

Robot Paralelo Reconfigurable para la Terapia Física del Tobillo

Oscar Agudelo, Ms.C.¹, Ángel Valera, Ph.D.², and Julio H. Vargas-Riaño, Bs.E.²

¹Universidad de los Llanos, Colombia, oscaragudelo@unillanos.edu

²Universitat Politècnica de València, Spain, gugisa@upv.es, julio_h_vargas_r@ieee.org

Resumen– En este trabajo presentamos el concepto de un robot paralelo inspirado en el modelo de dos ejes del tobillo humano. Usamos coordenadas exponenciales para representar la posición del efector final. Tomamos como referencia el modelo del tobillo y lo comparamos con la configuración del robot. Trazamos los espacios de trabajo de la plataforma del robot y el movimiento del pie. Finalmente, mostramos varios ejemplos de configuración de los ejes.

I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo presentamos una aplicación de la robótica a la rehabilitación del tobillo. Usamos el modelo de dos ejes del tobillo humano para diseñar un robot para la terapia física del tobillo humano.

La aplicación de la robótica para la rehabilitación ha recibido gran interés por ventajas como: precisión, tele operación, registro, monitorización, programabilidad, trazabilidad, repetibilidad. Estas ventajas ayudan a reducir el tiempo y el esfuerzo de recursos humanos. Desde de los primeros estudios [1]–[3] hasta los más recientes [4]–[8] se exaltan las ventajas de la robótica a la rehabilitación.

Se han propuesto exoesqueletos, bandas caminadoras, plataformas, máquinas y robots paralelos [9], [10]. Una recopilación cronológica de diferentes aplicaciones de robótica para la rehabilitación del tobillo refleja el esfuerzo de investigación en este campo.

En [11] se hace una revisión de las arquitecturas óptimas más encontradas en la literatura desde 1980 hasta septiembre de 2016.

Específicamente para el tobillo y la marcha se han propuesto muchas arquitecturas [10], [12].

Los robots paralelos modulares y reconfigurables son robots en los que se identifican unidades funcionales que pueden reconfigurarse para ajustarse a diferentes tareas [13]. El uso de robots reconfigurables se ha estado ampliando debido a su versatilidad para cambiar. En [14] se hace una revisión de las tendencias y en [15] se describen varias arquitecturas. En general, las aplicaciones de estos robots modulares no incluyen la rehabilitación.

En este trabajo proponemos el uso de módulos reconfigurables para alinear los ejes del tobillo y actuación con cables. Esta arquitectura no tiene antecedentes en la literatura.

II. DISEÑO DEL ROBOT

Para diseñar un robot dedicado a la rehabilitación del tobillo es útil definir un modelo de tobillo. Partimos de las medidas antropométricas [16]. Por medio de la estimación en la posición de los ejes tibio peroneo astragalino TPA y astrágalo calcáneo AC.

Para analizar el desplazamiento de los puntos de la plataforma se identifican los puntos como se muestra en la figura 1.

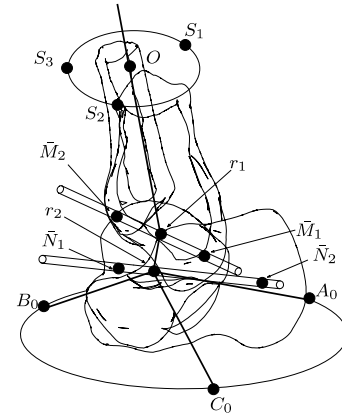


Figura 1: Identificación de los puntos de los ejes y el pie.

Los puntos A_0, B_0, C_0 corresponden a la posición inicial de la plataforma. Los puntos S_1, S_2, S_3 se ajustan a una posición fija en la pierna, su promedio es el origen O . Los puntos $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \bar{N}_1, \bar{N}_2$ son las estimaciones de los puntos de los ejes del tobillo.

Estos puntos se marcan con los métodos tradicionales de inspección visual y palpación [17].

La representación de producto de exponenciales de la posición de los puntos relativa a su posición inicial, según la teoría de tornillos infinitesimales es:

$$e^{\hat{s}_1 \theta_1} e^{\hat{s}_2 \theta_2} A_0 = A \quad (1)$$

$$e^{\hat{s}_1 \theta_1} e^{\hat{s}_2 \theta_2} B_0 = B \quad (2)$$

$$e^{\hat{s}_1 \theta_1} e^{\hat{s}_2 \theta_2} C_0 = C \quad (3)$$

La distancia mínima es una línea que es perpendicular a las líneas $\bar{M}_1 \bar{M}_2$ y $\bar{N}_1 \bar{N}_2$.

