

Optimization of Solid Waste Collection Routes Using Graph Theory and Linear Program



Vilchez-Torres M., MBA Ingeniera Industrial¹, Ramos-Castillo N., Ingeniera Industrial², and Bobadilla-Asto L., Ingeniero Industrial³

^{1,2,3}Primer, Segundo y Tercer autor Universidad Privada del Norte, Perú, karen.vilcheztorres@gmail.com, natalyl.ramosc@gmail.com, bobadillaasto@gmail.com

Abstract– The research presents a methodology where the application of the Chinese postman problem, which is based on the theory of weighted Eulerian graphs, and the problem of coverage of sets of binary integer linear program was combined, as an alternative to model non-Eulerian routes, with the aim of optimizing the design of the urban solid waste collection routes, of the municipality of the district of Cajamarca, located in the province and department of the same name in Peru. The scope of both problems allowed to generate an alternative that facilitated the optimal design of these routes, which in practice is very complex due to the range of variables that affect this process, such as the increase in population density and the volume of waste generation, urban planning, the capacity of available resources, among others, managing to reduce the total average travel distance per route by 66.6%, which demonstrates the need to be flexible when modeling the routes, generating the necessary adaptations of the technical aspects to meet the particularities of reality.

Keywords– chinese postman, coverage of sets, route, solid waste.

Optimización de Rutas de Recojo de Residuos Sólidos Usando Teoría de Grafos y Programación Lineal

Vilchez-Torres M., MBA Ingeniera Industrial¹, Ramos-Castillo N., Ingeniera Industrial², and Bobadilla-Asto L., Ingeniero Industrial³

^{1,2,3}Primer, Segundo y Tercer autor Universidad Privada del Norte, Perú, karen.vilcheztorres@gmail.com, natalyl.ramosc@gmail.com, bobadillaasto@gmail.com

Resumen— *En la investigación se presenta una metodología donde se combinó la aplicación del problema del cartero chino, que se sustenta en la teoría de grafos eulerianos ponderados, y el problema de cobertura de conjuntos de la programación lineal entera binaria, como alternativa para modelar las rutas no eulerianas, con el objetivo de optimizar el diseño de las rutas de recojo de residuos sólidos urbanos, de la municipalidad del distrito de Cajamarca, ubicada en la provincia y departamento del mismo nombre en Perú. Los alcances de ambos problemas permitieron generar una alternativa que facilitó el diseño óptimo de estas rutas, que en la práctica resulta muy complejo debido al abanico de variables que afectan este proceso, como el incremento de la densidad poblacional y del volumen de generación de residuos, la planificación urbana, la capacidad de los recursos disponibles, entre otros, logrando reducir la distancia de recorrido promedio total por ruta en 66.6%, lo que demuestra la necesidad de ser flexibles al momento de modelar las rutas, generando las adaptaciones necesarias de los aspectos técnicos para atender las particularidades de la realidad.*

Palabras clave— *cartero chino, cobertura de conjuntos, ruta, residuos sólidos.*

I. INTRODUCCIÓN

Se denomina residuos sólidos urbanos (RSU) a los desechos generados por las viviendas, comercios, servicios, instituciones públicas y privadas, etc., de una ciudad [1]. Las municipalidades son las instituciones encargadas de su recojo, transporte y tratamiento final, para ello establecen rutas y cronogramas de recojo que garanticen una cobertura homogénea a los usuarios [2]. Para cumplir con las rutas y cronogramas es importante hacer una adecuada gestión del tiempo, las compactadoras, y demás recursos que en suma se deberían traducir en menor costo posible y eficiencia del servicio [3] y [1]; sin embargo, en varios municipios del Perú, la optimización de las rutas de recojo de RSU continúan siendo un desafío, y su complejidad amerita en muchos casos tomar decisiones intuitivas [2] ante los vacíos que se producen al trasladar metodologías de diseño de rutas a la práctica. En el estudio se presenta el método que se usó para optimizar las rutas de RSU del municipio del Distrito de Cajamarca, capital de la provincia y departamento del mismo nombre, ubicado en los andes del norte del Perú, a 2750 metros de altura sobre el

nivel del mar. El diseño de las rutas de esta municipalidad es parte del programa de gestión de residuos del área de Medio Ambiente. Esta área cuenta con una flota de 22 compactadoras, de las cuales 18 se encuentran operativas para atender 26 rutas distribuidas en 24 sectores, pero, a pesar que en los últimos años han mejorado sus coberturas en 42% [4], no logran diseños de rutas optimizadas, ya que se evidencia tiempos muertos debido a la presencia de duplicidades en varios tramos, y a las continuas paradas por el empleo del recojo de puerta en puerta, el cual consiste en que los operarios deben acercarse a las aceras de los usuarios, recoger los desechos, y retornar a dejar los contenedores en la misma acera [5], además que a pesar de los esfuerzos que realizan aún persisten zonas sin cubrir, lo cual también se explica por el incremento de la densidad poblacional.

