

Connectivity and upscaling for water and hydrocarbon reservoir simulation

J. Gonzalez Litardo¹ Msc., C. Picighelli¹ Ing., I. Colecchio¹ Ing., B. Noetinger² Dr., A. Otero³⁻⁴ Dr., A. Boschan¹ Dr.

¹ Grupo de Medios Porosos, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Argentina, jgonzalez.tesis@fi.uba.ar, cpicighelli.ext@fi.uba.ar, icolecchio@fi.uba.ar, abosch@fi.uba.ar.

² IFPEN, Direction Earth Sciences and Environmental Technologies, France, benoit.noetinger@ifpen.fr.

³ Departamento de Energía, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires - CONICET, Argentina, aotero@fi.uba.ar.

⁴ Centro de Simulación Computacional, CSC - CONICET, Argentina.

Abstract– *Reservoir simulation is key to study subsurface flow and transport, and is widely used in energetic and environmental applications. Usually, it is computationally expensive to perform simulations directly on the fine grid given by geophysical prospecting. This makes it necessary to perform an upscaling procedure to map the fine grid permeability $k(r)$ onto an equivalent permeability (K_{eq}) defined on a coarser simulation mesh. Since the connectivity of the highest permeability classes or components strongly determines the flow structure in the reservoir, characterizing its influence on K_{eq} is crucial. In this work, a stochastic approach is used on 3D synthetic reservoirs with a lognormal distribution of $k(r)$. The variation of the probability density function (pdf) of K_{eq} and of its Gaussian moments (mean, variance) is analyzed here as a function of the coarsening scale λ , considering the following parameters that characterize the connectivity of $k(r)$ on the fine grid: its correlation length l_c , its variance σ_f^2 , and a connectivity structure: low, intermediate or high. Our results show that, even considering only reservoirs with a lognormal distribution of $k(r)$, the existing predictions on $K_{eq}(\lambda)$ for multigaussian media require profound reformulation to describe more complex connectivity scenarios.*

Keywords: *reservoir simulation, upscaling, connectivity, flow.*

Connectivity and upscaling for water and hydrocarbon reservoir simulation

Conectividad y upscaling en la simulación de reservorios de agua e hidrocarburos

J. Gonzalez Litardo¹ Msc., C. Picighelli¹ Ing., I. Colecchio¹ Ing., B. Noetinger² Dr., A. Otero³⁻⁴ Dr., A. Boschan¹ Dr.

¹ Grupo de Medios Porosos, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Argentina, jgonzalez.tesis@fi.uba.ar, cpicighelli.ext@fi.uba.ar, icolecchio@fi.uba.ar, abosch@fi.uba.ar.

² IFPEN, Direction Earth Sciences and Environmental Technologies, France, benoit.noetinger@ifpen.fr.

³ Departamento de Energía, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires - CONICET, Argentina, aotero@fi.uba.ar.

⁴ Centro de Simulación Computacional, CSC - CONICET, Argentina.

Abstract— Reservoir simulation is key to study subsurface flow and transport, and is widely used in energetic and environmental applications. Usually, it is computationally expensive to perform simulations directly on the fine grid given by geophysical prospecting. This makes it necessary to perform an upscaling procedure to map the fine grid permeability $k(r)$ onto an equivalent permeability (K_{eq}) defined on a coarser simulation mesh. Since the connectivity of the highest permeability classes or components strongly determines the flow structure in the reservoir, characterizing its influence on K_{eq} is crucial. In this work, a stochastic approach is used on 3D synthetic reservoirs with a lognormal distribution of $k(r)$. The variation of the probability density function (pdf) of K_{eq} and of its Gaussian moments (mean, variance) is analyzed here as a function of the coarsening scale λ , considering the following parameters that characterize the connectivity of $k(r)$ on the fine grid: its correlation length l_c , its variance σ_f^2 , and a connectivity structure: low, intermediate or high. Our results show that, even considering only reservoirs with a lognormal distribution of $k(r)$, the existing predictions on $K_{eq}(\lambda)$ for multigaussian media require profound reformulation to describe more complex connectivity scenarios.

Keywords: reservoir simulation, upscaling, connectivity, flow.

Resumen— La simulación de reservorios es una herramienta esencial para estudiar los fenómenos de flujo y transporte en el subsuelo terrestre, muy utilizada en aplicaciones energéticas y ambientales. En general, es computacionalmente costoso realizar las simulaciones directamente sobre la malla fina dada por la prospección geofísica. Ello hace necesario realizar un cambio de escala (upscaling), que transfiera la permeabilidad $k(r)$ definida sobre dicha malla a una permeabilidad equivalente (K_{eq}) definida sobre una malla más gruesa de simulación. Debido a que la conectividad de las clases, componentes, o unidades de flujo de mayor permeabilidad determina fuertemente la estructura de flujo en el reservorio, caracterizar su influencia sobre K_{eq} es clave. En este trabajo se utiliza un enfoque estocástico sobre reservorios sintéticos 3D con una distribución lognormal de $k(r)$. Analizamos la variación de la función de densidad de probabilidad (pdf) de K_{eq} y sus momentos gaussianos (media, varianza), en función de la escala de agregación λ utilizada para el upscaling, y considerando los siguientes parámetros que caracterizan la conectividad de $k(r)$ en la malla fina: longitud de correlación l_c , varianza de la malla fina σ_f^2 , y tres estructuras de conectividad: baja, intermedia y alta. Los resultados muestran que, aún considerando exclusivamente reservorios con una distribución lognormal de $k(r)$, la extensión de resultados previos válidos para medios multigaussianos a una gama más amplia de escenarios de conectividad requiere una reformulación profunda.

