promedio 5.15 mm, finalmente el eje vertical (grafica inferior) del puente presenta un desplazamiento mínimo de -85.11 mm, máximo 88.14 mm y en promedio 25.47 mm, con un erro absoluto de -2.0 % para la vertical.

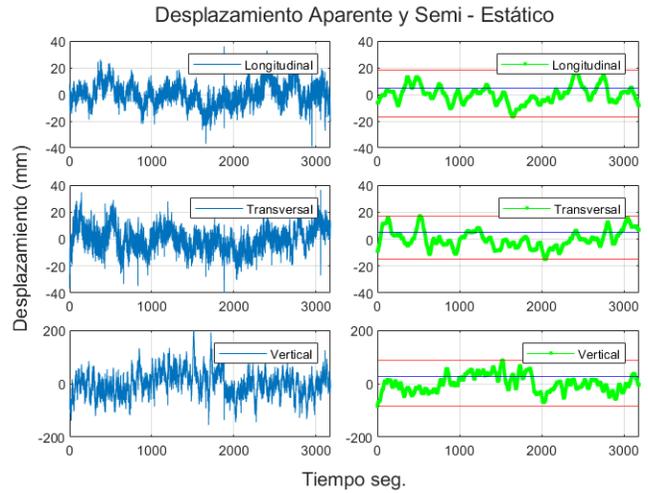


Fig.10. Series temporales de desplazamiento aparente (derecha) y el desplazamiento semi – estático (Izquierda) del puente Huaripachi. Fuente: Elaboración propia.

3.7. Desplazamiento dinámico

Para extraer el desplazamiento dinámico se utilizó el filtro Chebyshev tipo I de orden 8, con una frecuencia de corte de 0.6 Hz dividido por la frecuencia de Nyquist (frecuencia de muestreo entre 2) y con un rizado de 30, este tipo de filtro resuelven problemas de señales no periódicos a partir de sus expresiones polinómicas ortogonales, definido por la expresión 17, detallada en el apartado 2.5 de ecuaciones 12, 13 y 14.

$$T_8(x) = 128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1 \quad (17)$$

Donde $\Omega = x = \omega/\omega_0$ es la frecuencia normalizada, $T_8(\Omega)$ es el polinomio normalizado de Chebyshev tipo I de orden n.

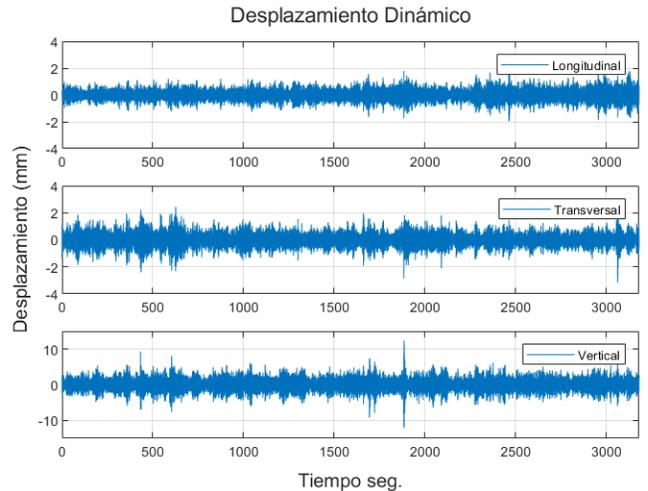


Figura 11. desplazamiento dinámico del puente Huaripachi. Fuente: Elaboración propia.

La figura 15 muestra desplazamientos dinámicos en los tres componentes del puente, cuyo desplazamiento vario de $\pm 2.30 \text{ mm}$ para el componente longitudinal y $\pm 3.18 \text{ mm}$ para el componente transversal, mientras que para el componente

vertical el desplazamiento fluctúa en $\pm 12.36 \text{ mm}$ aproximadamente, la media para los tres componentes es de 0.30, 0.35 y 1.25 mm respectivamente, de acuerdo a los resultados se infiere que mayo desplazamiento presentan los componentes transversal y vertical por efecto de sobrecarga de vehículos pesados, con un erro absoluto de 50% en componente vertical.