Ante la problemática descrita existe la opción de recurrir a la analítica para obtener soluciones óptimas por encima de lo intuitivo, pero tanto el modelado como la solución computacional enfrentan grandes desafíos, ya que las deficiencias o ausencia de planeamiento urbano [6], como es el caso del municipio en estudio, genera urbes heterogéneas con complejos diseños de tránsito y distribuciones de calles, resultando en modelos que requieren todo un desarrollo matemático por detrás para ayudar a los solver a encontrar el óptimo deseado, o haciendo que los espacios de búsqueda sean muy grandes. En este sentido, en la metodología seguida para el diseño de las rutas del municipio se recurrió a la aplicación del “problema del cartero chino” [5], conocido también como el problema de la ruta de inspección, que está basado en los circuitos eulerianos, que es una pequeña parte de la teoría de grafos de la matemática, pero que da origen a la imaginación espacial [7]. Un circuito euleriano es un circuito cerrado que permite pasar por todas las aristas y vértices una y solo una vez, teniendo como inicio y término del recorrido el mismo punto, esto es posible siempre y cuando los vértices sean de grado par, o si los grados internos y externos de cada vértice son iguales [8] y [9]. Entonces, el problema del cartero chino se explica mediante un grafo euleriano ponderado, que plantea que un cartero parte de una central de correo, y va por todas las calles de la ciudad, siguiendo un circuito euleriano donde las aristas representan a las calles y están asociadas a un valor dado por la distancia de esquina a esquina de cada una de las calles, y los vértices representan las esquinas, de este modo el

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).

ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).

DO NOT REMOVE

cartero recorre todas las calles repartiendo el correo, y luego retorna a su punto de origen en el menor tiempo posible a través de la ruta más corta [10]. La lógica del problema del cartero chino aplicado al diseño de las rutas permitiría que las compactadoras recorran todas las calles de la ciudad recogiendo los RSU de puerta en puerta en el menor tiempo posible y sin duplicidades, lo cual se traduciría en menor uso de recursos, menor costo, mayor eficiencia, y disponibilidad de los recursos para seguir ampliando coberturas [1]. Pero la aplicación del problema del cartero chino presenta una limitante cuando el diseño de las calles genera tramos con circuitos no eulerianos, debido a que la teoría plantea generar aristas ficticias para corregir los vértices impares [10], que en la práctica implicaría absurdos como recorrer calles que no existen o atravesar diagonalmente manzanas o parques. En este sentido, en el estudio se plantea el uso del “*problema de cobertura de conjuntos*” para atender los tramos no eulerianos del circuito, este problema es parte de la teoría de la programación lineal entera binaria de la investigación de operaciones, este problema plantea que varias plantas ofrecen servicios que se traslapan a varias ciudades, el traslape ocurre cuando más de una planta le da servicios a la misma ciudad, y el objetivo es determinar la cantidad mínima de plantas que satisfagan el servicio de cada una de todas las ciudades a atender [11]. Aplicado al diseño de las rutas, las ciudades pasarían a ser el equivalente a las calles que necesitan ser atendidas, y las plantas serían el equivalente a puntos fijos de recojo de residuos ubicados en cada esquina [5] para atender a las calles que hacen intersección en este punto, el traslape daría porque cada calle tendría la opción de depositar sus residuos en dos esquinas por lo menos, por lo tanto se buscaría trazar una ruta que pase por la cantidad mínima de esquinas que atienda a todas las calles de la zona a cubrir, asegurando de esta manera el menor recorrido posible.

II. METODOLOGÍA

El diseño de las rutas siguió las siguientes fases:

A. Proyección de la producción de RSU

La producción per cápita (PPC), y la producción por vivienda (PPV) de RSU son datos técnicos básicos en el proceso de diseño de rutas [2]. Para su cálculo primero se proyectó la densidad poblacional al año 2021 con (1) [12], a partir de la información del último censo del año 2017 y la tasa de crecimiento anual intercensal (Instituto Nacional de Estadística e Informática del Perú - INEI) [13]:

$$PF = P_i * (1+r)^n \quad (\text{habitantes}) \quad (1)$$

Donde:

PF: población final proyectada después de n años (habitantes).

P_i : población inicial, población real obtenida del último censo (habitantes).

r: tasa de crecimiento anual intercensal = 1.99%.

n: número de años que se desean proyectar, a partir de la población inicial.