Palabras clave: simulación de reservorios, upscaling, conectividad, flujo.

I. INTRODUCCIÓN

La prospección geofísica provee una descripción detallada del reservorio a partir de diferentes técnicas (ensayos y registros de pozo, interpretación de coronas, estudios sísmicos) y de la interpretación geológica. A partir de esta información, se diseñan mapas de las propiedades petrofísicas del reservorio con una alta resolución espacial. Principalmente se asignan los valores de permeabilidad $k(r)$ sobre una escala espacial de soporte denominada malla fina o modelo estático, donde r es el vector posición.

Resolver el flujo en la malla fina geológica implica tiempos de cálculo elevados y mayor utilización de recursos de hardware. Es por esto que resulta necesario realizar un cambio de escala (upscaling) para transferir las propiedades petrofísicas (en este caso $k(\mathbf{r})$) a una malla gruesa de simulación (modelo dinámico), en la cual, la resolución del flujo requiere menos tiempo y recursos computacionales. La permeabilidad que se define sobre esta malla de simulación se denomina permeabilidad equivalente (K_{eq}).

Por otro lado, si bien, la prospección geofísica brinda información sobre la heterogeneidad en una alta resolución espacial, ésta suele ser incompleta [1]. En general, esta información se completa utilizando técnicas geoestadísticas con un enfoque estocástico [2] que permiten la reducción de ciertas incertidumbres. Dentro de este enfoque, existen diversas técnicas que se utilizan para la generación de reservorios sintéticos a partir de parámetros simples como la varianza, la covarianza y la longitud de correlación. Sin embargo, estos métodos no tienen en cuenta la conectividad o continuidad de las unidades de flujo de alta permeabilidad [3].

En la Fig. 1 se ilustra el rol central de la conectividad: se observan dos mapas de permeabilidades para los cuales los indicadores geoestadísticos tradicionales no permiten distinguir diferencias, pero en los cuales el flujo y el transporte son muy diferentes dada la existencia de canales de flujo preferenciales. En particular, en el proceso de cambio de escala desde la malla fina a la malla gruesa de simulación, no suele considerarse la conectividad. Esto genera una pérdida de información [4] que conlleva a un aumento en la incertidumbre de los estudios que se realizan, y en particular, en los pronósticos de producción.

A. Upscaling, escalas espaciales, definición de permeabilidad equivalente

Existe un compromiso entre la capacidad de mantener una descripción detallada de la heterogeneidad de subsuelo, sobre todo de la conectividad de reservorios heterogéneos, y los requerimientos computacionales para llevar a cabo las simulaciones. En la Fig. 2 se observan las escalas espaciales involucradas en el proceso de upscaling. La malla fina se conforma con celdas de tamaño lineal Δ (volumen Δ^3) cada una de las cuales tiene asignada un valor de $k(\mathbf{r})$. La malla gruesa está constituida por bloques de tamaño lineal λ (volumen λ^3), a los cuales se le asigna un valor de K_{eq} . Se define λ como la escala de agregación.

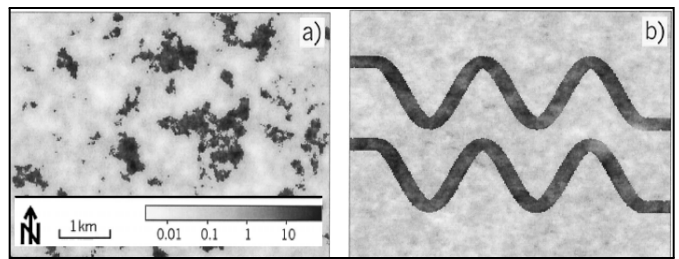


Fig. 1 Dos mapas de permeabilidad en niveles de gris (en unidades de 100 mD) con histogramas y covarianzas idénticos pero con conectividad de las clases de alta permeabilidad muy diferentes, lo cual impacta en las características de flujo y transporte. (a) Modelo multigaussiano. (b) Modelo con las clases de alta permeabilidad formando canales tortuosos preferenciales de flujo. Tomado de Western et al. [3].

La definición de K_{eq} está basada en la generalización de la ecuación de Darcy, resultante de relacionar la velocidad de flujo y el gradiente de presión, y puede expresarse como [5]:

$$\langle q \rangle = -\frac{1}{\mu} K_{eq} \cdot \bar{\nabla} \langle p \rangle \quad (1)$$

donde los paréntesis angulares indican los promedios de los valores del conjunto en el espacio probabilístico, q es la velocidad superficial del fluido (relación entre el caudal y el área normal a la dirección de flujo), μ es la viscosidad del fluido considerado y p la presión.

B. Upscaling en medios multigaussianos

Law [6] fue uno de los primeros en analizar estadísticamente la distribución espacial de $k(\mathbf{r})$ en la naturaleza. Sus estudios se basaron en el análisis de las propiedades petrofísicas de distintos reservorios de areniscas, llegando a la conclusión de que la función de densidad de probabilidad de $k(\mathbf{r})$ (pdf por sus siglas en inglés) es aproximadamente lognormal, es decir, su logaritmo sigue una distribución normal. Es por esto que los reservorios o medios lognormales se utilizan como referencia en la literatura para estudiar el flujo y transporte en medios heterogéneos, siendo caracterizados por una pdf de $k(\mathbf{r})$ de tipo lognormal, con media aritmética K_a , media geométrica K_g y varianza σ_f^2 . Además, en particular, la correlación espacial de $k(\mathbf{r})$ en estos medios está definida por una función de covarianza $\rho(\mathbf{r})$ con una cierta escala integral l_c . En la Fig. 2 (izq.), se observa un mapa de $k(\mathbf{r})$ para un medio multigaussiano donde se esquematiza la longitud de correlación l_c . En estos medios, se cumple por definición que [1]:

