

Generation of daily flows using the GR4j Method and the ERA5 gridded climate information in the Mala basin up to the La Capilla station

Baldeón-Rivera Franco Joel¹, Alba-Lopez Nuri Astenia², Carmona-Arteaga Abel, Magister Scientiae en Recursos Hídricos ³, Vereau-Miranda Edmundo, Magister en Administración de Empresas⁴^{1,2,3,4} *Universidad Privada del Norte, Perú, N00051119@upn.pe, N00173965@upn.pe, abel.carmona@upn.edu.pe, edmundo.vereau@upn.edu.pe*

Abstract- Given the recurring extreme rains and the increase in river flow in many basins on the Pacific slope, the Peruvian government is considering building river defenses to prevent future floods and overflows. One of the most affected basins is that of the Mala River, which suffered the overflow of the waters of its main channel in March 2017, causing serious economic and material damage. Doing an exploration in the basin, it was found that there is a hydrometric station in the main channel of the Mala River called La Capilla, which has valid daily records between the years 2018 - 2020. Unfortunately, this number of records is insufficient for any study. Hydrological. It is for this reason that the purpose of this research was to be able to generate daily historical flow records based on the ERA5 gridded climate information of satellite origin. These data were used in the French GR4j model, obtaining excellent R² correlation values in its calibration, validation and data extension, which allowed us to generate a flow record at daily flow between the years 1980 and 2020. These records will be useful for future projects against future overflows of the Mala River.

Keywords—Mala Basin, hydrological model GR4j, ERA5, Google Earth Engine.

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).
ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).
DO NOT REMOVE

Generación de caudales diarios usando el Método GR4j y la información climática grillada ERA5 en la cuenca Mala hasta la estación La Capilla

Baldeón-Rivera Franco Joel¹, Alba-Lopez Nuri Astenia², Carmona-Arteaga Abel, Magister Scientiae en Recursos Hídricos³, Vereau-Miranda Edmundo, Magister en Administración de Empresas⁴^{1,2,3,4} Universidad Privada del Norte, Perú, N00051119@upn.pe, N00173965@upn.pe, abel.carmona@upn.edu.pe, edmundo.vereau@upn.edu.pe

Resumen- Ante las recurrentes lluvias extremas y el aumento del caudal de los ríos en muchas cuencas de la vertiente del pacífico, el gobierno peruano, está planteando construir defensas riverañas para evitar futuras inundaciones y desbordes. Una de las cuencas más afectadas es la del río Mala, la cual sufrió el desborde de las aguas de su cauce principal en el marzo del 2017 ocasionando graves daños económicos y materiales. Haciendo una exploración en la cuenca se encontró que existen una estación hidrométrica en el cauce principal del río Mala llamada la Capilla, la cual cuenta con registros validos a paso diario entre los años 2018 – 2020. Lamentablemente esta cantidad de registros son insuficientes para cualquier estudio hidrológico. Es por esta razón que la presente investigación tuvo como fin, poder generar registros de caudales históricos diarios en base a la información climática grillada ERA5 de origen satelital. Estos datos se usaron en el modelo francés GR4j, obteniéndose excelentes valores de correlación R² en su calibración validación y extensión de datos, lo que nos permitió generar un registro de caudales a paso diario entre los años 1980 al 2020. Estos registros serán útiles para futuros proyectos ante futuros desbordes del río Mala.

Palabras Claves-- Cuenca Mala, Modelo hidrológico GR4j, ERAS, Google Earth Engine.

I. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años en las principales cuencas del Perú, sobre todo las localizadas en la vertiente de Pacífico han venido ocurriendo desbordes e inundaciones de sus ríos, lo cual ha ocasionado cuantiosas pérdidas económicas y en algunos casos hasta de vidas humanas. Este es el caso de la cuenca del río Mala, la cual es afectada ocasionalmente por el Fenómeno del Niño costero. Esto se pudo ver en marzo del 2017, donde estos desbordes generaron extensos daños en la agricultura, e infraestructura en las localidades y distritos cercanas a la cuenca Mala.

Actualmente se cuentan con presupuesto para la ejecución de estas obras proyectos, pero no se cuentan con registros hidrométricos de años pasados. Esto es un factor crucial para cualquier estudio hidrológico e hidráulico que se plantea realizar en un futuro. Revisando la información disponible se pudo encontrar registros hidrométricos en la estación La Capilla, sin embargo, esta tiene solo dos años de mediciones válidas.