3.8. Función de distribución de probabilidad y test de chi – cuadrado

Las funciones de distribución de probabilidad (PDF, siglas en inglés) se define como la herramienta estadística que describe la distribución de probabilidad de una variable aleatorio continua, la herramienta es usado ampliamente en diversos campos de investigación de ciencia e ingeniería. Con la finalidad de evaluar el ajuste de la distribución de nuestros datos de desplazamiento del puente se generaron cinco funciones de distribución de probabilidad en MATLAB para cada componente del desplazamiento, estas son: Normal, Extreme Value, Generalized Extreme Value, Logistic y Kernel Normal, cada uno de ellos se evaluó mediante la prueba de bondad de chi-cuadrado (χ^2) [20].

La figura 12 muestra la función de densidad de probabilidad generado a partir de los datos del desplazamiento dinámico extraído por el filtro de Chebyshev tipo I con un nivel de confianza de 95 %, en la columna izquierda de la figura se muestra el ajuste de las cinco distribuciones generadas por PDF y en la columna derecha de la figura se muestra la distribución que mejor se ajustó a los desplazamientos, esto fue la distribución Kernel Normalizada.

Figura 12. Histograma - desplazamiento dinámico del puente

Fuente: Elaboración propia.

Los valores medios (μ) y sigma (σ) de cada distribución se muestra en la tabla 13, lo cual fue utilizado para la prueba de bondad de χ^2 con el algoritmo elaborado en MATLAB.

Tabla 5. La media y la desviación estándar de función de distribución de probabilidad.

PDF	DISTRIBUCIÓN CON UN NIVEL DE CONFIANZA 95 %					
	Longitudinal		Transversal		Vertical	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
Normal	6.34E-06	3.87E-01	1.56E-06	4.55E-01	5.52E-05	1.60E+00
Extreme Value	1.93E-01	4.09E-01	1.93E-01	4.09E-01	7.80E-01	1.88E+00
Generalized Extreme Value	-1.62E-01	3.89E-01	-1.91E-01	4.65E-01	-6.92E-01	1.67E+00
Logistic	1.99E-05	2.17E-01	1.94E-04	2.54E-01	-1.70E-03	8.97E-01
Kernel Normal	Kernel = normal Bandwidth = 0.049 Support = unbounde		Kernel = normal Bandwidth = 0.057 Support = unbounde		Kernel = normal Bandwidth = 0.202 Support = unbounded	

En la tabla 6 e muestra el resultado de la diferencia entre los valores observados y esperados de las distribuciones evaluadas mediante la prueba de bondad de chi-cuadrado, lo cual se utiliza para determinar si los datos provienen de una distribución de probabilidad específica, donde el parámetro h solo puede arrojar resultados de un 1 o un 0, cuando el valor de h es 1 significa que los datos no se ajustan a la distribución de probabilidad por tanto se rechaza la hipótesis, si el valor de h es 0 significa que los datos se ajustan a la distribución de probabilidad por tanto se acepta la hipótesis, el parámetro p es la prueba de hipótesis que fluctúa entre 0 a 1, en el parámetro chi2stat se almacenan información sobre la estadística de la prueba y finalmente el ultimo parámetro df son los grados de libertad de la distribución. De acuerdo a los análisis realizados con la prueba de bondad la distribución de probabilidad que más ajusto es la distribución Kernel Normal, con un valor de h = 0 para los tres componentes, df=8 para componente planas y un df=7 para componente vertical, con prueba de hipótesis (p) de 97, 93 y 94 % y con valores de chi2stat son 2.2535, 3.1153, 2.2765 para los tres componentes en el orden de la tabla 10, estos valores indican el comportamiento probabilístico más realista de los desplazamientos dinámicos del puente, de esta manera se acepta el hipótesis.

