

# Development of Covariational Reasoning in engineering students: An experience with Flipped Classroom

Alejandro Ecos Espino, Dr<sup>1</sup>, Nilton León Calvo, Mg<sup>1</sup>, Joffré Huamán Núñez, Dr<sup>2</sup>, Edwar Ilasaca Cahuata, Dr<sup>2</sup>, Zoraida Manrique Chávez, Dra<sup>3</sup>, Oscar Esquivel Ynjante, Mg<sup>3</sup>, Alejandro Rumaja Alvitez, Mg<sup>4</sup>, Marco Latorre Vilca, Lic<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Universidad Nacional de Moquegua, Perú, aecose@unam.edu.pe, nleoncr@unam.edu.pe

<sup>2</sup> Universidad Nacional Micaela Bastidas de Apurímac, Perú, jhuaman@unamba.edu.pe, eilasaca@unamba.edu.pe

<sup>3</sup> Universidad Nacional Intercultural de la Amazonía, Perú, zmanrique@unia.edu.pe

<sup>4</sup> Universidad Nacional José María Arguedas, Perú, arumaja@unajma.edu.pe

<sup>5</sup> Universidad Tecnológica de los Andes, Perú, mlatorrev@utea.edu.pe

*Abstract– The study aimed to evaluate the incidence of the Flipped Classroom in the development of covariational reasoning in engineering students. The study was conducted with 69 Environmental Engineering students from the Calculus I course at a Peruvian university. The results show that the use of the Flipped Classroom methodology allowed a significant improvement in the level of development of the students' covariational reasoning. Viewing the videos, reviewing the class guides and providing new ideas or explanations or asking questions, either to clarify a doubt or to expand on a topic, was what most favored the management of variation. The evaluation of the experience by the students was positive since it generated motivation and confidence to develop activities improving the communication process.*

*Keywords– Flipped Classroom, Covariational Reasoning, TICs, variation.*

**Digital Object Identifier (DOI):**

<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2022.1.1.775>

**ISBN:** 978-628-95207-0-5 **ISSN:** 2414-6390

# Desarrollo del Razonamiento Covariacional en estudiantes de ingeniería: Una experiencia con Flipped Classroom

*Resumen— El estudio tuvo como objetivo evaluar la incidencia del Flipped Classroom en el desarrollo del razonamiento covariacional en estudiantes de ingeniería. El estudio se realizó con 69 estudiantes de Ingeniería Ambiental del curso de Cálculo I de una universidad peruana. Los resultados muestran que el uso de la metodología del Flipped Classroom permitió una mejora significativa en el nivel de desarrollo del razonamiento covariacional de los estudiantes. La visualización de los videos, la revisión de las guías de clases y el aporte de ideas nuevas o explicaciones o la formulación de preguntas, ya sea para aclarar alguna duda o para ampliar algún tema fue lo que más favoreció el manejo de la variación. La valoración de la experiencia por los estudiantes fue positiva ya que les generó motivación y confianza para desarrollar las actividades mejorando el proceso de comunicación.*

*Palabras Clave—Flipped Classroom, Razonamiento Covariacional, TICs, variación.*

## I. INTRODUCCIÓN

La pandemia generada por el COVID-19 en estos dos últimos años ha traído consigo problemas en el ámbito educativo, haciendo que la enseñanza de tipo tradicional cambie de forma drástica a un contexto virtual [1]. De esta forma, los docentes se han visto en la obligación de formarse de manera acelerada en el manejo de las nuevas tecnologías de la información y comunicación, aún cuando el uso de esta tecnología era bastante restringido en la educación [2].

Esto trae como consecuencia la poca seguridad de conseguir logros de aprendizaje en los estudiantes, comprometiendo la calidad del proceso educativo [3], debido a la escasa participación de los estudiantes en este proceso [4] como resultado de su estrés y sobre carga académica [5].

Por otro lado, el constante avance tecnológico exige la formación de ingenieros competitivos, obligando a las universidades a evaluar el contenido que imparten y las metodologías de enseñanza que aplican, buscando las que desarrollen la capacidad para razonar sobre la solución de problemas. En esta línea, la matemática es una disciplina que permite acceder a otros conocimientos, generando las

habilidades que el futuro ingeniero necesita para un adecuado desempeño.

En cursos de Cálculo, lo poco habitual del desarrollo de actividades que favorezcan la construcción y comprensión de los modelos matemáticos, genera muchas dificultades [6], acostumbrando su labor al manejo algorítmico de las variables que componen el modelo, sin analizar el tipo de dependencia que entre ellas existe ni su comportamiento [7]. En los últimos años, los estudios señalan lo valioso que representa la identificación de la dinámica de ciertos conceptos matemáticos y el estudio de procesos de variación [8]; resaltando para ello el valor de la percibir, identificar y caracterizar la variación en diferentes situaciones para fomentar el desarrollo del pensamiento matemático [9].

Los modelos educativos tradicionales han centrado su atención en el contenido y en el profesor, desarrollando actividades individuales que corresponden a los niveles más bajos del trabajo cognitivo [10]. Sin embargo, los nuevos paradigmas educativos resaltan el manejo de una enseñanza centrada en el estudiante que promueva su participación activa, colaboración y desarrollo de habilidades comunicativas de orden superior [11].

La integración de las TICs en la universidad ha generado grandes desafíos a los profesores y también ha motivado la aparición de nuevas estrategias de enseñanza aprendizaje [12,13, 14]. Si bien existen diferentes razones para la incorporación de las TICs en los procesos de enseñanza aprendizaje dentro de las universidades [15], requiere por parte de los docentes una gran formación, dedicación y actualización [16]; así como la necesidad de conocer las percepciones, actitudes y competencias que tienen los diferentes actores educativos.