Ante la falta de registros de varios años en la cuenca del río Mala, en la siguiente investigación se ha planteado poder

generar series de caudales a paso diario en base a datos de precipitación y temperatura del producto grillado ERA5 de origen satelital, con la finalidad de calibrar, validar y reconstruir que los registros de caudales generados a paso diario puedan servir de base para futuros estudios hidrológicos e hidráulicos en las zonas afectadas.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Área de Estudio

El área de estudio es la cuenca del río Mala, la cual pertenece a la vertiente del Pacífico, estas cuencas históricamente han sufrido el desborde de sus ríos ante lluvias extremas generalmente ocasionadas por el fenómeno del Niño.

La Cuenca del río Mala cuenta con un área de 2319.71 km² y está ubicado entre Latitud Sur: 11°53'36" - 12°41'03" Longitud Oeste: 75°56'32" - 76°39'21".

Estación la Capilla: Latitud: 12°31'00", Longitud: 78°29'00", Altitud: 442 m [1].

2.2 Data cartográfica

La información fue extraída de las cartas nacionales del Instituto Geográfico Nacional (IGN) a escala de 1:100 000 las cuales sirvieron para la delimitación del área de la Cuenca Mala. Las hojas usadas se aprecian en la Tabla 1.

TABLA 1

Hojas de la carta nacional para delimitación de la cuenca Mala.

Nº	Nombre
14-d	Chiclayo
14-e	Chongoyape
15-e	Chepén
15-d	Pacasmayo

2.3 ArcGIS

Es un software de Sistema de Información Geográfica que permite recopilar, organizar, administrar, analizar, compartir y distribuir información geográfica [4]. En este proyecto de investigación utilizamos el software para la delimitación de la cuenca Mala hasta la estación hidrométrica La Capilla. Esta delimitación se puede ver en la figura 1.

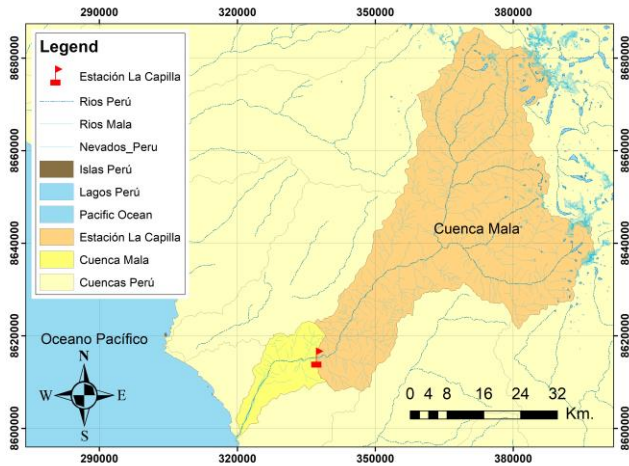


Fig. 1 Cuenca Río Mala delimitada a partir de la estación La Capilla.

2.4 Google Earth Engine (GEE)

Es una Plataforma de geomática basada en la nube que permite a los usuarios visualizar y analizar imágenes multiespectrales y registros climáticos recopilados por satélites que orbitan nuestro planeta. De aquí se obtuvieron los registros de precipitación y temperatura media de la cuenca en metros (m) y grados kelvin respectivamente (°K). Esta información fue convertida a milímetros (mm) y a grados centígrados (°C) para cada caso.

Por medio de esta plataforma, se extrajeron datos climáticos grillados usando el script suministrado por el Mg. Sc. Abel Carmona Arteaga [5], con lo cual se obtuvieron la precipitación en metros y la temperatura en grados Kelvin, los cuales se convirtieron a milímetros y grados Celsius, respectivamente.

2.5 Datos Grillados Climáticos ERA5

ERA5 es un conjunto de datos de reanálisis que proporciona una visión coherente de la evolución de las variables climáticas terrestres durante varias décadas con una resolución mejorada de 10km x 10km [2]. De estos registros se extrajeron valores de precipitación y temperatura media usando la Plataforma (GEE) a paso diario [8].