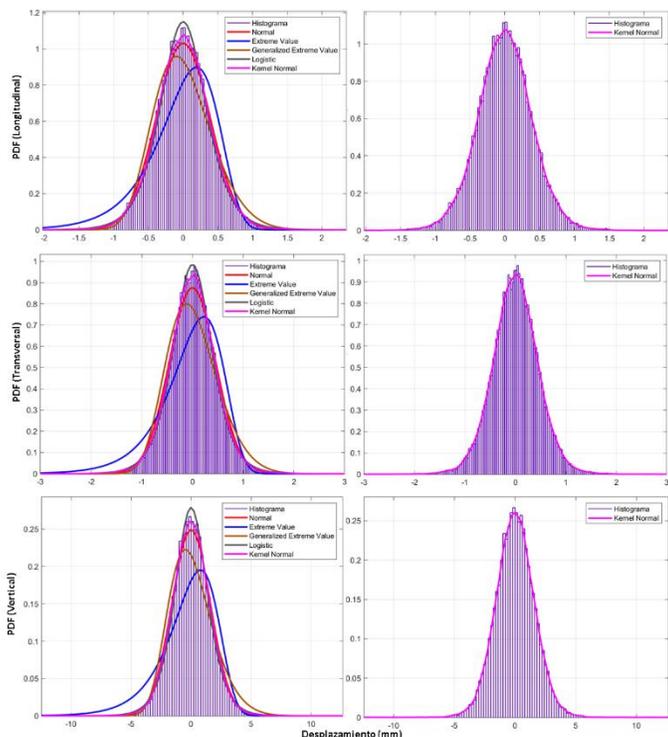


Tabla 6. Prueba de bondad de ajuste (χ^2) de las cinco distribuciones evaluadas.

PDF	PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE DE CHI-CUADRADO (χ^2)											
	Longitudinal				Transversal				Vertical			
	h	p	chi2stat	df	h	p	chi2stat	df	h	p	chi2stat	df
Normal	1	0	132.39	4	1	0	540.67	4	1	0	191.37	3
Extreme Value	1	0	5302.20	5	1	0	12490.00	5	1	0	4299.80	4
Generalized Extreme Value	1	0	1923.80	4	1	0	3290.20	3	1	0	2587.20	3
Logistic	1	0	119.80	7	1	0	55.94	6	1	0	40.58	5
Kernel Norma	0	0.97	2.25	8	0	0.93	3.12	8	0	0.94	2.28	7

3.9. Frecuencia fundamental

El análisis de frecuencia se enfoca a partir de la transformada de Fourier rápida (FFT) de MATLAB y es relativamente fácil de usar, la ecuación que gobierna a FFT se encuentra en el apartado 2.5, las señales de entrada son los desplazamientos dinámicos de los componentes Longitudinal, Transversal y vertical del puente. De acuerdo al Estado límite de la frecuencia natural se dedujo un valor de 4Hz como la frecuencia natural teórica de puente tal como se detalla en el apartado 2.2 del presente artículo.

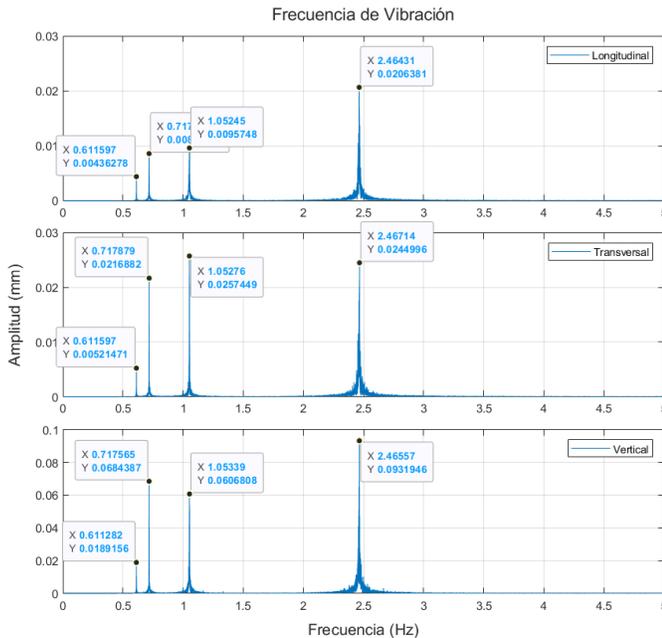


Figura 13. Frecuencia fundamental en los componentes longitudinal, transversal y vertical en condiciones operativas del puente, obtenido mediante la FFT.

Fuente: Elaboración propia.