Así mismo se determinó la cantidad de personas por vivienda (HV) con (2) [12]:

$$HV = \text{población total} / \text{número de viviendas} \quad (2)$$

Para la proyección del número de viviendas se usó una tasa de crecimiento intercensal de 0.93%. Luego con un promedio de 123.3 Tm de residuos día de acuerdo con los datos registrados durante el año 2020, se determinó el PPC y PPV usando (3) y (4) respectivamente [5]:

$$PPC = \text{residuos en un día} / \text{número de habitantes} \quad (3)$$

$$PPV = \text{residuos en un día} / \text{número de viviendas} \quad (4)$$

B. Diseño del macro ruteo

En esta fase se procedió a diseñar las macro rutas que consiste en sectorizar el área a atender, para ello primero se calculó la eficiencia del proceso de recolección (n_{rec}) con (5) [5]:

$$n_{rec} = \text{RSU día (Kg)} / \text{horas operativas día (h)} \quad (5)$$

Luego, considerando el personal disponible y compactadoras se procedió a calcular el número óptimo de sectores (S) en que debe dividirse la ciudad y homogenizar los sectores en función a esta cantidad usando (6) [5]:

$$S = \text{Producción de residuos} * J * n_{rec} * V_j \quad (6)$$

Donde:

J: horas operativas por jornada.





V_j : sectores cubiertos por jornada en un día.

Una vez obtenido el número óptimo de sectores se procedió a recalcular la población, viviendas y producción de RSU por cada sector, así mismo considerando la capacidad de carga de las compactadoras se determinó el número de rutas por sector [2].

C. Diseño de las micro rutas

En esta fase se dio inicio con la aplicación del problema del cartero chino, para ello se procedió a transformar los mapas de las calles y lotes de cada sector en grafos, convirtiendo a las esquinas en vértices representados por nodos (v_i) y a las calles en aristas representados por arcos (a_j) usando los símbolos de la Tabla I [5] y [10]:

TABLA I
SÍMBOLOS PARA EL DISEÑO DE GRAFOS

Nodo en el vértice (cruce de cada calle)	
Arco no dirigido que representa a las aristas (calles)	
Arco ficticio que representa una arista no existente	
Arco que representa la ruta diseñada	

Luego, se ponderó cada grafo calculando las distancias de las aristas entre vértices usando Google Maps. Seguido se analiza si los grafos son eulerianos para lo cual cada grafo debió cumplir la condición [8], grafo euleriano \Leftrightarrow conexo y $\forall v_i \in V, gr(v_i) \geq 2$ y par [9], entendiéndose por conexo, que para todo par de v_i que pertenece al conjunto de vértices V existe un camino que los comunica, y que gr representa el grado de cada v_i . Sobre los grafos eulerianos se procedió a trazar la ruta más corta con (7), ubicando el punto de inicio y de fin del lado más cercano al garaje de las compactadoras [2]:

$$f(x) = \min Z = a_1 + \dots + a_n \text{ (kilómetros)} \quad (7)$$

Para los v_i con gr impar, en lugar de crear aristas ficticias como lo plantea el problema del cartero chino, se pasó a aplicar el problema de cobertura de conjuntos [11]. En el modelado matemático de este problema v_i pasó a ser manejada como una variable binaria donde:

- $v_i = 1$, si un punto de recojo de basura se debe ubicar en el cruce i de las calles a_j .
- $v_i = 0$, si no sucede así.
- $i = A, B, C, \dots$
- $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Y se planteó la función objetivo (8):

$$f(x) = \min Z = \sum_{i=A}^n v_i \quad (8)$$

Esta función permitió determinar la menor cantidad de esquinas que atienden a todas las calles del tramo del grafo que contenía los vértices de gr impar. Luego se diseñó las restricciones para todas las calles a_j que hacen cruce con las esquinas de este tramo del grafo, usando un único artificio que esta expresado en (9) [11]:

$$\text{Restricción para cada } a_i) v_1 + v_2 \geq 1 \quad (9)$$

Este artificio permite seleccionar por lo menos uno o ambos v_i , además, se agrega la restricción de no negatividad (RNN) relacionada a la naturaleza binaria de cada v_i . El modelo se resolvió con el software de optimización de libre acceso LINDO. Finalmente se buscó la ruta más corta que asegure el paso por los v_i resultantes de la solución del

modelo matemático, asegurando de esta manera la atención de todas las calles, y se unió este tramo de ruta, al diseño de la ruta general trabajada con los criterios de la ruta del cartero chino.