$$K_a = K_g \exp(\sigma_f^2/2) \quad (2)$$

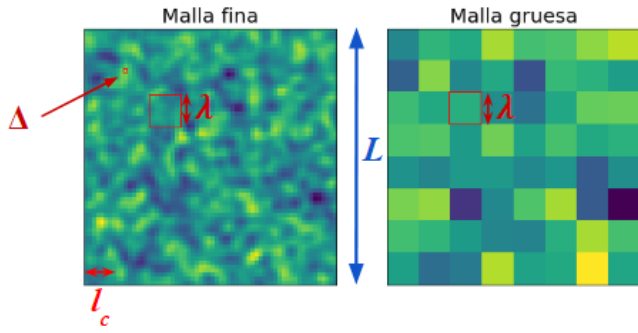


Fig. 2 El upscaling es un proceso mediante el cual se transforma una propiedad petrofísica (por ejemplo la permeabilidad) definida sobre la malla fina (caracterizada por una escala lineal Δ) para describirla sobre la malla gruesa en el modelo de simulación (caracterizada por una escala lineal λ). El mapa de la izquierda tiene un tamaño lineal $L=64\Delta$, con una longitud de correlación $l_c=4\Delta$. El mapa de la derecha está caracterizado por una escala lineal $\lambda=8\Delta$.

A continuación, se presentan algunos resultados previos de K_{eq} en medios o reservorios multigaussianos:

- Cuando la escala de agregación $\lambda \rightarrow 0$, $\langle K_{eq} \rangle$ tiende a la media aritmética de la permeabilidad de la malla fina (K_a).
- Para $\lambda \rightarrow \infty$, Matheron [1] obtuvo un resultado que es exacto en 2D, pero es una aproximación a primer orden en 3D:

$$K_{eq} = K_g \exp\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{D}\right)\sigma_f^2\right] \quad (3)$$

donde D es la dimensión espacial. Eberhard et al. [7] caracterizaron el comportamiento de K_{eq} para $0 < \lambda < \infty$ mediante grupos de renormalización y teoría de perturbaciones:

$$\langle K_{eff}(\lambda) \rangle = K_g \exp\left[\frac{\sigma_f^2}{6} + \frac{\sigma_f^2}{3} \left(\text{erf}\left(\frac{l_c a_s}{\sqrt{2\lambda}}\right)\right)^3\right] \quad (4)$$

y

$$\sigma_{\log(K_{eq})}^2(\lambda) = K_g^2 \sigma_f^2 \left(\text{erf}\left(\frac{l_c a_s}{\sqrt{2\lambda}}\right)\right)^3 \quad (5)$$

donde a_s es una constante con valores mayores o iguales a 1.

Por otra parte, Boschan y Noetinger [8] y Colecchio et al. [9] encontraron que la pdf de K_{eq} mantiene su naturaleza lognormal, mientras que la varianza $\sigma_{\log(K_{eq})}^2$ disminuye, al aumentar la escala de agregación λ .

C. Conectividad

Una característica de los medios multigaussianos es que los valores extremos de $k(\mathbf{r})$ (las dos “colas” de la distribución gaussiana, en términos de $\log(k(\mathbf{r}))$), tienden a formar nódulos aislados espacialmente, mientras que los valores intermedios tienden a formar una red conectada. Por esta razón, los medios multigaussianos, no siempre logran capturar los escenarios de conectividad que pueden darse en medios heterogéneos.

La conectividad es una propiedad conceptualmente sencilla, pero no existe una visión unificada de cómo cuantificarla. En los últimos años ha crecido el interés en caracterizar la relación entre la K_{eq} y la conectividad de las unidades de flujo, componentes o clases con permeabilidades más altas. En este marco, Zinn y Harvey [10] estudiaron medios aleatorios e isotrópos con una pdf de $k(\mathbf{r})$ lognormal y covarianzas iguales, pero modificándolos para obtener una amplia gama de estructuras de conectividad. Los resultados que obtuvieron, muestran que las propiedades efectivas de flujo y transporte son muy diferentes según la estructura de conectividad. Esta constatación es el punto de partida del presente trabajo.

Zarlenga et al. [11] extendieron el trabajo de Zinn y Harvey [10] a 3D, obteniendo resultados menos contrastantes que en 2D entre las diferentes estructuras de conectividad. Jankovic et al. [12] aportaron resultados y conclusiones similares.

D. Objetivos

El objetivo principal del presente trabajo es describir y analizar el comportamiento de la K_{eq} al variar la escala de agregación λ , considerando una gama amplia de escenarios de conectividad. Utilizamos un enfoque estocástico [2] sobre reservorios sintéticos 3D con pdf de $k(\mathbf{r})$ de distribución lognormal, cuyas características de conectividad se han transformado para la obtención de medios con distintas estructuras de conectividad: baja, media, alta. Buscamos analizar en qué medida resultados previos válidos para medios multigaussianos [7] pueden extenderse a escenarios de conectividad que representen en forma más realista la heterogeneidad del subsuelo terrestre, y así, mejorar las simulaciones del flujo y transporte.