Cada línea se representa de la forma paramétrica

$$L_M = (x_M, y_M, z_M) = (\mu_x t + m_{1x}, \mu_y t + m_{1y}, \mu_z t + m_{1z}) \quad (4)$$

$$L_N = (x_N, y_N, z_N) = (\eta_x t + n_{1x}, \eta_y t + n_{1y}, \eta_z t + n_{1z}) \quad (5)$$

Donde:

$$\mu = (\mu_x, \mu_y, \mu_z) = \bar{M}_2 - \bar{M}_1 \quad (6)$$

$$\eta = (\eta_x, \eta_y, \eta_z) = \bar{N}_2 - \bar{N}_1 \quad (7)$$

$$\bar{M}_1 = (m_{1x}, m_{1y}, m_{1z}) \quad (8)$$

$$\bar{N}_1 = (n_{1x}, n_{1y}, n_{1z}) \quad (9)$$

El parámetro t , se halla encontrando la distancia mínima entre la línea L_M y L_N .

$$d(t) = \|L_M - L_N\| \quad (10)$$

$$d'(t) = \frac{d}{dt}\|L_M - L_N\| = 0 \quad (11)$$

Solucionando para t y reemplazando en las líneas se encuentran los puntos r_1 y r_2 .

A. Módulo paralelo reconfigurable

Para representar la variación de los ejes se propone un módulo paralelo reconfigurable. Un esquema se muestra en la figura 2.

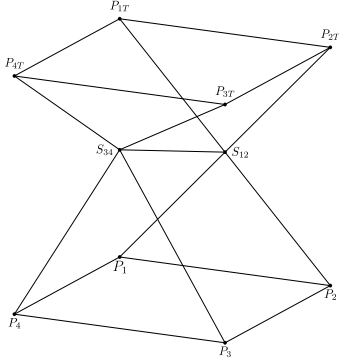


Figura 2: Esquema del módulo reconfigurable.

En la figura 2, los puntos P_1, P_2, P_3, P_4 son la base de unión de la parte fija. Los puntos $P_{1T}, P_{2T}, P_{3T}, P_{4T}$ son los puntos de referencia en la parte móvil. Los puntos S_{12}, S_{34} pertenecen a la extensión de la línea de los ejes.

En la figura 3 se muestra un modelo de ensamble del módulo reconfigurable.

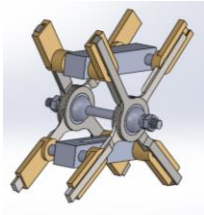


Figura 3: Ensamble del módulo reconfigurable.

Los valores iniciales se ajustan para que coincidan con los segmentos M_1M_2 y N_1N_2 . Los puntos de intersección de las líneas con los planos descritos por tres puntos:

$$\Pi_1 = P_1P_2S_{12} \quad (12)$$

$$\Pi_2 = P_3P_4S_{34} \quad (13)$$

$$\Pi_3 = P_{1T}P_{2T}S_{12} \quad (14)$$

$$\Pi_4 = P_{3T}P_{4T}S_{34} \quad (15)$$

Las longitudes de los segmentos:

$$l_{1T} = \|P_{1T} - S_{12}\| \quad (16)$$

$$l_{2T} = \|P_{2T} - S_{12}\| \quad (17)$$

$$l_{3T} = \|P_{3T} - S_{34}\| \quad (18)$$

$$l_{4T} = \|P_{4T} - S_{34}\| \quad (19)$$

$$l_1 = \|P_1 - S_{12}\| \quad (20)$$

$$l_2 = \|P_2 - S_{12}\| \quad (21)$$

$$l_3 = \|P_3 - S_{34}\| \quad (22)$$

$$l_4 = \|P_4 - S_{34}\| \quad (23)$$

Son la solución de la geometría inversa del mecanismo reconfigurable.

B. Cálculo de la estructura

Después de obtener los puntos que caracterizan los ejes, definimos la posición de la base respecto a la plataforma.