III. RESULTADOS

De acuerdo con la información proporcionada por el municipio, en la Tabla II se muestra los datos al inicio del estudio:

TABLA II
DATOS AL INICIO DEL ESTUDIO

Datos	Valor
Sectores	24 sectores
Rutas	26 rutas
Distancia promedio de recorrido de inicio a fin	40 Kilómetros
Distancia promedio de rutas efectiva	10.016 Kilómetros
Tiempo promedio por ruta	6 hora/compactadora
Tiempo jornada laboral	8 horas/día
Vehículos asignados por ruta	1 compactadora
Número de viajes por ruta al día	1 viaje

En la Tabla III se aprecia el cálculo de los datos proyectados al año 2021:

TABLA III
DATOS PROYECTADOS AL AÑO 2021

Datos proyectados	Valor
Población (PF)	220 254 habitantes
Viviendas	67 359 viviendas
Habitantes por vivienda (HV)	3.26 habitantes
PPC	0.56 Kilogramos-día/habitante
PPV	1.83 Kilogramos-día/vivienda

La Fig. 1 muestra los 24 sectores antes del estudio:

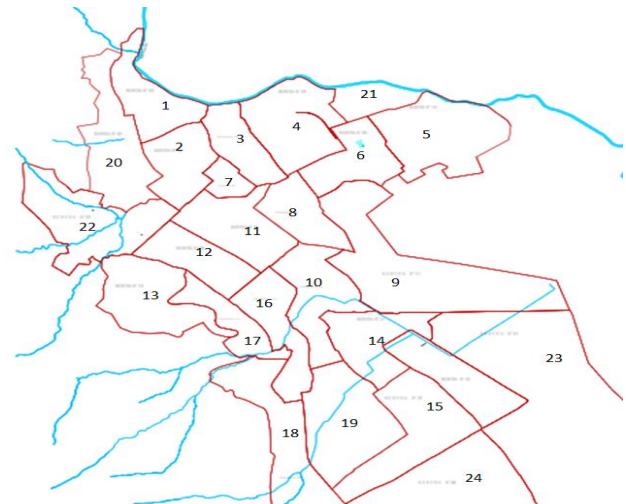


Fig. 1 Mapa de los 24 sectores iniciales.

Luego del macro ruteo se pudo optimizar el área en tan solo 18 sectores, la nueva distribución se muestra en la Fig. 2:

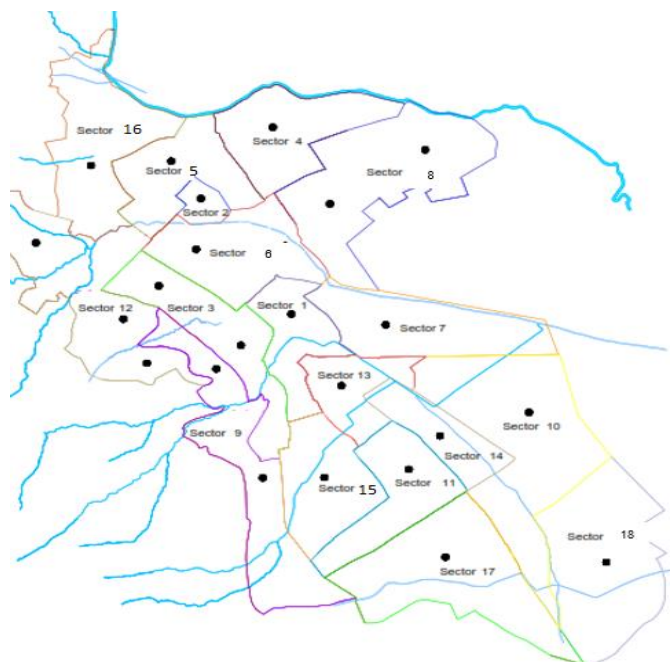


Fig. 2 Mapa de macro ruteo optimizado en 18 sectores.

Y las proyecciones de población, vivienda, producción de RSU para la nueva sectorización se muestra en la Tabla IV, en esta tabla también se muestra el número de rutas necesarias por sector teniendo en cuenta que 14 compactadoras tienen 6100 Tm de capacidad y 4 tienen 6595 Tm:

TABLA IV
DATOS PROYECTADOS AL 2021 PARA LOS 18 NUEVOS SECTORES

N°	Sector	Viviendas	Población	RSU (Kg)	Rutas (R)
1	San Sebastián	5303	17340	9707	R1 R2
2	San José	2494	8156	4566	R3
3	San Pedro	3313	10833	6064	R4
	Cumbe Mayo				
4	Pueblo Libre	4690	15335	8585	R5 R6
5	Chontapachca	3838	12551	7026	R7 R8
6	La Colmena	2445	7994	4475	R9
	La Merced				
7	Pueblo Libre 2	3098	10129	5670	R10
8	San Antonio	3888	12713	7117	R11 R12
	Las Torrecitas				

9	Santa Elena	3942	12889	7215	R13 R14
	El Estanco				
10	San Martín	5977	19545	10941	R15 R16
11	Mollepampa	3845	12574	7039	R17 R18
12	San Vicente	5721	18707	10472	R19 R20
	Lucmacucho				
	Urubamba				
13	La Florida	2996	9796	5484	R21
14	Nuevo Cajamarca	4857	15881	8890	R22 R23
15	La Tulpuna	2433	7957	4454	R24
16	Samana Cruz	2459	8040	4501	R25
17	La Paccha	2557	8360	4680	R26
18	Villa Huacariz	3503	11454	6412	R27
	Total	67359	220254	123300	27