La figura 13 muestra cuatro frecuencia fundamentales y sus respectivos amplitudes del puente Huaripachi, en el componente longitudinal se determinó frecuencias fundamentales de 0.61, 0.72, 1.05 y 2.46 Hz, en el componente transversal se estimó frecuencias fundamentales de 0.61, 0.72, 1.05 y 2.47 Hz, mientras que el componente vertical tiene frecuencias fundamentales de 0.61, 0.72, 1.05 y 2.47 Hz, como se puede apreciar estas frecuencias estimadas son bajas que la frecuencia teórica (4 Hz) del puente, esto nos hace entender que

el movimiento del puente es relativamente lenta, sin embargo, la última frecuencia Fundamental de 2.47 Hz de la figura 13 esta próximo al límite superior de la frecuencia natural teórico (2.51 Hz), esto ocurre cuando el puente experimenta movimientos rápidos debido al incremento dinámico de tráfico, estos son rápidamente amortiguados por el apoyo de material elastómero del puente, cuya función es distribuir las cargas de la superestructura a subestructura sin crear tenciones, así mismo el puente tiene juntas de dilatación que permite el movimiento relativo del tablero.

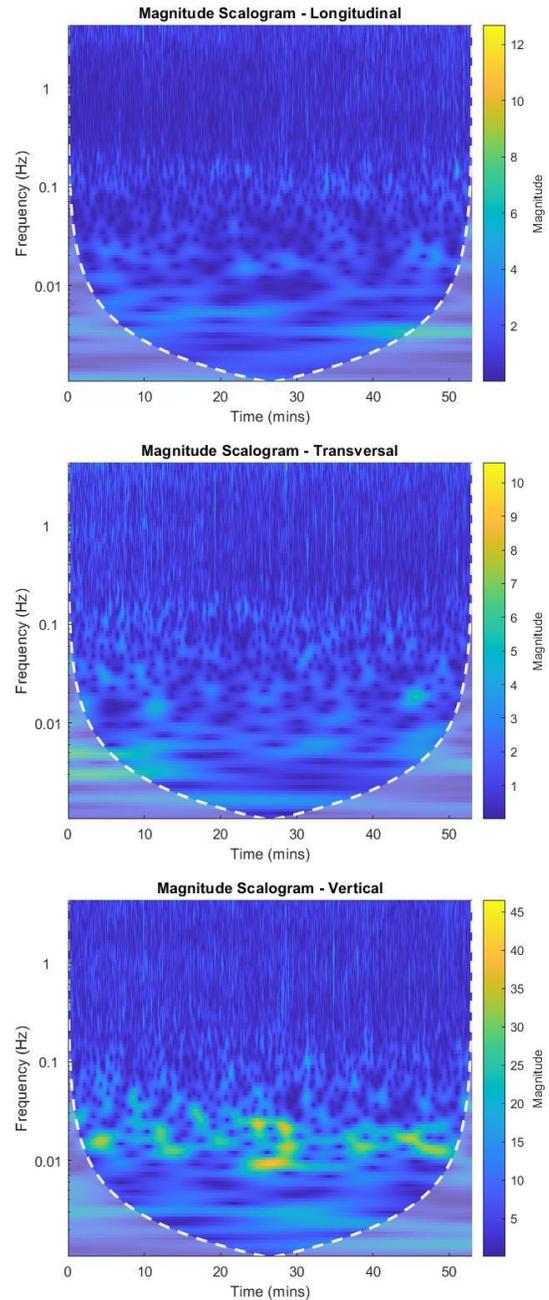


Figura 14. Escalograma de la respuesta de desplazamiento en los tres componentes en condiciones operativas del puente, obtenido mediante CWT.

Fuente: Elaboración propia.

Las señales de entrada fueron filtradas mediante la transformada de Wavelet continua para observar con más detalle las señales transitorias de la frecuencia fundamental y sus armónicos de orden inferior, tal como se muestra en la escalograma de la figura 14. Esta nos permite identificar las concentraciones de energía por colores con un nivel de confianza de 95% de frecuencia que van desde 0 a 5 Hz, donde la región de color verde a amarillo son las respuestas modales de la superestructura intermedio debido al cruce de varios camiones pesados continuos en el instante de tiempo, esto se aprecia bastante bien en la escalograma del componente vertical. Este método CWT nos permite describir la respuesta de la superestructura ante la excitación generado por los vehículos pesados, sobre todo la excitación es bastante notable en la parte vertical de escalograma, mientras en el componente longitudinal y transversal no se nota.