II. METODOLOGÍA NUMÉRICA

A. Generación de medios

En este trabajo analizamos la dependencia de la pdf de K_{eq} y de sus momentos gaussianos: media, varianza y oblicuidad, con la escala espacial de agregación λ , la variación de la longitud de correlación l_c y la varianza de la malla fina σ_f^2 . Se generaron medios isotrópos cúbicos de tamaño lineal $L=128\Delta$ ($\Delta=1\text{m}$). Este tamaño fue elegido con el objetivo de acercarse a las condiciones de medio infinito ($L \gg l_c$) manteniendo un costo computacional moderado (asociado al

tamaño del sistema lineal de ecuaciones a resolver para el flujo y cálculo de K_{eq}). Partiendo de medios multigaussianos generados mediante el algoritmo FFTMA [13, 14] (que aplica una transformada rápida de Fourier combinada con medias móviles), generamos tres tipos posibles de estructuras de conectividad: baja, media y alta, las mismas se esquematizan en la Fig. 3.

Estas tres estructuras tienen pdf de $k(\mathbf{r})$, $\rho(\mathbf{r})$ y l_c idénticas, pero difieren en la forma en que los valores más altos de $k(\mathbf{r})$ están conectados. En la estructura multigaussiana (que llamaremos estructura de conectividad intermedia, o en breve, ECI) los valores intermedios de la distribución de $k(\mathbf{r})$ forman una red conectada, mientras que los valores extremos (las colas de la distribución normal) están desconectados (forman nódulos aislados). En la estructura de conectividad alta (ECA) los valores altos de $k(\mathbf{r})$ tienden a formar redes conectadas, y los valores bajos de $k(\mathbf{r})$ forman en nódulos aislados, mientras que en la estructura de conectividad baja (ECB) ocurre al revés.

Los medios con ECA y ECB se generan a partir de una transformación del medio con ECI, denominada Normal Score Transform (NST) [10], que mantiene la misma pdf de $k(\mathbf{r})$ y $\rho(\mathbf{r})$. La transformación se divide en dos pasos:

1. Se calcula el valor absoluto de la pdf del $\log k(\mathbf{r})$ del medio multigaussiano. Esta operación cambia los valores extremos a valores altos y los valores originalmente cercanos a la media pasan a ser valores bajos.
2. El histograma de valores obtenidos en 1) se convierte nuevamente en una distribución gaussiana univariada, usando la siguiente transformación:

$$Y' = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \left(2 \operatorname{erf} \left(\frac{Y}{\sqrt{2}} \right) - 1 \right) \quad (6)$$

donde Y' son los valores transformados de $\log(k(\mathbf{r}))$ e Y son los valores originales. Esta transformación genera un medio en el cual los valores bajos de $k(\mathbf{r})$ forman redes conectadas y los valores altos se agrupan en nódulos aislados, o sea que se obtiene la ECB.

La ECA se obtiene a partir de la ECB del paso anterior. Se reflejan los valores de $k(\mathbf{r})$ del medio con ECB alrededor de la media de la distribución de $\log(k(\mathbf{r}))$. A continuación se listan las tres estructuras de conectividad:

- A. ECI: antes de aplicar la NST.
- B. ECB: después de aplicar la NST.

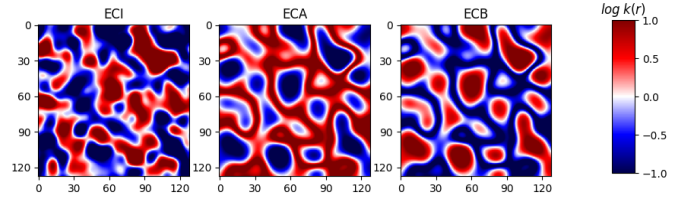


Fig. 3 Los tres tipos de estructuras de conectividad considerados en el presente trabajo. Se muestra un corte transversal en 2D de los medios 3D. Medios lognormales de $L=128\Delta$ generados con FFTMA y NST. Nótese que la ECA es equivalente a la ECB con los valores de $k(\mathbf{r})$ reflejados.

- C. ECA: después de aplicar la NST y de reflejar los valores de $k(\mathbf{r})$.

Se utilizó una función de covarianza $\rho(\mathbf{r})$ de tipo gaussiana y K_g igual a la unidad. Los valores de σ_f^2 estudiados fueron 0.5, 1 y 2, mientras que los de l_c fueron 8Δ , 12Δ y 16Δ . Para cada combinación de parámetros se generaron 63 realizaciones, con un muestreo estadístico de $(L/\lambda)^3$ muestras por realización. Como convención, asumimos que $k(\mathbf{r})$ se divide por 1 m/día para mantener al argumento del logaritmo adimensional cuando corresponda.

B. Cálculo de la permeabilidad equivalente K_{eq} (upscaling)

El cálculo de K_{eq} se realizó a partir de la ley de Darcy para flujo horizontal y estacionario en un medio isótropo,

$$K_{eq} = \frac{\langle q \rangle}{\frac{(p_{en} - p_{sal})}{\mu L}} \quad (7)$$

Se utilizó un método local, en el cual las condiciones de contorno se imponen sobre cada bloque de la malla gruesa. De esta manera, el flujo se resuelve en cada bloque y se obtiene un valor de K_{eq} . Las condiciones de contorno son las del método del permeámetro, en las cuales se impone:

1. Flujo cero en los lados laterales del bloque paralelos a la dirección del flujo.
2. Presión constante en la entrada (p_{en}) y en la salida (p_{sal}) del bloque perpendicular a la dirección de flujo.

Dado que la grilla del medio es regular, la resolución del flujo se realizó mediante diferencias finitas, asumiendo transmisibilidades interceldas dadas por la media armónica de

las permeabilidades. Para la resolución del flujo se utilizó la biblioteca PETSc, que ofrece un conjunto de herramientas para el procesamiento paralelo de sistemas lineales. Esta librería se basa en el protocolo de comunicación MPI (Message Passing Interface). Las simulaciones se realizaron en el entorno de cómputo de alto desempeño TUPAC [15].