La columna dos de la tabla III muestra los 24 sectores originales, y la columna 1 la nueva sectorización. Como se puede apreciar los sectores 3, 6, 8, 9 y 12 son los nuevos sectores optimizados. La columna 5 muestra la cantidad de RSU que se espera recolectar por sector dada las nuevas proyecciones, en este caso los sectores 1, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12 y 14, sobrepasan la capacidad de las compactadoras, por esta razón se generó dos rutas para estos sectores específicos, dando un total de 27 micro rutas, quedando así todas las rutas dentro de la capacidad de los equipos.

A partir de la Fig. 3 se muestra la aplicación del problema del cartero chino que inicia convirtiendo el mapa del sector en un grafo, donde las esquinas pasaron a representarse por nodos y las calles por aristas (para efectos didácticos solo se muestra el diseño de la ruta 3 del sector 2, las demás rutas siguieron el mismo proceso):

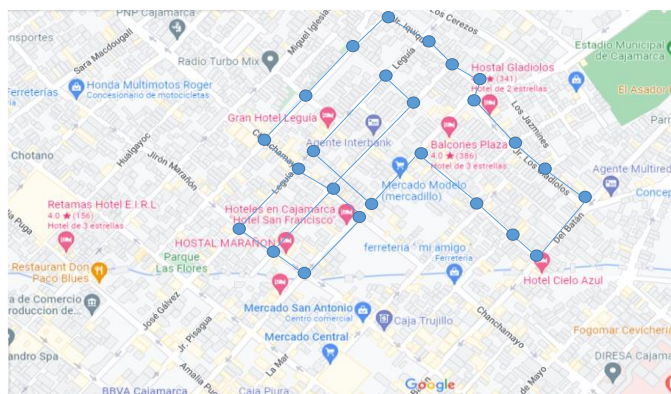


Fig. 3 Grafo a partir del mapa de calles y lotes del sector 2.

Y en la Fig. 4 se aprecia el grafo definido con las aristas ponderadas en base a la distancia entre nodos expresado en metros:

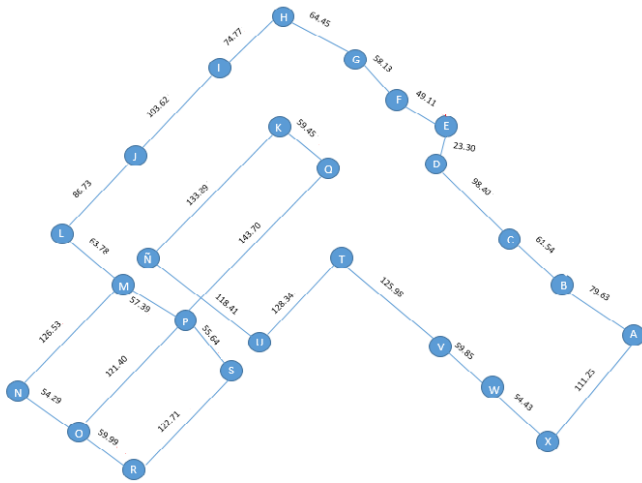


Fig. 4 Grafo ponderado con distancia en metros (m) del sector 2.

Como se puede apreciar el tramo que incluye a los vértices v_M , v_P , v_S , v_N , v_O , y v_R , contiene vértices de gr impar, y si se aplica únicamente los pasos del problema del cartero chino generando arcos ficticios, se obtiene la ruta mostrada en la Fig. 5:

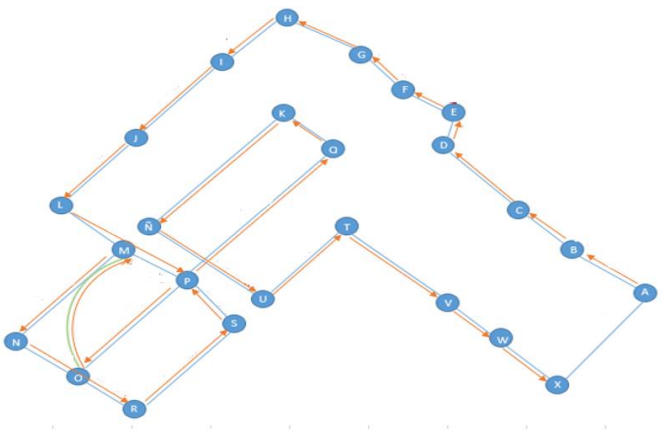


Fig. 5 Ruta óptima para el sector 2 usando el problema del cartero chino.