El script empleado para generar la estructura inicial es:

```
#Estimación de posición inicial cm
#medidas antropométricas
vK=1.2; vL=1.1; vO=1.6; vP=0.1; vQ=0.5; vR=0.54
#altura promedio
H=175
#distancia rodilla al tobillo
d_m=0.244*H/3
#distancia tobillo a la planta del pie
d_p=0.039*H
#ancho del pie
ap=0.039*H
#largo del pie
lp=0.152*H
#posición inicial z de la plataforma
z_p=(d_m+d_p)
#radio de la plataforma
r_p=ap+lp
#radio del soporte de la pierna
rsp=10
#radio del módulo
l_md=3
#altura del módulo
amd=4
#ángulo del triángulo equilátero
ae=2*pi/3
#vector de referencia de la tibia
O=vector([0, 0, -d_md/2])
S1=vector([rsp, 0, -d_md/2])
S2=vector([rsp*cos(ae), rsp*sin(ae), -d_md/2])
S3=vector([rsp*cos(-ae), rsp*sin(-ae), -d_md/2])
S4=vector([rsp*cos(84*dtr), rsp*sin(84*dtr), -d_md/2])
#posición inicial de la plataforma
A0=vector([r_p, 0, z_p])
B0=vector([r_p*cos(ae), r_p*sin(ae), z_p])
C0=vector([r_p*cos(-ae), r_p*sin(-ae), z_p])
#punto medio del triángulo equilátero
PMD=(A0+B0+C0)/3
```

El resultado de la ejecución se muestra en la figura 4. Se observan la posición inicial de los ejes, la plataforma y el soporte.

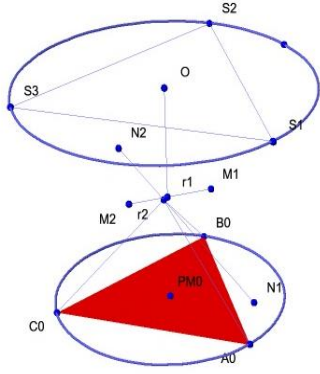


Figura 4: Representación de la posición inicial.

A partir de la proyección del segmento M2-M1 hacia un plano paralelo al sagital, definimos la ubicación del módulo 1.

En el script se resuelve la localización del módulo 1.

```
#Puntos proyectados en la línea 1
smp1=ol ve L1[1] ==_p, t1)
smp2=ol ve L1[1] ==_p+H ml/ 2, t1)
smp1=smp1[0], rhs()
smp2=smp2[0], rhs()
pnt1=L1.subs(t1=smp1).n()
pnt2=L1.subs(t1=smp2).n()
#puntos del módulo 1
dsp1=vector([0,0,amd]) + pnt1
dsp2=vector([0,0,-amd]) + pnt2
dsp1py=((dsp1-((dsp1-pnt1)*w1)*w1)
-pnt1)/norm(dsp1-((dsp1-pnt1)*w1)*w1) - pnt1)
dsp2py=((dsp2-((dsp2-pnt2)*w1)*w1)
-pnt2)/norm(dsp2-((dsp2-pnt2)*w1)*w1) - pnt2)
v1=w1.cross_product(dsp1py)
v2=w1.cross_product(dsp2py)
PMB1=pnt1 + (sin(pi/6)*v1 + cos(pi/6)*dsp1py)*amd
PMB2=pnt1 + (sin(-pi/6)*v1 + cos(-pi/6)*dsp1py)*amd
PMB3=pnt2 + (sin(pi/6)*v1 + cos(pi/6)*dsp1py)*amd
PMB4=pnt2 + (sin(-pi/6)*v1 + cos(-pi/6)*dsp1py)*amd
PMB5=pnt1 + (sin(pi/6)*v2 + cos(pi/6)*dsp2py)*amd
PMB6=pnt1 + (sin(-pi/6)*v2 + cos(-pi/6)*dsp2py)*amd
PMB7=pnt2 + (sin(pi/6)*v2 + cos(pi/6)*dsp2py)*amd
PMB8=pnt2 + (sin(-pi/6)*v2 + cos(-pi/6)*dsp2py)*amd
BMDL1=pol ygon([PMB1, PMB2, PMB3], col or = red)
+ i ne([PMB1, pnt1, PMB2], thi ckness=3)
+ i ne([PMB3, pnt2, PMB4], thi ckness=3)
BMDL2=pol ygon([PMB5, PMB6, PMB7, PMB8], col or = red)
+ i ne([PMB5, pnt1, PMB6], thi ckness=3)
+ i ne([PMB7, pnt2, PMB8], thi ckness=3)
#puntos medios
PMB1=(PMB1+PMB2+PMB3+PMB4)/4
PMB2=(PMB5+PMB6+PMB7+PMB8)/4
```

De modo similar obtenemos el módulo 2, trazando los módulos obtenemos la estructura inicial completa en la figura 5.