III. RESULTADOS

A. Función de densidad de probabilidad de la permeabilidad equivalente

En la Fig. 4 se ilustran las pdf de $\log(K_{eq})$, $P[\log(K_{eq})]$, con la aplicación de la regla de Scott para construir el histograma. Como validación, se observa que para la ECI se conserva la naturaleza unimodal y lognormal para todo valor de λ , en acuerdo con [8]. Si bien la ECA y la ECB también se mantienen unimodales con λ , ambas presentan una asimetría, por lo que pierden la naturaleza lognormal que poseen en la malla fina. Este comportamiento se observa más claramente en la Fig. 5. Para la ECA existe una asimetría notable hacia izquierda y para la ECB hacia la derecha. Estos comportamientos se analizan en detalle en el inciso D.

B. Media aritmética de la permeabilidad equivalente

La Fig. 6 muestra la media aritmética de K_{eq} , $\langle K_{eq} \rangle$, en función de λ/l_c . Los resultados para la ECI se comparan con (4), ya que la fórmula aplica a medios multigaussianos. Con un valor de 1.3 para el parámetro a_s , se obtienen diferencias poco significativas entre teoría y simulación. Los resultados se asemejan más a los de Eberhard et al. [7] a medida que disminuye σ_f^2 . Si $l_c=8\Delta$, los resultados de la ECA coinciden con las simulaciones de Jankovic et al. [12] para $\lambda \rightarrow \infty$ y $\sigma_f^2=2$, pero presentan una diferencia mayor si $l_c=16\Delta$. Para la ECI también existe una coincidencia entre los resultados y las simulaciones de Jankovic et al. [12], sin observarse diferencias al variar l_c .

La ECB es la que tiene menor coincidencia con Jankovic et al., sin importar el valor de l_c . Se observa que $\langle K_{eq} \rangle$ decae con la escala para todas las estructuras de conectividad. Para $\lambda \rightarrow 0$, $\langle K_{eq} \rangle$ tiende a (2). Para la ECI y $\lambda \rightarrow \infty$, $\langle K_{eq} \rangle$ decrece asintóticamente al valor dado por la conjetura de Matheron (3) para $D=3$. Los resultados novedosos están relacionados con la ECA y la ECB. Para la ECA se observa un decaimiento de $\langle K_{eq} \rangle$ más suave con λ que para la ECI (y un valor asintótico más alto), mientras que para la ECB se observa un decaimiento abrupto cuando $\lambda \sim l_c$ (y un valor asintótico más bajo).

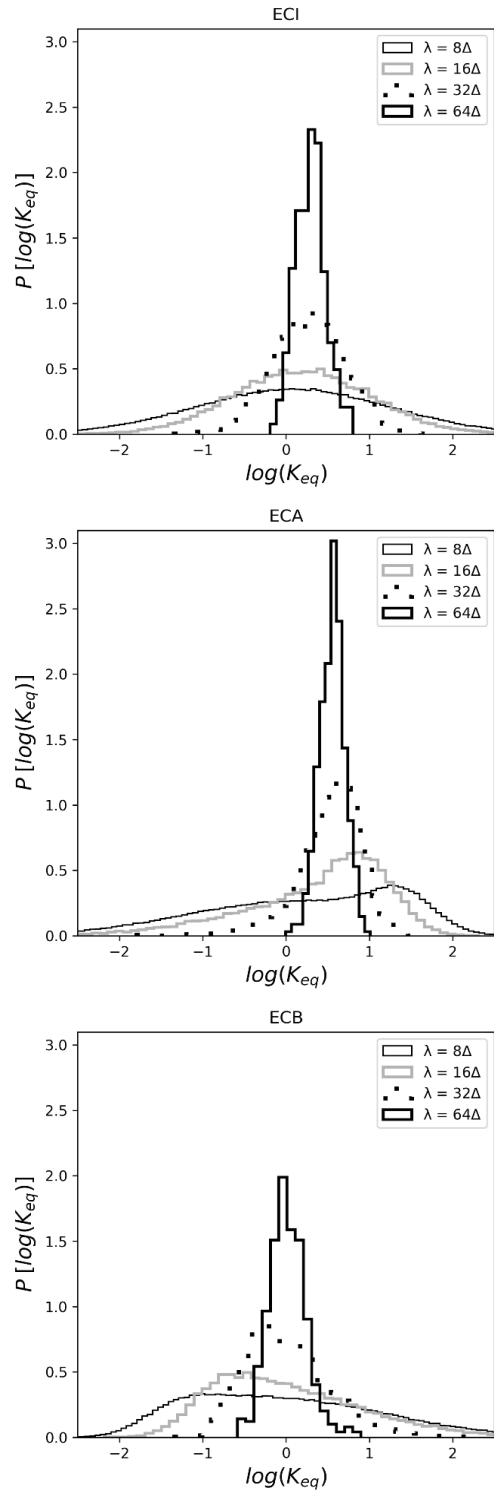


Fig. 4 $P[\log(K_{eq})]$ para $l_c=16\Delta$; $\lambda=8\Delta, 16\Delta, 32\Delta$ y 64Δ ; y $\sigma_f^2=2$. Se observa que $P[\log(K_{eq})]$ se vuelve más homogénea a medida que λ es más pequeño. La simetría de $P[\log(K_{eq})]$ cambia dependiendo de la estructura de conectividad.