Se utilizó la precipitación promedio en el periodo 01/08/2018 al 30/06/2019 para el desarrollo de la calibración y en el periodo 01/07/2019 al 09/07/2020 para el desarrollo de la validación.

2.6 Data hidrométrica

Esta información fue extraída a través del Autoridad Nacional del Agua (ANA). Los caudales promedios diarios observados de la Estación La Capilla entre los años 2018-2020, fueron obtenidos mediante su plataforma web del ANA [3].

En la estación La Capilla, se consideró los caudales diarios para el desarrollo de la calibración en el periodo 01/08/2018 – 30/06/2019 y para la validación el periodo 01/07/2019 – 09/07/2020.

2.7 Autoridad Nacional del Agua (ANA)

Es un organismo técnico especializado perteneciente al Ministerio de Agricultura y Riego de Perú que se encarga de realizar las mediciones de registros hidrométricos [3]. Este organismo proporciono los registros diarios de los caudales observados en la Estación La Capilla - Mala entre los años 2018-2020, los cuales fueron obtenidos mediante su plataforma web del ANA.

2.8 Método Malmstrom

Este método permite obtener valores de evapotranspiración potencial utilizando la presión de vapor a saturación (e_s) para estimar la evapotranspiración potencial [8]. Este método es usado para hallar la evotranspiración en el modelo GR4j. A continuación, se presenta la expresión:

$$ET_o = 4.09 * e_s \quad (1)$$

Donde e_s está dado por:

$$e_s = 6.11 * e^{\left(\frac{17.27T_m}{237.3+T_m}\right)} \quad (2)$$

T_m : Temperatura media mensual en °C.

e : Número de Euler.

2.9 Método GR4j

Es un modelo francés de precipitación – escorrentía, el cual calibrar y validar caudales usando registros de precipitación y evapotranspiración potencial a paso diario. Los parámetros que usa el modelo se pueden ver en la tabla 2.

TABLA 2
Parámetros usados en el modelo GR4j.

Parámetro	Descripción
x_1 (mm)	Capacidad máxima del tanque de producción.
x_2 (mm)	Coefficiente de intercambio de aguas subterráneas.
x_3 (mm)	Capacidad máxima para el tránsito en canales.
x_4 (días)	Tiempo base del hidrograma unitario UH1.

El modelo GR4j toma la precipitación y la evapotranspiración diaria promedio dentro del área de la cuenca como entrada y el caudal diario como salida. De igual forma usa el coeficiente de Nash - Sutcliffe como la función objetivo en la fase de calibración. En el modelo GR4j la precipitación y la evapotranspiración potencial sirven para poder extender registros de caudales [6].

Para obtener un promedio espacial de datos climáticos se usó el método de los polígonos de Thiessen. Estos registros tanto

de precipitación y evapotranspiración sirvieron de entrada al modelo GR4j. En la Figura 2 se muestra el algoritmo del modelo GR4j.