Si bien se consigue una ruta euleriana y se asegura la atención a todos los usuarios, el arco ficticio que une v_M y v_O , no podría ser aplicado en la práctica porque implicaría cruzar de manera diagonal una cuadra de viviendas. En este caso se procedió a trabajar el tramo del grafo que incluye a los vértices v_M , v_P , v_S , v_N , v_O , y v_R , mediante el problema de cobertura de conjuntos. El modelo matemático usando (8) y (9), se aprecia a continuación:

$$\min Z = v_M + v_P + v_S + v_N + v_O + v_R$$

s.a.

$$Ra_1) v_M + v_N \geq 1$$

$$Ra_2) v_N + v_O \geq 1$$

$$Ra_3) v_O + v_R \geq 1$$

$$Ra_4) v_R + v_S \geq 1$$

$$Ra_5) v_S + v_P \geq 1$$

$$Ra_6) v_O + v_P \geq 1$$

$$Ra_7) v_M + v_P \geq 1$$

$$RNN) v_i(0 \text{ ó } 1)$$

Luego, este modelo fue ingresado al software de optimización LINDO, obteniendo la siguiente lectura:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

Z) 3.000000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
VM	1.000000	1.000000
VP	0.000000	1.000000
VS	1.000000	1.000000
VN	0.000000	1.000000
VO	1.000000	1.000000
VR	0.000000	1.000000

De acuerdo con los resultados, se debe ubicar puntos fijos de recojo de residuos en v_M , v_S , y v_O , que asegura el servicio de todas las calles a_j de este tramo del grafo, y se procede a trazar una ruta corta que una a estos puntos, ver Fig. 6:

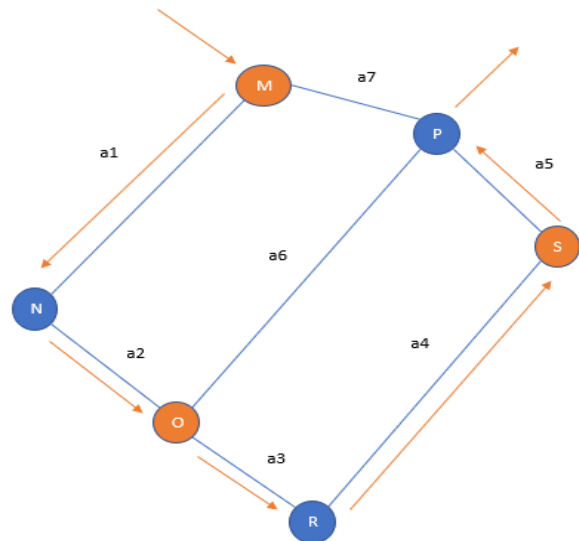


Fig. 6 Optimización de la ruta en los tramos con vértice de gr impar.

Este tramo de ruta pasó a unificarse con el tramo de ruta que presentó vértices pares, luego se procedió a medir la ruta optimizada usando Google Maps, Fig 7:

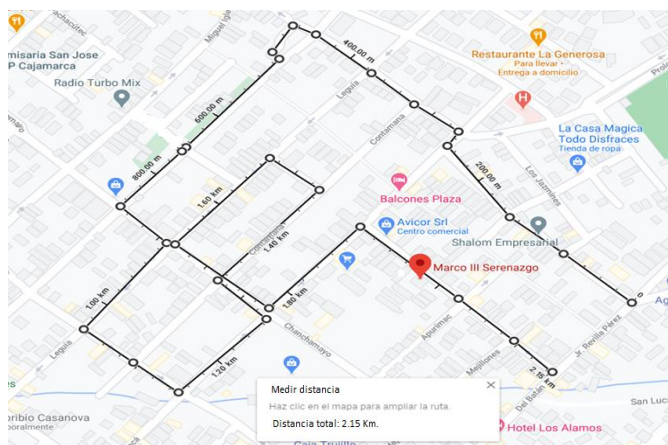


Fig. 7 Distancia en Km de la ruta 3 optimizada correspondiente al sector 2.

En la figura se puede ver que la distancia efectiva de recorrido optimizado es de 2.15 Km, y que al no tratarse de un grafo euleriano, la ruta presenta una duplicidad necesaria en la arista a_3 . Finalmente, en la Tabla V se aprecia la distancia y tiempo promedio de recorrido de las compactadoras recogiendo RSU por cada ruta optimizada:

TABLA V
DISTANCIAS Y TIEMPOS OPTIMIZADOS POR RUTA

Micro Ruteo	Distancias (Km)				Tiempo de recorrido (h)
	Garaje a inicio de recorrido efectivo	Recorrido efectivo	Fin de recorrido a relleno sanitario	Total	
Ruta 1	0.8	3.24	17.1	21.14	1.62
Ruta 2	1.9	4.6	18	24.5	2.3
Ruta 3	0.85	2.15	19.1	22.1	1.075
Ruta 4	2.1	11.2	17.8	31.1	5.6
Ruta 5	0.85	4.79	19.5	25.14	2.395
Ruta 6	1.5	2.63	18.7	22.83	1.315
Ruta 7	0.65	7.21	19.5	27.36	3.605
Ruta 8	2.5	3.51	19.6	25.61	1.755
Ruta 9	1.4	10.12	19.3	30.82	5.06
Ruta 10	0.8	8.05	16.9	25.75	4.025
Ruta 11	0.23	4.05	18.9	23.18	2.025
Ruta 12	0.35	10.33	20.41	31.09	5.165
Ruta 13	1.8	5.94	18.2	25.94	2.97
Ruta 14	2.5	3.94	17.9	24.34	1.97
Ruta 15	5.6	7.21	15.3	28.11	3.605
Ruta 16	3.2	3.43	16	22.63	1.715
Ruta 17	2.8	3.44	17.1	23.34	1.72
Ruta 18	3.1	3.92	15.8	22.82	1.96
Ruta 19	2.9	5.88	20.1	28.88	2.94
Ruta 20	2.4	7.12	20.4	29.92	3.56
Ruta 21	1.5	7.48	17.1	26.08	3.74
Ruta 22	1.5	6.58	15.9	23.98	3.29
Ruta 23	1.5	6.60	15.9	26.55	3.443
Ruta 24	2.2	7.08	17.4	26.68	3.54
Ruta 25	2.7	10.61	19.6	32.91	5.305
Ruta 26	3.4	17.48	16.1	36.98	8.74
Ruta 27	3.5	12.45	14	29.95	6.225
Total		6.71		26.66	3.36

En la tabla VI se muestra el resumen de las mejoras tras la optimización:

TABLA VI
DATOS PROYECTADOS AL 2021 PARA LOS 18 NUEVOS SECTORES

Datos	Valor inicial	Valor final
Sectores	24 sectores	18 sectores
Rutas	26 rutas	27 rutas
Distancia de recorrido de inicio a fin promedio	40 Km.	26.66 Km.
Distancia de rutas efectiva promedio	10.016 Km.	6.71 Km.
Tiempo por ruta promedio	6 h/equipo	3.36 h/ equipo
Tiempo jornada laboral	8 horas/día	8 horas/día
Vehículos asignados por ruta	1 compactadora	1 compactadora
Número de viajes por ruta al día	1 viaje	1 viaje

Como se puede apreciar la aplicación de la metodología permitió reducir los sectores en 16%, la distancia de recorrido promedio total por ruta en 66.6%, la distancia de recorrido promedio efectivo por ruta en 66.9%, y el tiempo de recorrido de ruta en 56%.

IV. DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

En el estudio se logró optimizar el diseño de las rutas de recojo de RSU de la municipalidad de Cajamarca, que se vio reflejado en la disminución de las distancias y tiempos de recorrido, y una mejor distribución de los sectores a atender. Sin embargo la optimización fue posible debido a la aproximación, y no al uso exclusivo de los alcances del problema del cartero chino y el problema de cobertura de conjuntos usado en otros estudios, debido a que el problema del cartero chino funciona siempre y cuando se trabaje sobre un circuito euleriano [10], pero el diseño de las ciudades y sus calles no siempre se pueden explicar por un grafo de este tipo [8], sin embargo en la medida que se logra identificar estas distribuciones, es posible diseñar rutas sin duplicidades de tramos, evitando tiempos muertos y uso indebido de recursos mejorando la gestión de los municipios [14] y [3], pero como se evidenció en el caso presentado, la generación de aristas ficticias para convertir los grafos no eulerianos a eulerianos, da como resultado trazos que no son viables en la realidad, sin embargo, no por esto se puede descartar del todo el uso de este problema, por el contrario se mantiene la lógica de buscar la ruta más corta pasando una y solo una vez por los vértices y aristas, y para los tramos con presencia de vértices de gr impar, se busca la optimización pero en función de la mínima cantidad de vértices que se escogerán en ese tramo, que aseguren la atención de todas las aristas implicadas en esa porción, usando el problema de cobertura de conjuntos [11], de este modo las rutas se acortan al no tener que pasar por todas las aristas necesariamente, y aunque esto implica que puede generarse alguna duplicidad de tramo, como en el resultado del estudio, éstas se proyectan a ser mínimas al no estar sujetas a la necesidad de recorrer todos los vértices. En la práctica estas dos aproximaciones se

ajustan mejor a un sistema de recojo de residuos con punto fijo, pero el sentido de flexibilidad se aplica [7], y en los tramos que es posible recorrer las aristas, es decir las calles, se mantiene por ahora el sistema de recojo de puerta en puerta, sin embargo la investigación de metodologías que contribuyan al diseño de rutas de recojo de RSU, aún tiene mucho por explorar [2], en ese sentido las futuras investigaciones pueden probar la efectividad del recojo exclusivo usando punto fijo, así como la incorporación de otras variables que son más complejas de manejar como la velocidad de recorrido en pendiente, o la velocidad en función de la carga, o la variación de la atención por alteraciones en las rutas de tránsito [6], sin embargo es importante introducir cambios y ajustes de manera gradual, ya que el costo de modelos más complejos puede ser el desánimo o rechazo por parte de los municipios. Otro aspecto importante a hacer notar es la importancia de mantener actualizadas las proyecciones de generación de residuos que podrían sesgar los resultados de la implementación de las mejoras [2], así como la sectorización en la medida que las ciudades se expanden [5].