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La investigación presenta el análisis de señales satelitales L1 y L2 de la constelación GPS mediante la técnica de posicionamiento puntual preciso y los métodos de filtrado para determinar los desplazamientos longitudinales, transversales y verticales reales del puente Huaripachi, así como la frecuencia fundamental de vibración del mismo, esto servirá como una propuesta o una alternativa para monitorear estructuras en puentes, edificios, y otros estructuras similares aplicada en el área de ingeniería civil, ya que a nivel global las infraestructuras civiles, en particular los puentes están expuestos a diferentes fenómenos naturales como son los vientos, terremotos, efectos medioambientales, etc. así mismo están expuesta a las cargas muertas y cargas vivas, esta última es una carga variable como tal provocaría fatiga al puente por sobrecarga de vehículos pesados, por esta razones expuestas es de suma importante monitorear las estructuras civiles con tecnologías como son el GPS, acelerómetros, inclinómetros, etc. y elegir técnicas y métodos para el tratamiento de las señales que registra el instrumento de medición, a continuación presentamos el análisis de nuestro resultados y los resultados obtenidos por otros investigadores que este artículo está sustentada.

4.1. Discusión

El control de calidad de datos GPS debe cumplir los indicadores mostrados en la tabla 2, afirman (3), pero esto no se cumple, ya que el creador del software TEQC establece indicadores superiores a esto con lo cual estamos de acuerdo y nuestros resultados de multipath cumple con el indicador de TEQC, pero mas no con la tabla 2.

Según [25] establece saltos ciclos pequeños (<5 slips), moderados (5 > slips < 10), y severos (>10 slips), considerando estos valores se eliminaron los satélites G23 y G24 quedando por debajo del valor severo (< 10 slips) considerando el satélite G12, para evitar en lo posible los saltos de ciclos también se

eliminó este último satélite, solo quedándonos con los 7 primeros satélites pertenecientes al rango de valor pequeño (<5 slips), por otro lado la relación señal – ruido presentaron valores promedios de 44.33 dBHz para L1 y 38.53 dBHz para L2, lo cual está de acuerdo a lo establecido en la tabla 2, por lo tanto se trabajó con un total de 7 satélites y con un nivel de confiabilidad de 88 % de información de buena calidad.

De acuerdo a la estrategia de procesamiento de [22] se llevaron las coordenadas topo – céntricas a las coordenadas del puente por medio de transformación y/o rotación un ángulo azimut de 12.21° para determinar las componentes longitudinales, transversales y verticales referidos al puente, así mismo se determinó los series de tiempo de desplazamientos aparentes, semi – estáticos y dinámicos en las tres componentes, así como su frecuencias fundamental del puente.

Los resultados de deformación máxima del vano principal de 3.5 y 8 mm obtenidos por [5], mientras que en esta investigación se obtiene desplazamiento dinámico de 2.3, 3.2 y 12.4 mm en componente longitudinal, transversal y vertical respectivamente, la diferencia vertical es de 3.6 mm. Por otro lado la frecuencia fundamental es de 4 y 8 Hz para [5], mientras que en esta investigación se obtiene frecuencias fundamental de 0.61, 0.72, 1.05 y 2.47 Hz, la diferencia en frecuencia fundamental es de 1.5 y 5.5 Hz frente a frecuencias de [5], estas diferencias del desplazamiento y de la frecuencia fundamental se debe a la tasa de muestreo empleado cada uno de ellos, ya que [5] usa una tasa de muestreo de 100 Hz y el autor del artículo usa la décima parte de esta frecuencia que difiere en 90 Hz, por lo tanto esto quiere decir que para determinar frecuencias más altas cercanas a la frecuencia natural teórica de 4 Hz es necesitamos rastrear con una frecuencia de muestreo más alta, ya que el desempeño de los receptores GPS para determinar la frecuencia fundamental más alta de las estructuras depende de la tasa de muestreo.

Estimaron amplitudes de vibración de 3 mm aproximadamente en puentes cortos de concreto con los equipos GPS de bajo costo con una tasa de muestreo de 1 a 3 Hz [9], en la presente investigación se logra estimar amplitudes de vibración de 2.3 a 3.2 mm en los componentes horizontales y en el componente vertical aproximadamente de 12.4 mm, con tasa de muestreo de 10 Hz, los resultados de ambos son relativamente bajo.