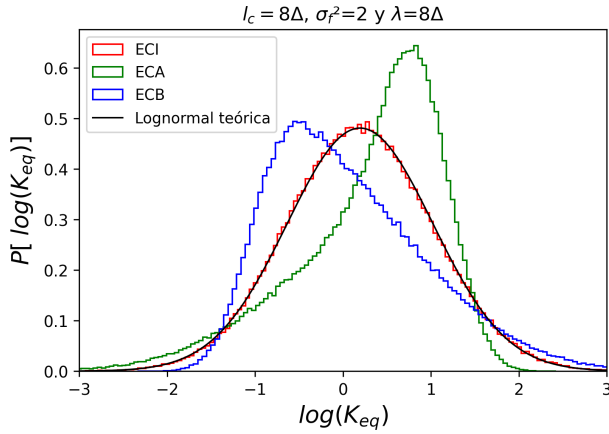


Fig. 5 $P[\log(K_{eq})]$ para $l_c=8\Delta$, $\sigma_f^2=2$ y $\lambda=8\Delta$, con ECI (rojo), ECA (verde) y ECB (azul). La curva negra representa la distribución lognormal teórica. Para la ECI, $P[\log(K_{eq})]$ se mantiene la simetría lognormal, mientras que para la ECA y la ECB se forma una asimetría hacia izquierda y derecha, respectivamente.

La diferencia en el decaimiento está relacionada con el hecho de que los valores asintóticos para $\lambda \rightarrow \infty$ son más altos para la ECA y más bajos para la ECB (en acuerdo con los resultados de Jankovic et al. [12]). Esto podría deberse a que en la ECA hay una red conectada de valores altos de $k(\mathbf{r})$ para todo λ , lo que reduce el decaimiento de $\langle K_{eq} \rangle$ con λ . En cambio, en la ECB, los valores altos de $k(\mathbf{r})$ tienden a formar nódulos aislados, y al superar λ el tamaño característico de dichos nódulos, es decir cuando $\lambda \sim l_c$, se observa un decaimiento abrupto de $\langle K_{eq} \rangle$.

C. Varianza de la permeabilidad equivalente

En la Fig. 7 se muestra la varianza del logaritmo de K_{eq} , $\sigma_{\log(K_{eq})}^2$, en función de λ/l_c , para todas las combinaciones de σ_f^2 , l_c y estructura de conectividad. Las líneas continuas representan (5) para tres valores distintos del parámetro a_s (ver subsección I.B), los cuales se ajustaron para cada estructura de conectividad: 1.1 para la ECA, 1.3 para la ECI y 1.5 para la ECB. Se observa que si los medios tienen la misma estructura de conectividad, $\sigma_{\log(K_{eq})}^2$ colapsa. Para valores pequeños de λ/l_c , podría considerarse un colapso total para todas las combinaciones de parámetros de conectividad. Estos resultados ponen de manifiesto la necesidad de considerar, además de los parámetros tradicionales como σ_f^2 y l_c , la conectividad y sus distintos escenarios para lograr una caracterización más realista del flujo y transporte en medios heterogéneos. En ese sentido, la variable a_s podría utilizarse para identificar las distintas estructuras de conectividad.

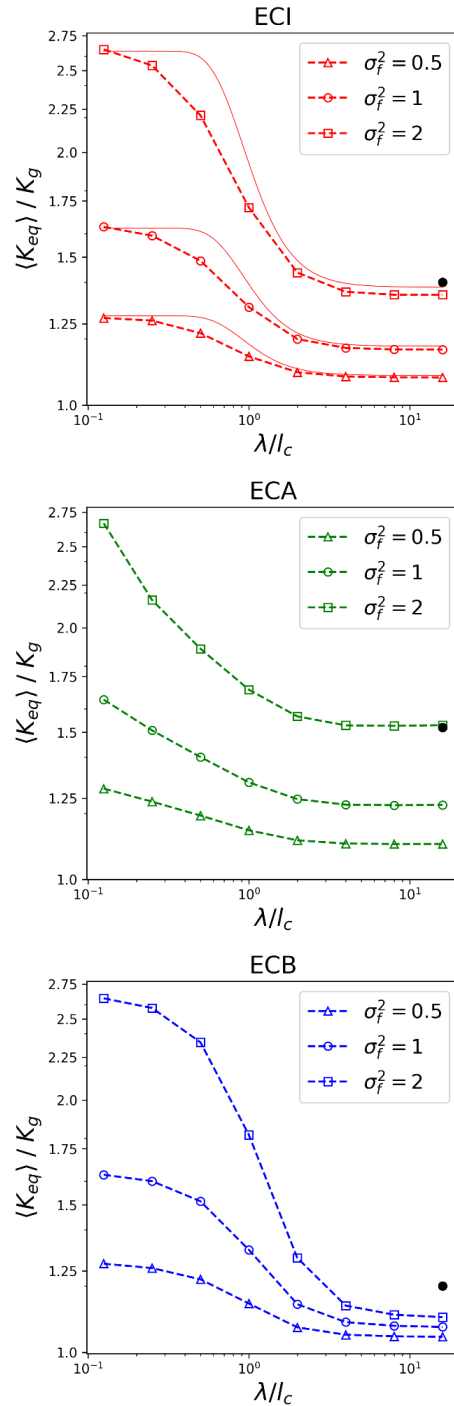


Fig. 6 Variación de $\langle K_{eq} \rangle / K_g$ en función de λ/l_c para ECI (rojo), ECA (verde) y ECB (azul); $l_c=8\Delta$; y $\sigma_f^2=0.5$ (Δ), 1 (\circ) y 2 (\square). La línea continua corresponde a la predicción teórica de Eberhard et al. (4), configurando $a_s=1.3$. Los puntos negros corresponden a simulaciones de Jankovic et al. [12] para $\lambda \rightarrow \infty$ y $\sigma_f^2=2$.