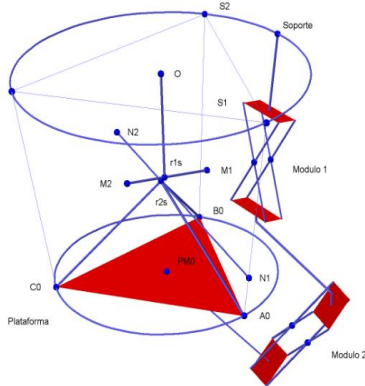


Figura 5: Trazado de la estructura inicial.

La distancia de cada segmento puede ser calculada a partir de los puntos. Con estas dimensiones construimos el modelo de ensamblaje.

C. Espacio de trabajo del robot

El espacio de trabajo del robot lo calculamos a partir de las máximas amplitudes de los ángulos.

Debido a que son dos parámetros variables, se espera obtener una superficie limitada por dichos valores paramétricos.

Para cada punto de la plataforma se obtiene su transformación en SO(3). Para trazar el espacio de trabajo empleamos el siguiente script:

```
#vectores unitarios
w1=n((M1-M2)/abs(M1-M2))
w2=n((N1-N2)/abs(N1-N2))
v1=n(-w1.cross_product(r_1))
v2=n(-w2.cross_product(r_2))
#ángulos
thet a1=var('theta_1')
thet a2=var('theta_2')
#o3
xi 1=matrix([v1[0], v1[1], v1[2], w1[0], w1[1], w1[2]]).transpose()
xi 2=matrix([v2[0], v2[1], v2[2], w2[0], w2[1], w2[2]]).transpose()
#R3
Rexp1=R.subs(alpha=thet a_1, u_x=w[0], u_y=w[1], u_z=w[2])
vexp1=matrix(identity(3)-Rexp1)*(w1.cross_product(v1))
MFH1=Rexp1.augment(vexp1).stack(vector([0,0,0,1]))
Rexp2=R.subs(alpha=thet a_2, u_x=w[0], u_y=w[1], u_z=w[2])
vexp2=matrix(identity(3)-Rexp2)*(w2.cross_product(v2))
MFH2=Rexp2.augment(vexp2).stack(vector([0,0,0,1]))
#posición inicial
gst OA=matrix([[1,0,0,A0[0]],[0,1,0,A0[1]],[0,0,1,A0[2]],[0,0,0,1]])
gst OB=matrix([[1,0,0,B0[0]],[0,1,0,B0[1]],[0,0,1,B0[2]],[0,0,0,1]])
gst OC=matrix([[1,0,0,C0[0]],[0,1,0,C0[1]],[0,0,1,C0[2]],[0,0,0,1]])
gst OPM=matrix([[1,0,0,PMD[0]],[0,1,0,PMD[1]],[0,0,1,PMD[2]],[0,0,0,1]])
#multiplicación exponencial
MFH=MFH1*MFH2*gst OA
MFH=MFH*MFH2*gst OB
MFH=MFH*MFH1*MFH2*gst OPM
#gráfica del punto medio
f_xpm=MTH[0][3]
f_ypm=MTH[1][3]
f_zpm=MTH[2][3]
crvpm=parametric_plot3d([f_xpm, f_ypm, f_zpm],
(thet a_1, -pi/6, pi/6), (thet a_2, -pi/6, pi/6))
#gráfica del punto A
f_xA=MTH[0][3]
f_yA=MTH[1][3]
f_zA=MTH[2][3]
crvA=parametric_plot3d([f_xA, f_yA, f_zA], (thet a_1,
-pi/6, pi/6), (thet a_2, -pi/6, pi/6))
#gráfica del punto B
f_xB=MTH[0][3]
f_yB=MTH[1][3]
f_zB=MTH[2][3]
crvB=parametric_plot3d([f_xB, f_yB, f_zB],
(thet a_1, -pi/6, pi/6), (thet a_2, -pi/6, pi/6))
#gráfica del punto C
f_xC=MTH[0][3]
f_yC=MTH[1][3]
f_zC=MTH[2][3]
crvC=parametric_plot3d([f_xC, f_yC, f_zC],
(thet a_1, -pi/6, pi/6), (thet a_2, -pi/6, pi/6))
```

En el script se definen las matrices de transformación homogénea SO(3). Usando el producto de exponenciales.

La figura 6 muestra el trazado de las variedades geométricas que en este caso son diferenciables en el rango de movimiento.