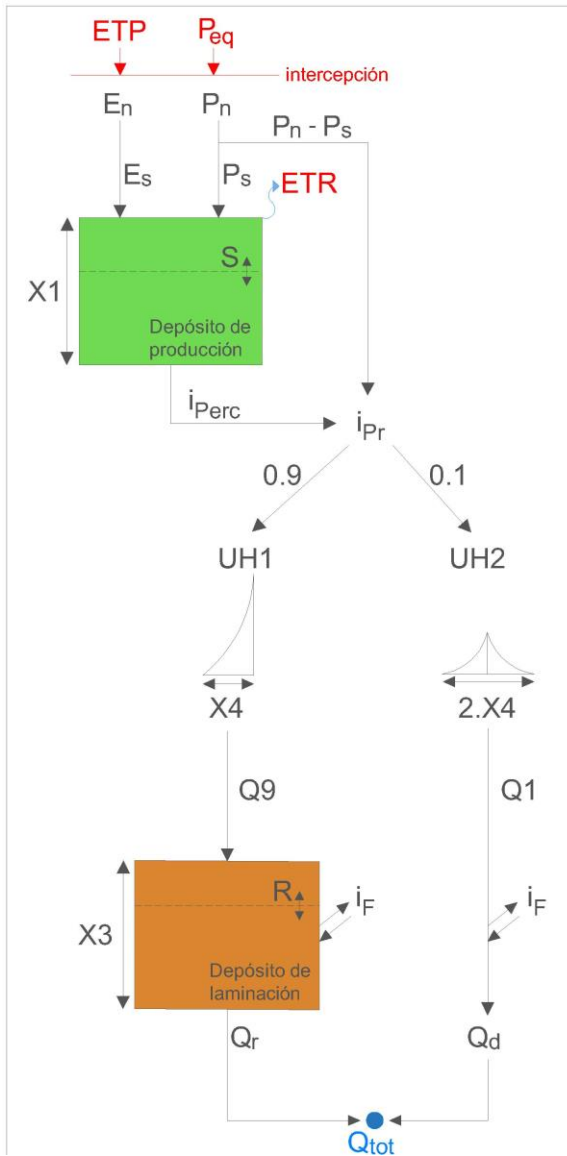


Fig. 2 GR4j modelo hidrológico (Perrin et al., 2010).

2.10 Descripción matemática del Modelo GR4j

Determinación de la precipitación y evapotranspiración potencial neta.

Las componentes principales del modelo incluyen: en primer lugar, el restar la evapotranspiración E de la precipitación P , se determina una precipitación neta P^n o una capacidad neta de evapotranspiración E^n .

$$\text{Si } P \geq E \text{ entonces } P^n = P - E \text{ y } E^n = 0 \quad (3)$$

a) Ecuación Precipitación neta.

$$\text{Si } P < E \text{ entonces } P^n = 0 \text{ y } E^n = E - P \quad (4)$$

b) Depósito de producción.

En el caso de que P^n , no sea cero, una parte P_s de P^n , entra en el depósito de producción.

De esta forma, el contenido de agua en el tanque de producción se actualiza como:

$$P_s = \frac{x_1 \left[1 - \left(\frac{S_1}{x_1} \right)^2 \right] \tanh \left(\frac{P^n}{x_1} \right)}{1 + \left(\frac{S_1}{x_1} \right) \tanh \left(\frac{P^n}{x_1} \right)} \quad (5)$$

c) Ecuación de Almacenamiento de producción.

P_s es determinada como una función del nivel S en el tanque, donde x_1 (mm) es la máxima capacidad del tanque de producción. Cuando E^n no es cero, una tasa real de evaporación es determinada como una función del nivel en el almacenamiento de producción con el fin de calcular la cantidad E_s de agua que se evaporará del tanque.

$$E_s = \frac{S \left(2 - \frac{S}{x_1} \right) \tanh \left(\frac{E^n}{x_1} \right)}{1 + \left(1 + \frac{S}{x_1} \right) \tanh \left(\frac{E^n}{x_1} \right)} \quad (6)$$

d) Ecuación Tasa real de evaporación.

De esta forma, el contenido de agua en el tanque de producción se actualiza como:

$$S = S - E_s + P_s \quad (7)$$

e) Ecuación Cantidad de agua corregida.

Es importante resaltar que S nunca puede exceder a x_1 . Una cantidad P_{erc} se escapa como percolación del almacenamiento de producción. Este valor se calcula de la siguiente manera:

III. METODOLOGIA

$$P_{erc} = S \left[1 - \left(1 + \left(\frac{4S}{9x_1} \right) \right)^1 \right]^{-0.25} \quad (8)$$

f) Ecuación Percolación en el tanque de Producción.

De la expresión anterior se concluye que la percolación no contribuye mucho al caudal por esta razón es importante principalmente para la simulación de eventos mínimos. El valor de percolación es siempre menor que S . El nuevo nivel en el tanque queda definido como:

$$S = S - P_{erc} \quad (9)$$

g) Ecuación Valor de Percolación.

Distribución lineal con hidrogramas unitarios.

La cantidad total de agua P_r que alcanza las funciones de distribución esta dada por:

$$P_r = P_{erc} + (P_n - P_s) \quad (10)$$

h) Ecuación cantidad total de agua.