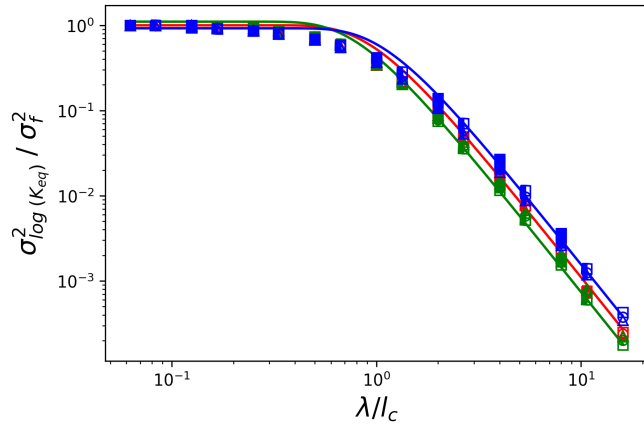


Fig. 7 Varianza del logaritmo de K_{eq} $\sigma^2_{\log(K_{eq})}/\sigma_f^2$ en función de λ/l_c para $l_c=8\Delta$ (símbolo vacío), 12Δ (símbolo lleno a izquierda/vacío a derecha: $\blacktriangle\bullet$) y 16Δ (símbolo lleno); $\sigma_f^2=0.5$ (\triangle), 1 (\circ) y 2 (\square); y ECI (rojo), ECA (verde) y ECB (azul). Las líneas continuas representan (5) para $a_s=1.1$ (verde), 1.3 (rojo) y 1.5 (azul).

D. Oblicuidad

En la Fig. 8 se observa que la oblicuidad de cada distribución $P[\log(K_{eq})]$ muestra un colapso para valores pequeños de λ , o si la estructura de conectividad es la misma. A medida que aumenta λ , este colapso es menos bueno, lo cual podría deberse a que el muestreo estadístico es más pobre cuando λ aumenta.

La ECI tiene valores de oblicuidad cercanos a cero en prácticamente en todo el rango λ , y en especial en los valores de λ más pequeños. El hecho de que la oblicuidad sea cero o cercano a este valor, indica que la curva de $P[\log(K_{eq})]$ en medios con ECI es simétrica respecto del valor medio de la distribución. De esta manera, se afirma que para medios con ECI, la $P[\log(K_{eq})]$ es simétrica, independientemente del valor de la escala de agregación λ (ver Fig. 4).

En los gráficos de la ECB y la ECA se observa que para para todos los valores de λ , existe oblicuidad, y es positiva para la ECB y negativa para la ECA. Estos resultados coinciden con las asimetrías de $P[\log(K_{eq})]$ para cada estructura (ver Fig. 5). Además, cada gráfico presenta un extremo, cuando λ/l_c vale 1 aproximadamente. Estos extremos corresponden a un mínimo para la ECA y a un máximo para la ECB, indicando que ambas pdf tienden a ser lognormales en la malla fina, pero se tornan asimétricas a medida que aumenta λ en el rango $\lambda \leq l_c$. En el rango $\lambda > l_c$, las $P[\log(K_{eq})]$ de la ECA y de la ECB tienden a recuperar la simetría a medida que aumenta λ .

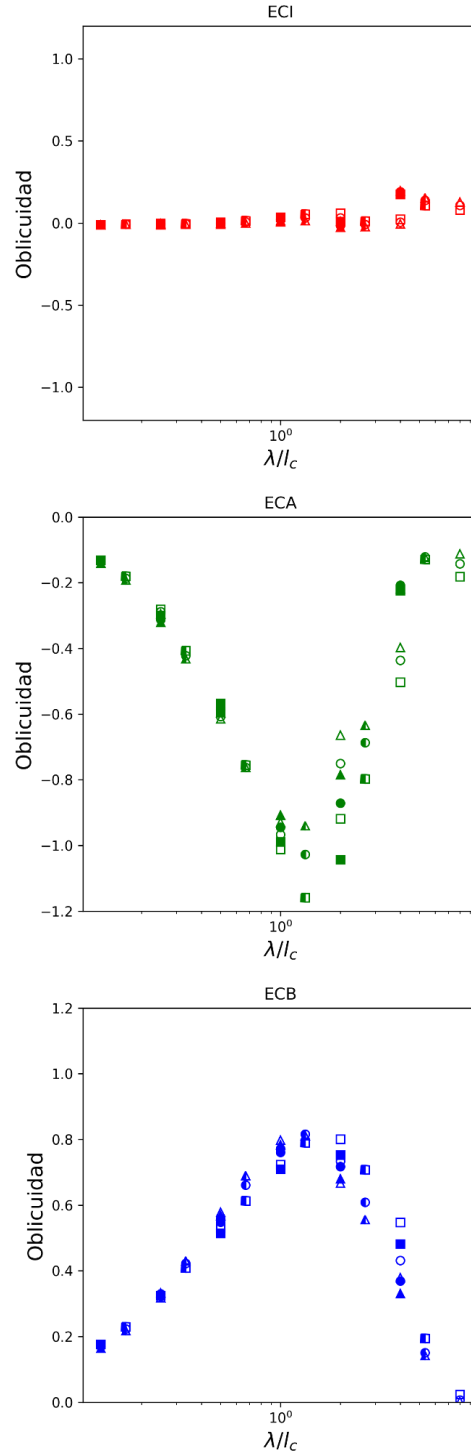


Fig. 8 Variación de la oblicuidad de $P[\log(K_{eq})]$ en función de λ/l_c . ECI (rojo), ECA (verde) y ECB (azul); $l_c=8\Delta$ (símbolo vacío), 12Δ (símbolo lleno a izquierda/vacío a derecha: $\blacktriangle\bullet$) y 16Δ (símbolo lleno); y $\sigma_f^2=0.5$ (\triangle), 1 (\circ) y 2 (\square).