Analizaron [7] las series temporales de la estructura de puentes en los tres componentes con las señales de GNSS, rastreado con una frecuencia de muestreo de 10 Hz y determinaron desplazamientos en cinco puntos distintos de 32.1 a 43.37 mm en dirección transversal y 63.75 a 54.12 mm en dirección vertical correspondientes a dos puntos por medio de filtrado de medio móvil e incluso en otros tres puntos restantes estos valores incrementaron por encima de 69 mm en componentes laterales y 100 mm en vertical, mientras que en esta investigación aplicando el mismo método determina desplazamientos máximos de 17.31 mm en direcciones laterales y en dirección vertical 88.14 mm, con una diferencia de 46 % más en los componentes laterales y vertical con una

diferencia de 38% menos. En cuanto a frecuencia fundamental determinaron en un rango de 0.068 a 1 Hz aproximadamente, mientras que el autor del artículo obtiene frecuencias fundamentales de 0.61, 0.72, 1.05 y 2.47 Hz mediante el método de transformada de Fourier rápida la diferencias son relativamente bajas, las diferencias que existe se deben a diferentes tipos de puentes analizados, métodos empleados con distintos parámetros de entrada.

4.2. Conclusiones

La técnica de posicionamiento puntual preciso y las metodologías como la transformada Furier rápida, transformada de Wavelet continua y el filtro de Chebyshev tipo I empleadas han demostrado la efectividad para determinar el desplazamiento, frecuencia fundamental en las respuestas estructurales del puente. Los equipo geodésico GPS empleado fue clave para la recopilación de datos observación de la constelación GPS en las bandas L1 y L2, a partir de esto se determinó el desplazamiento semi – estático, dinámico y las frecuencias fundamentales del puente, los GPS's se puede utilizar para monitorea una amplia gama de estructuras que va desde la obtención de las respuestas estructurales muy lentas debido a las variaciones de temperatura y radiación solar, así como la respuesta dinámica debido al viento y de vehículos pesados que ocasionan fatiga debido al sobrepeso.

Los resultados se encuentran dentro del límite de estado de deformación establecido por el Ministerio de Transporte y Comunicación del Perú y las normas internacionales como el Asociación Estadounidense de Oficiales de Transporte y Carreteras Estatales (AASHTO) y en los artículos de investigaciones, con error absoluto vertical de -2.0% para desplazamiento semi – estático, 50% para desplazamiento dinámico y 1.5% para la frecuencia fundamental en el límite superior con tráfico en condiciones normales.

REFERENCIAS

[1] Alonso, L. (2022, octubre 12). Perú: MTC gestiona construcción de puentes para beneficiar a la población y sectores productores. Portal Portuario. <https://portalportuario.cl/peru-mtc-gestiona-construccion-de-puentes-para-beneficiar-a-la-poblacion-y-sectores-productores/>

[2] Basilio Chaupis, Z. E. (2022). Influencia del sistema computarizado de administración de puentes (SCAP) en la evaluación del estado del Puente Maraón en Llata, Huamaliés, Huánuco – 2021. <http://repositorio.unheval.edu.pe/handle/20.500.13080/7708>

[3] Pecho, Y. (2019, mayo 27). Importancia del mantenimiento preventivo de puentes en el Perú. I Congreso Internacional de Ingeniería y Dirección de Proyectos III Congreso Regional IPMA - LATNET. I Congreso Internacional de Ingeniería y Dirección de Proyectos III Congreso Regional IPMA - LATNET. <https://pirhua.udpe.edu.pe/handle/11042/3992>

[4] Bennetts, J., Vardanega, P. J., Taylor, C. A., & Denton, S. R. (2019). Survey of the use of data in UK bridge asset management. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Bridge Engineering, 1-37. <https://doi.org/10.1680/jbren.18.00050>

[5] Oliveira, J. V. M., Larocca, A. P. C., de Araújo Neto, J. O., Cunha, A. L., dos Santos, M. C., & Schaal, R. E. (2019). Vibration monitoring of a small concrete bridge using wavelet transforms on GPS data. Journal of Civil

Structural Health Monitoring, 9(3), 397-409. <https://doi.org/10.1007/s13349-019-00341-y>

[6] Orduña Diaz, J. A. (2019). Fundamentos y aplicaciones del Posicionamiento Puntual Preciso (PPP: Precise Point Positioning). <https://gredos.usal.es/handle/10366/140243>

[7] Roberts, G. W., Meng, X., Psimoulis, P., & Brown, C. J. (2020). Time Series Analysis of Rapid GNSS Measurements for Quasi-static and Dynamic Bridge Monitoring. En J.-P. Montillet & M. S. Bos (Eds.), Geodetic Time Series Analysis in Earth Sciences (pp. 345-417). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-21718-1_12

[8] Xu, Y. (2016). GNSS precise point positioning with application of the equivalence principle.