El valor del P_r se divide en dos componentes de flujo: el 90% de P_r se distribuye por medio de una hidrógrafa unitaria UH1 y luego por un tanque de distribución no lineal. El 10% restante de P_r es distribuido por medio de una hidrógrafa unitaria UH2. Con UH1 y UH2, se puede simular el tiempo de rezago entre el evento de lluvia y el caudal pico resultante. Las ordenadas de ambas hidrógrafas son usadas en el modelo para distribuir la lluvia efectiva sobre varios intervalos de tiempo sucesivos. UH1 y UH2 dependen del mismo parámetro x_4 expresado en días, sin embargo, UH1 tiene un tiempo base de x_4 días, mientras que UH2 tiene un tiempo base de $2x_4$ días. El parámetro x_4 puede tomar valores reales y debe ser mayor de 0.5 días. En su forma discreta, las hidrógrafas unitarias UH1 y UH2 tienen n y m ordenadas respectivamente, donde n y m son los enteros más pequeños que exceden x_4 y $2x_4$ respectivamente. Las ordenadas de ambas hidrógrafas se derivan de las curvas-S correspondientes (proporción acumulada de la entrada con el tiempo) denotadas por SH1 y SH2 respectivamente.

Se ha realizado el método cuantitativo debido a que la presente investigación se obtiene datos medibles la cual pueden validarse con modelos y principios científicos utilizados.

3.1 Metodología de Calibración del Modelo GR4j

En esta etapa se busca identificar los valores de los parámetros, con la finalidad de ajustar de manera óptima y más próxima al real de un sistema que el modelo representa.

3.2 Coeficiente de Nash-Sutcliffe (E)

Determina la eficiencia entre un modelo simulado y otro observado. Se expresa de la siguiente manera [8]:

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{sim,i} - Q_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q}_i)^2} \quad (11)$$

Donde:

n : Cantidad de datos.

Q_i : Caudales Observados en m^3/s .

\bar{Q}_i : Promedio de los caudales observados en m^3/s .

$Q_{sim,i}$: Caudales Simulados en m^3/s .

En la tabla 3, se presenta los valores referenciales del criterio de Nash-Sutcliffe:

TABLA 3
Valores referenciales del criterio de Nash-Sutcliffe.

Nash-Sutcliffe	Ajuste
< 0.2	Insuficiente
0.2 – 0.4	Satisfactorio
0.4 – 0.6	Bueno
0.6 – 0.8	Muy bueno
> 0.8	Excelente

3.3 Coeficiente de determinación (R^2)

El coeficiente de correlación (R^2) que expresa la dependencia lineal entre dos variables, para este estudio nos referimos a los caudales medidos y los caudales generados. En la tabla 4 se ven los rangos de R^2 .

TABLA 4
Valores referenciales para el coeficiente de determinación
Fuente: Miroslaw y Okruszko (2011).

Rango del R ²	Categoría de calidad de modelo
0.99 ≤ R ² < 1.00	Excelente
0.95 ≤ R ² < 0.99	Muy bueno
0.90 ≤ R ² < 0.95	Bueno
0.85 ≤ R ² < 0.90	Bastante bueno
0.80 ≤ R ² < 0.85	Promedio
0.70 ≤ R ² < 0.80	Satisfactorio
R ² < 0.70	Insuficiente

3.4 Metodología de validación del modelo GR4j

En esta etapa se procede a verificar la calidad y confiabilidad de los ajustes del proceso de calibración, de la información disponible para el funcionamiento del modelo GR4j.

IV. RESULTADOS

4.1 Calibración

El periodo de análisis es de 334 días comprendido entre 01/08/2018 al 30/06/2019 con un periodo de prueba de 10 días, analizado a partir de la estación hidrométrica La Capilla en un área de 2319.71 km². En la Tabla 5, el valor de Nash es 86.7%. Lo que indica excelente, según el criterio de Nash-Sutcliffe y Bastante bueno según R². En la Tabla 6 se pueden ver los parámetros de ajuste del modelo para la calibración.

TABLA 5
Criterios de eficiencia (%) en la etapa de calibración.

Criterios de eficiencia (%)	
Nash(Q)	86.7
Nash(VQ)	86.1
Nash(ln(Q))	68.4
Bilan	96.8

TABLA 6
Parámetro del modelo GR4j en la etapa de calibración.