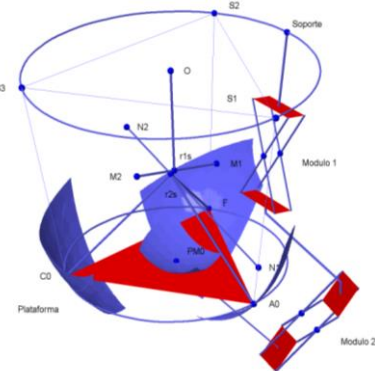


Figura 6: Trazado del espacio de trabajo.

En la figura 6 se observa que las superficies tienen componentes tangenciales con respecto a la trayectoria de los actuadores, esto asegura que las tensiones aplicadas tendrán un producto recíproco no nulo.

D. Ejemplo de reconfiguración

Para demostrar que la reconfiguración de los módulos se adapta a otras posiciones, tomamos los datos extremos en las medidas antropométricas.

En el robot fijamos los puntos de los módulos para representar los planos y hallamos la intersección de la línea de los ejes con los planos de los módulos.

En la Tabla 1 fijamos marcas de las medidas antropométricas y sus desviaciones estándar.

TABLA 1
MEDIDAS ANTROPOMÉTRICAS [16]

Medida	K mm	L mm	O mm	P mm	Q mm	R
Valor medio	12	11	16	1	5	0.54
Desviación estándar	4	4	4	5	3	0.06

Para hallar las posiciones de los ejes solo son necesarias las medidas de los ángulos y sus proyecciones en los planos transversal vista superior y sagital vista lateral. La información de las otras vistas se puede estimar a partir de éstas.

En la Tabla 2 se muestra el valor de B, que es el ángulo que forma el eje TPA con el plano sagital desde la vista frontal anterior. También se muestra C, que es el ángulo entre el plano sagital y el eje TPA desde la vista transversal superior.

Para el eje AC el valor D es el ángulo entre el eje y el plano sagital y G es el ángulo relativos al plano transversal.

TABLA 2
ESTADÍSTICAS DE ANGULOS

Medida	B °	C °	D °	G °
Valor medio	80	84	23	41
Desviación estándar	4	7	11	9

Como ejemplo reemplazamos todos los valores por la suma de la media y la desviación estándar.

La figura 7 muestra los resultados de sumar a cada uno de los parámetros medios su desviación estándar.

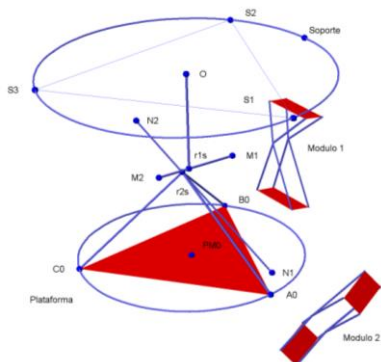


Figura 7: Reconfiguración de los módulos.

Como se puede observar en la figura 8, el sistema se puede reconfigurar reemplazando todos los parámetros iniciales y los módulos son alineados con los ejes del tobillo.

El espacio de trabajo para esta configuración se muestra en la figura 8.

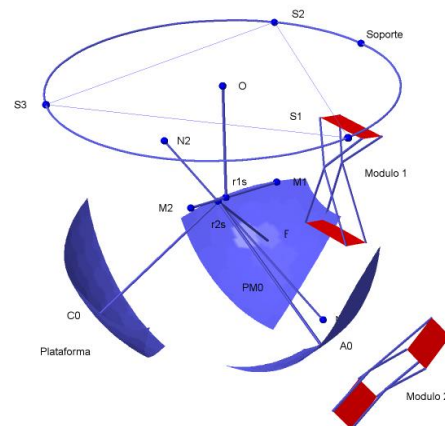


Figura 8: Espacio de trabajo para la nueva configuración.

En la figura 8 se puede observar el cambio en el espacio de trabajo. Se muestran los puntos de anclaje a los cables con posiciones iniciales A0, B0 y C0.

CONCLUSIONES

En este trabajo presentamos el diseño de un robot basado en el modelo del tobillo.

Un modelo del tobillo se puede integrar con el modelo de un robot actuado por cables.

Los módulos pueden configurarse para que se ajusten al modelo del tobillo específico para cada paciente.

El espacio de trabajo del robot puede ser superior al modelo de dos ejes debido a que las limitaciones por los tendones en un tobillo normal limitan el movimiento.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Colciencias y Colfuturo, la Universitat Politècnica de València y a la Universidad de los Llanos.