[9] Xue, C., & Psimoulis, P. A. (2023). Monitoring the dynamic response of a pedestrian bridge by using low-cost GNSS receivers. Engineering Structures, 284, 115993. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115993>

[10] Hernández Sampieri, R., & Fernández Collado, C. (2014). Metodología de la investigación (P. Baptista Lucio, Ed.; Sexta edición). McGraw-Hill Education.

[11] Pereyra, L. E. (2020). Metodología de la investigación. Klik.

[12] Sánchez Martínez, D. V. (2022). Técnicas e instrumentos de recolección de datos en investigación. TEPEXI Boletín Científico de la Escuela Superior Tepeji del Río, 9(17), 38-39. <https://doi.org/10.29057/estr.v9i17.7928>

[13] Hernandez Mendoza, S., & Duana Avila, D. (2020). Técnicas e instrumentos de recolección de datos. Boletín Científico de las Ciencias Económico Administrativas del ICEA, 9(17), 51-53. <https://doi.org/10.29057/icea.v9i17.6019>

[14] Estey, L. H., & Meertens, C. M. (1999). TEQC: The Multi-Purpose Toolkit for GPS/GLONASS Data. GPS Solutions, 3(1), 42-49. <https://doi.org/10.1007/PL00012778>

[15] Andrade, D. H.-, Andrade, R. R.-, Zavala, J. L. C.-, Cruz, M. Á.-, Soto, M. E. T., & Ayala, A. V. (2020). Análisis de calidad de las observaciones GPS en estaciones de operación continua de libre acceso en México. European Scientific Journal, 16(33). <https://doi.org/10.19044/esj.2020.v16n33p332>

[16] Pipinato, A. (Ed.). (2022). Innovative bridge design handbook: Construction, rehabilitation and maintenance (Second edition). Butterworth-Heinemann, is an imprint of Elsevier.

[17] Reis, A. J., & Pedro, J. J. O. (2019). Bridge Design: Concepts and Analysis (1.a ed.). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118927595>

[18] Zumberge, J. F., Heflin, M. B., Jefferson, D. C., Watkins, M. M., & Webb, F. H. (1997). Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 102(B3), 5005-5017. <https://doi.org/10.1029/96JB03860>

[19] Vazquez-Ontiveros, J. R., Becerra, G. E. V., & J. Ramon Gaxiola-Camacho. (2019). Implementación de la técnica PPP-GNSS para el monitoreo de la salud estructural en puentes. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.33003.49446>

[20] Vazquez-Ontiveros, J. R., Vazquez-Becerra, G. E., Quintana, J. A., Carrion, F. J., Guzman-Acevedo, G. M., & Gaxiola-Camacho, J. R. (2021). Implementation of PPP-GNSS measurement technology in the probabilistic SHM of bridge structures. Measurement, 173, 108677. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108677>

[21] Banville, S., Hassen, E., Lamothe, P., Farinaccio, J., Donahue, B., Mireault, Y., Goudarzi, M. A., Collins, P., Ghoddousi-Fard, R., & Kamali, O. (2021). Enabling ambiguity resolution in CSRS-PPP. NAVIGATION, 68(2), 433-451. <https://doi.org/10.1002/navi.423>

[22] Vazquez-Ontiveros, J. R., Martinez-Felix, C. A., Vazquez-Becerra, G. E., Gaxiola-Camacho, J. R., Melgarejo-Morales, A., & Padilla-Velazco, J.

- (2022). Monitoring of local deformations and reservoir water level for a gravity type dam based on GPS observations. *Advances in Space Research*, 69(1), 319-330. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.09.018>
- [23] Van Sickle, J. (2023b). Multipath | GEOG 862: GPS and GNSS for Geospatial Professionals. <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1721>
- [24] Van Sickle, J. (2023a). Cycle Slip | GEOG 862: GPS and GNSS for Geospatial Professionals. <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1728>
- [25] Zeng, J., Zhang, Z., He, X., Yuan, H., Li, Y., & Song, M. (2023). Real-time GNSS multiple cycle slip detection and repair based on a controllable geometry-based method in relative positioning. *Measurement*, 216, 112940. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2023.112940>