Parámetro del modelo GR4j en la etapa de calibración.		
Superficie de la Cuenca (km ²)	2319.71	
Valores Iniciales		
Tasa de llenado inicial S0/x1	0.30	
Tasa de llenado inicial R0/3	0.70	
Parámetros	Unidad	Transf.
X ₁	mm	6.36
X ₂	mm	-4.38
X ₃	mm	4.82
X ₄	días	-0.19

En la tabla 7 podemos observar el promedio de los datos hidrométricos utilizados en la etapa de calibración.

TABLA 7
Promedio de los datos hidrométricos utilizados en la etapa de calibración.

Precipitación media observada (mm/día)	4.932
Promedio de ETP observados (mm/día)	1.687
Caudales medios observados (mm/día)	0.529
Promedio de las raíces de los caudales observados	0.635
Logaritmo promedio de flujos observados	-1.121

En la figura 3 se puede ver la comparación de los registros de caudales generados y medidos a paso diario para el periodo de calibración y en la figura 4 la correlación entre ambas series de datos.

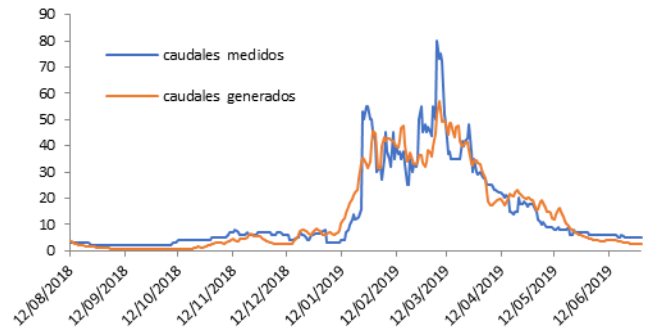


Fig. 3 Comparativa de caudales medidos (ANA) y los generados con el modelo GR4j usando datos grillados ERA5 para el periodo 01/8/2018 al 30/06/2019.

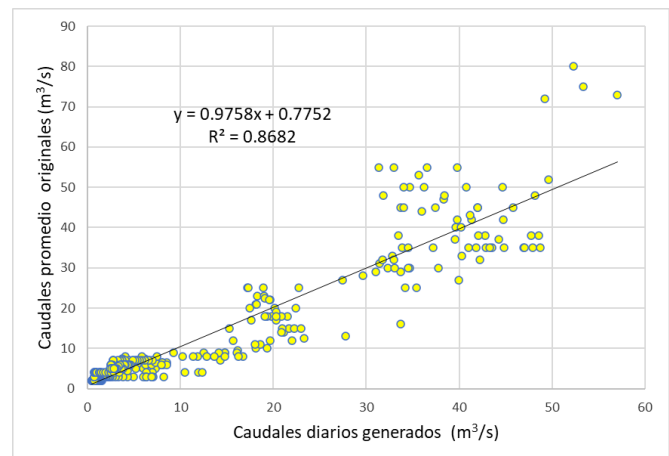


Fig. 4 Correlación R² entre los caudales generados de datos diarios (m³/s) y caudales registrado promedio diarios (m³/s) observados para el periodo de calibración.

4.2 Validación

El periodo de análisis fue de 355 días comprendido entre 01/07/2019 al 09/07/2020 con un periodo de prueba de 20 días. En la Tabla 8, el valor de Nash-Sutcliffe es 86.4%. Por lo tanto, según la Tabla 2 se interpreta que el ajuste realizado es excelente.

TABLA 8
Criterios de eficiencia (%) en la etapa de validación.

Criterios de eficiencia (%)	
Nash (Q)	86.4
Nash (VQ)	86.8
Nash(ln(Q))	75.1
Bilan	95.0

En la Tabla 9 se pueden ver los parámetros de ajuste del modelo para la calibración. Así mismo en la tabla 10 podemos observar el promedio de los datos hidrométricos utilizados en la etapa de calibración.

TABLA 9
Parámetro del modelo GR4j en la etapa de validación.

Superficie de la Cuenca (km ²)	2319.71	
Valores Iniciales		
Tasa de llenado inicial S0/x ₁	0.30	
Tasa de llenado inicial R0/3	0.70	
Parámetros	Unidad	Transf.
X ₁	mm	5.94
X ₂	mm	-4.70
X ₃	mm	5.70
X ₄	días	-0.53

TABLA 10
Promedio de los datos hidrométricos utilizados en la etapa de validación.