REFERENCIAS

- [1] S. A. Napper y R. L. Seaman, «Applications of robots in rehabilitation», *Robot. Auton. Syst.*, vol. 5, n.º 3, pp. 227-239, 1989, doi: 10.1016/0921-8890(89)90047-X.
- [2] W. A. Gruver, «Intelligent robotics in manufacturing, service, and rehabilitation: an overview», *IEEE Trans Ind. Electron.*, vol. 41, n.º 1, pp. 4-11, 1994, doi: 10.1109/41.281602.
- [3] G. Bolmsjo, H. Neveryd, y H. Efring, «Robotics in rehabilitation», *IEEE Trans. Rehabil. Eng.*, vol. 3, n.º 1, pp. 77-83, 1995, doi: 10.1109/86.372896.

- [4] R. Riener, *Rehabilitation Robotics*, vol. 3. Now Foundations and Trends, 2013. doi: 10.1561/23000000028.
- [5] J. L. Pons, *Emerging Therapies in Neurorehabilitation*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. [En línea]. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-38556-8>
- [6] J. L. Pons, *Emerging Therapies in Neurorehabilitation II*. Cham: Springer International Publishing, 2015. [En línea]. Disponible en: <http://gbv.eblib.com/patron/FullRecord.aspx?p=4081995>
- [7] E. D. Oña, R. C. la Cuerda, P. Sánchez-Herrera, C. Balaguer, y A. Jardón, «A Review of Robotics in Neurorehabilitation: Towards an Automated Process for Upper Limb», *J. Healthc. Eng.*, vol. 2018, 2018, doi: 10.1155/2018/9758939.
- [8] G. Sandrini, V. Homberg, L. Saltuari, Nicola Smania, y A. Pedrocchi, Eds., *Advanced Technologies for the Rehabilitation of Gait and Balance Disorders*. Cham: Springer International Publishing, 2018. [En línea]. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-72736-3>
- [9] J. L. Pons, «Rehabilitation exoskeletal robotics. The promise of an emerging field.», *IEEE Eng. Med. Biol. Mag. Q. Mag. Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 29, n.º 3, pp. 57-63, 2010, doi: 10.1109/MEMB.2010.936548.
- [10] S. Xie, *Advanced Robotics for Medical Rehabilitation: Current State of the Art and Recent Advances*, 1.ª ed. Cham: Springer International Publishing, 2016. [En línea]. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-19896-5>
- [11] Q. Miao, M. Zhang, C. Wang, y H. Li, «Towards Optimal Platform-Based Robot Design for Ankle Rehabilitation: The State of the Art and Future Prospects», *Journal of Healthcare Engineering*, 2018. <https://www.hindawi.com/journals/jhe/2018/1534247/> (accedido 25 de octubre de 2018).
- [12] I. Díaz, J. J. Gil, y E. Sánchez, «Lower-Limb Robotic Rehabilitation: Literature Review and Challenges», *Journal of Robotics*, 2011. <https://www.hindawi.com/journals/jr/2011/759764/> (accedido 24 de octubre de 2018).
- [13] E. Ottaviano, «Parallel Manipulators», en *Advanced Mechanics in Robotic Systems*, N. E. Nava Rodríguez, Ed. London: Springer London, 2011, pp. 59-73. doi: 10.1007/978-0-85729-588-0_4.
- [14] A. Brunete, A. Ranganath, S. Segovia, J. P. de Frutos, M. Hernando, y E. Gambao, «Current trends in reconfigurable modular robots design», *Int. J. Adv. Robot. Syst.*, vol. 14, n.º 3, p. 1729881417710457, may 2017, doi: 10.1177/1729881417710457.
- [15] P. Moubarak y P. Ben-Tzvi, «Modular and reconfigurable mobile robotics», *Robot. Auton. Syst.*, vol. 60, n.º 12, pp. 1648-1663, dic. 2012, doi: 10.1016/j.robot.2012.09.002.
- [16] R. E. Isman, V. T. Inman, y P. M. Poor, «Anthropometric studies of the human foot and ankle», *Bull Prosthet Res*, vol. 11, n.º 10, pp. 97-129, 1969.
- [17] K. A. Kirby, «Subtalar Joint Axis Location and Rotational Equilibrium Theory of Foot Function», *J. Am. Podiatr. Med. Assoc.*, vol. 91, n.º 9, pp. 465-487, oct. 2001, doi: 10.7547/87507315-91-9-465.