Estos resultados llevan a la conclusión de que la oblicuidad de $P[\log(K_{eq})]$ está relacionada con la estructura de conectividad del medio. El valor de la oblicuidad se mantiene cercano a cero (simetría total) para la ECI, y toma valores positivos (asimetría hacia la derecha) y negativos (asimetría hacia la izquierda) para ECB y ECA, respectivamente. El valor absoluto de la oblicuidad en estos últimos dos casos dependerá de λ .

IV. CONCLUSIONES

Los resultados del presente trabajo muestran que los resultados numéricos y analíticos obtenidos previamente para reservorios multigaussianos (ECI en este trabajo), no pueden extenderse a escenarios de conectividad más complejos, o requieren una reformulación, aún considerando exclusivamente reservorios lognormales.

En particular, al realizar el cambio de escala (upscaling), para la ECA y la ECB se pierde la naturaleza lognormal de las pdf de K_{eq} , y no es posible utilizar (4) para ajustar la dependencia funcional de $\langle K_{eq} \rangle$ con λ . Respecto de la varianza ($\sigma^2_{\log(K_{eq})}$), para una misma estructura de conectividad, se observa un colapso sobre los diferentes parámetros, tal como concluyeron previamente otros autores para medios multigaussianos, pero, dicho colapso se pierde si se consideran diferentes estructuras de conectividad en su conjunto. Eventualmente es posible utilizar la variable a_s de (5) como parámetro ajustable, para realizar una extensión de la predicción teórica de Eberhard et al. a un rango más amplio de estructuras de conectividad.

Como perspectiva, consideramos de sumo interés evaluar la dependencia de K_{eq} con la escala de agregación λ para medios compuestos por múltiples componentes geológicas o facies (por ejemplo arenas-arcillas) conocidos como medios binarios, y en medios con diferentes estructuras de conectividad (como los estudiados en [16]), de forma tal de realizar una descripción realista del subsuelo.

V. REFERENCIAS

[1] Matheron, G., *Eléments pour une théorie des milieux poreux*, Ed. Paris: Masson, 1967.

[2] Gelhar, L. W., *Stochastic Subsurface Hydrology*, Prentice Hall, 1993.

[3] Western, A. W., Blöschl, G., Grayson, R. B., "Toward capturing hydrologically significant connectivity in spatial patterns," *Water Resour. Res.*, vol. 37, no. 1, pp. 83-97, January 2001.

[4] Preux, C., "About the Use of Quality Indicators to Reduce Information Loss When Performing Upscaling," *Oil & Gas Science and Technology - Revue de l'IFP*, vol. 71 no. 1, July 2014.

[5] Sanchez-Vila, X., Carrera, J., "Directional effects on convergent flow tracer tests," *Math. Geol.*, vol. 29, no. 4, pp. 551-569, May 1997.

[6] Law, J., "Statistical Approach to the Interstitial Heterogeneity of Sand Reservoirs," *Trans.*, vol. 155, pp. 202-222, December 1944.

[7] Eberhard, J., Attinger, S., Wittum, G., "Coarse Graining For Upscaling of Flow in Heterogeneous Porous Media," *Multiscale Model. Simul.*, vol. 2, pp. 269-301, January 2004.

[8] Boschan, A., Noetinger, B., "Scale dependence of effective hydraulic conductivity distributions in 3D heterogeneous media: a numerical study," *Transp. Porous Media*, vol. 94, pp. 101-121, April 2012.

[9] Colecchio, I., Boschan, A., Otero, A. D., Noetinger, B., "On the multiscale characterization of effective hydraulic conductivity in random heterogeneous media: A historical survey and some new perspectives," *Adv. Water Resour.*, vol. 140, no. 2, April 2020.

[10] Zinn, B., Harvey, C. F., "When good statistical models of aquifer heterogeneity go bad: A comparison of flow, dispersion, and mass transfer in connected and multivariate Gaussian hydraulic conductivity fields," *Water Resour. Res.*, vol. 39, no. 3, March 2003.

[11] Zarlenga, A., Jankovic, I., Fiori, A., Dagan, G., "Effective hydraulic conductivity of three-dimensional heterogeneous formations of lognormal permeability distribution: The impact of connectivity," *Water Resour. Res.*, vol. 54, pp. 2480-2486, February 2018.

[12] Jankovic, I., Maghrebi, M., Fiori, A., Dagan, G., "When good statistical models of aquifer heterogeneity go right: The impact of aquifer permeability structures on 3D flow and transport," *Adv. Water Resour.*, vol. 100, pp. 199-211, November 2017.

[13] Figueiredo, L. P., Grana, D., Le Ravalec, M., "Revisited Formulation and Applications of FFT Moving Average," *Math. Geosci.*, vol. 52, no. 6, pp. 801-816, August 2019.

[14] Ravalec, M. L., Noetinger, B., Hu, L. Y., "The FFT moving average (FFT-MA) generator: An efficient numerical method for generating and conditioning Gaussian simulations," *Math. Geol.*, vol. 32, no. 6, pp. 701-723, August 2000.

[15] <http://tupac.conicet.gov.ar>

[16] Colecchio, I., Otero, A., Noetinger, B., Boschan, A., "Equivalent hydraulic conductivity, connectivity and percolation in 2D and 3D random binary media," *Adv. Water Resour.*, vol. 158, March 2021.