Precipitación media observada (mm/día)	4.008
Promedio de ETP observados (mm/día)	1.696
Caudales medios observados (mm/día)	0.546
Promedio de las raíces de los caudales observados	0.647
Logaritmo promedio de flujos observados	-1.104

En la figura 5 se puede ver la comparación de los registros de caudales generados y medidos a paso diario para el periodo de validación y en la figura 6 la correlación entre ambas series de datos.

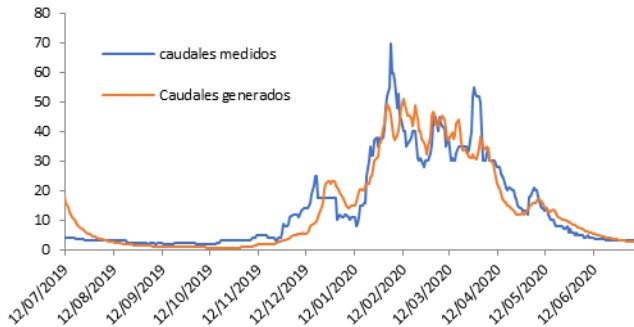


Fig. 5 Comparativa de caudales medidos (ANA) y los generados con el modelo GR4j usando datos grillados ERA5 para el periodo 1/7/2019 al 09/07/2020.

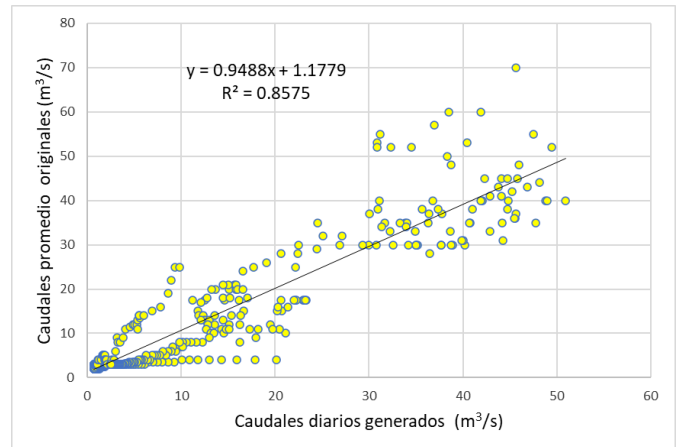


Fig. 6 Correlación R^2 entre caudales diarios generados con el método GR4j y caudales diarios medidos en el periodo de validación.

V. ANALISIS DE RESULTADO

Los resultados obtenidos de calibración y validación según los criterios de eficiencia Nash-Sutcliffe son 86.7% y 86.4% respectivamente, ver la Tabla 5 y 8, teniendo, así como resultado $R^2 = 0.8682$ y $R^2 = 0.8575$, ver en la Figura 4 y 6. Se concluye que se ha obtenido un valor cercano a 1 lo que representa que el modelo GR4j se acopla muy bien al área estudiada de la Cuenca Mala hasta la Estación hidrométrica La Capilla.

En la figura 7, se muestra la simulación del periodo de 40 años entre (1980 – 2020) usando los valores x_1 , x_2 , x_3 , x_4 de la validación, obteniendo así un resultado $R^2 = 0.8098$.

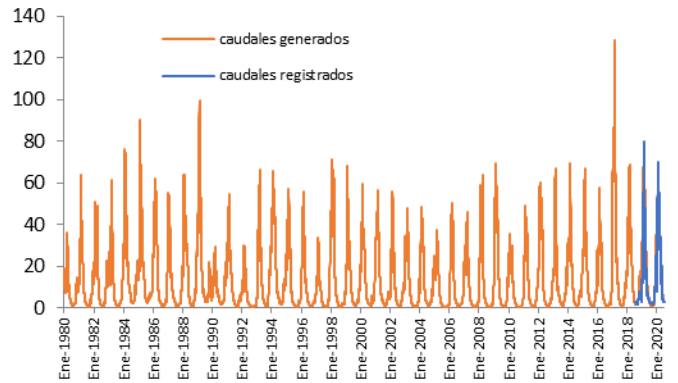


Fig. 7 Caudales a nivel diario generados con el método GR4j, en el periodo 1980 - 2020.

En la figura 8 se puede ver la correlación entre los caudales diarios generados y los caudales diarios medidos en m³/s.