En conclusión, los resultados de la investigación demuestran que sí es posible diseñar y optimizar rutas de recojo de RSU usando el campo multidimensional de la analítica, por encima del sentido común, pero que esto requiere una posición flexible que permita comprender hasta qué punto una teoría responde a las circunstancias, o cuándo se debe buscar adaptaciones que respondan a la lógica de la realidad.

REFERENCIAS

[1] K. Samson, "Critical Analysis of the Challenges of Solid Waste Management Initiatives in Keko Machungwa Informal Settlement, Dar es Salaam", vol. 5, núm. 12, pp. 220–232, el 11 de septiembre de 2014.
 [2] U. Dereci y M. E. Karabekmez, "The applications of multiple route optimization heuristics and meta-heuristic algorithms to solid waste transportation: A case study in Turkey", *Decis. Anal. J.*, vol. 4, p. 100113, sep. 2022, doi: 10.1016/j.dajour.2022.100113.

[3] J. C. Rodríguez López, M. I. Rodríguez-García, J. A. Moscoso Lopez, J. J. Ruíz Aguilar, J. M. Alcántara Pérez, y I. J. Turias Domínguez, "Prediction of container filling for the selective waste collection in Algeciras (Spain)", *Transp. Res. Procedia*, vol. 58, pp. 583–590, 2021, doi: 10.1016/j.trpro.2021.11.077.
 [4] Municipalidad Provincial de Cajamarca, "Municipalidad de Cajamarca incrementó su capacidad de recolección de residuos en un 42% en el 2021", el 28 de diciembre de 2021.
 [5] F. Martínez, "Propuesta de rediseño de macro y micro rutas del sistema de recolección de residuos sólidos de la ciudad de Tucán", Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2018. [En línea]. Disponible en: <https://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/19136/1/CD-8521.pdf>
 [6] S. Felício *et al.*, "Handling OpenStreetMap georeferenced data for route planning", *Transp. Res. Procedia*, vol. 62, pp. 189–196, 2022, doi: 10.1016/j.trpro.2022.02.024.
 [7] España. *Problema del cartero chino*, (el 26 de octubre de 2015).
 [8] S. Bouamama, "Sets of Semantic Superposed graphs: the new theory that enriches the graph theory", *Procedia Comput. Sci.*, vol. 192, pp. 4330–4336, 2021, doi: 10.1016/j.procs.2021.09.209.
 [9] *Matemática discreta - Grafos eulerianos*, (el 30 de abril de 2015). [En línea Video]. Disponible en: <https://www.bing.com/videos/search?q=teoria+de+grafos&view=detail&mid=FB84607C5FB0CC3BA332FB84607C5FB0CC3BA332&FORM=VDRVRV&ru=%2Fvideos%2Fsearch%3Fq%3Dteoria%2Bde%2Bgrafo%26FORM%3DHDRSC4&ajaxhist=0>
 [10] G. Braier, G. Duran, J. Marengo, y F. Wesner, "Una aplicación del problema del cartero rural a la recolección de residuos reciclables en Argentina", 2015.
 [11] H. Taha, *Investigación de Operaciones*, Novena. México: Pearson, 2012.
 [12] Ministerio del Ambiente, "Guía metodológica para el desarrollo del estudio de caracterización de residuos sólidos municipales (EC-RSM)". Ministerio del Ambiente, 2015. [En línea]. Disponible en: <https://redrrss.minam.gob.pe/material/20150302182233.pdf>
 [13] INEI, "Censos Nacionales 2017 y el perfil sociodemográfico del Perú", el 7 de septiembre de 2018. [En línea]. Disponible en: <https://www1.inei.gob.pe/prensa/noticias/inei-difunde-base-de-datos-de-los-censos-nacionales-2017-y-el-perfil-sociodemografico-del-peru-10935/>
 [14] E. Amarachukwu, A. M. Evuti, K. A. Salam, y S. S. Silas, "Determination of waste generation, composition and optimized collection route for university of Abuja main campus using 'MyRouteOnline' software", *Sci. Afr.*, vol. 10, p. e00569, nov. 2020, doi: 10.1016/j.sciaf.2020.e00569.