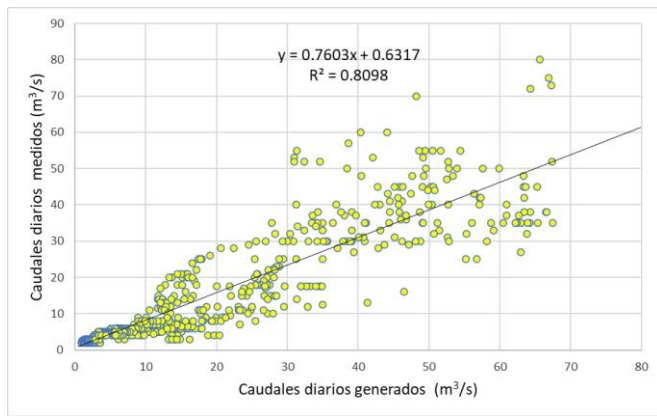


Fig. 8 Correlación R^2 entre caudales diarios generados con el método GR4j y caudales diarios medidos en el periodo 2018 - 2020.

VI. CONCLUSIONES

A pesar, de que el modelo GR4j solo usa dos variables climáticas como es la precipitación y la evotranspiración y no considera la infiltración y características morfológicas del terreno, se obtuvieron valores excelentes de los coeficientes Nash-Sutcliffe entre la comparación de los caudales generados usando el modelo GR4j y los medidos en la estación hidrométrica La Capilla para el periodo entre los años 2018 al 2020. Esto permitió generar los caudales diarios entre los años 1980 a 2020, he indicarnos que el río en estos últimos años trajo caudales cercanos a los $130\text{m}^3/\text{s}$ el cual se presentó en el último Fenómeno del Niño de marzo del 2017.

El poder contar con los valores de estos caudales extremos será muy útil para futuros proyectos de estudios hidrológicos e hidráulicos como son defensas riverneñas y análisis de zonas de inundación.

VII. REFERENCIAS

- [1] INRENA – Intendencia de Recursos Hídricos – ATDR-Mala – Omas – Cañete (2007). “Evaluación de los Recursos Hídricos de la Cuenca del río Mala”. http://sigrid.cenepred.gob.pe/docs/PARA%20PUBLICAR/ANA/estudio_hidrologico_Mala.pdf
- [2] ECMWF / Copernicus Climate Change Service (2021). ERA5 Daily Aggregates. Latest Climate Reanalysis Produced by ECMWF/ Copernicus Climate. Earth Engine Data Catalog. https://developers.google.com/earth-engine/datasets/catalog/ECMWF_ERA5_DAILY
- [3] Autoridad Nacional del Agua (2021). Observatorio del Agua. Sistema Nacional de Información de Recursos Hídricos. <https://snirh.ana.gob.pe/observatorioSNIRH/>
- [4] Franz Pucha-Cofrep, Andreas Fries, Fulgencio Cánovas-García, Fernando Oñate-Valdivieso, Víctor González-Jaramillo, Darwin Pucha-Cofrep (2017). Fundamentos de SIG: Aplicaciones con ArcGIS. <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=XOIsDwAAQBA>

[J&oi=fnd&pg=PA6&dq=arcgis&ots=0c5ONH-JpF&sig=9Q7f2-cJlmECM3x0S3G8IK-k9uI#v=onepage&q=arcgis&f=false](https://code.earthengine.google.com/83fce4f6cb32202e561e815f12111367)

- [5] Abel Carmona Arteaga (2021). Code Google Earth Engine. Recuperado de <https://code.earthengine.google.com/83fce4f6cb32202e561e815f12111367>.
- [6] F. Javier Sánchez San Román (2016). Hidrología Superficial (III): Relación Precipitación-Escorrentia. https://hidrologia.usal.es/temas/Hid_Sup_3.pdf
- [7] Molnar, P. (2011). Calibration. Watershed Modelling, SS 2011. Institute of Environmental Engineering, Chair of Hydrology and Water Resources Management, ETH Zürich. Switzerland.
- [8] Abel Carmona Arteaga (2019). Tendencias, validación y generación de caudales usando la data grillada PISCO para las cuencas del río Biabo. <http://repositorio.lamolina.edu.pe/handle/20.500.12996/4214>