En este contexto, tenemos al modelo Flipped Classroom como una alternativa importante a evaluar, pues invierte las actividades realizadas en un aula tradicional dando paso a otras que favorezcan el aprendizaje en entornos colaborativos [17]; donde la figura del docente adquiere una nueva perspectiva de orientador y guía en el camino formativo

académico del estudiante, mientras que el alumno se convierte en el foco activo del aprendizaje [18].

#### A. *Flipped Classroom*

Representa un modelo pedagógico que transfiere parte del proceso de enseñanza y aprendizaje fuera del aula para utilizar el tiempo de clase en el desarrollo de procesos cognitivos de mayor complejidad, que favorezcan el aprendizaje significativo. En consecuencia, invierte los roles educativos haciendo que el docente asuma el papel de guía del aprendizaje y que el estudiante aprenda los contenidos fuera del aula [19], es decir, los contenidos se consultan en contextos no formales y el aula se convierte en un espacio para resolver dudas y trabajar en equipo [20]. Se diferencia de la enseñanza tradicional porque las lecciones se reciben en casa y en el aula se aplica la lección recibida previamente [21]. Las clases presenciales expositivas se realizan por medio de herramientas multimedia para que el estudiante las atienda fuera de clases, mientras que las clases presenciales se transforman en espacios para la exploración y práctica de los conocimientos a desarrollar [22].

En la enseñanza tradicional, las acciones de los estudiantes tienen un bajo impacto en el aprendizaje ya que se limitan casi siempre a escuchar [23], a diferencia de la ejecución de tareas que implica actividades cognitivas que influyen positivamente en el aprendizaje. En este sentido, el modelo del Flipped Classroom transfiere la inactividad del estudiante a su casa, transformando al aula en un lugar para generar conocimiento y favorecer la interacción con sus demás compañeros [24], permitiendo que puedan aplicar, analizar, evaluar y crear un entorno sobre un tema determinado, haciendo posible la implementación del trabajo interactivo, trabajo colaborativo, el aprendizaje basado en problemas y la realización de proyectos [23].

Diversos estudios señalan que los docentes deben considerar dentro de su metodología Flipped Classroom cuatro aspectos importantes [25, 26]: Un ambiente flexible con espacios de aprendizaje apoyados en la tecnología donde los estudiantes puedan decidir cuando y donde estudiar; una cultura de aprendizaje basada en una pedagogía que centra su atención en el estudiante; un contenido intencional que debe ser organizado y categorizado por el docente; y, un docente profesional y reflexivo con su práctica que termina siendo el pilar más importante en la aplicación de esta metodología.

También resulta necesario considerar las etapas para el desarrollo del modelo de Flipped Classroom [27]:

1. Creación o uso de una plataforma de fácil acceso para el estudiante, para colocar los videos y recursos del curso, así como chats y foros.
2. Comunicación a los estudiantes de la estrategia que se utilizará, en qué consiste, qué temas se abordarán.
3. Sesión de adaptación a la plataforma o recursos virtuales, dando a conocer la forma de acceso.
4. Para el trabajo en las clases presenciales, los estudiantes

deben preparar al menos una pregunta sobre la temática expuesta en los videos preparados por el docente, la cual no puede ser resuelta directamente con el video.

5. Se desarrollan actividades en grupo, en las cuales el estudiante puede recurrir al uso de internet, computadores, celulares, libros, etc.
6. Se debe realizar una evaluación constante, que le dé al estudiante una retroalimentación para la reflexión de su proceso y estudio de los aspectos débiles en su proceso de aprendizaje.

El enfoque pedagógico del Flipped Classroom resulta ser innovador y con gran potencial para transformar el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática [28], pudiendo generar resultados exitosos en el desarrollo de habilidades matemáticas de los estudiantes [29]. Diversos estudios han evidenciado la necesidad de considerar a los videos como materiales curriculares [28] ya que pueden capacitar a los estudiantes en el pensamiento crítico sobre problemas matemáticos de forma personalizada [30] y en la comprensión de conceptos y procedimientos involucrados en la exploración del conocimiento [31].

A pesar de estas ventajas, una aplicación inadecuada de esta metodología puede generar el sentimiento de ausencia del docente que no complementa el trabajo de los estudiantes [4]. Además, la falta de madurez de los estudiantes y su poco compromiso representa otra dificultad así como el escaso manejo de la metodología y las herramientas digitales [32].

#### B. *Razonamiento Covariacional*

La discriminación de los aspectos dinámicos de los conceptos matemáticos y el estudio de la percepción, identificación y caracterización de la variación en diferentes contextos, resulta importante para el desarrollo del pensamiento matemático [33].

En tal sentido, el establecimiento de conexiones entre aquellos conceptos con fuertes componentes dinámicas, sus representaciones y el movimiento real de los objetos en diferentes contextos, genera dificultades en los estudiantes que pueden ser entendidas a través del estudio de la variación [34]. Estas dificultades originan además limitaciones para modelar relaciones funcionales sobre situaciones donde participa la razón de cambio de variables que varían continuamente en un proceso de dependencia entre ellas [35]. Por tal motivo, diversos investigadores destacan la importancia de la modelación de relaciones funcionales para interpretar eventos dinámicos y para la comprensión de conceptos principales del cálculo a través del análisis de la variación [36].

En este contexto, el razonamiento covariacional se define como el marco conceptual que considera las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a la forma en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra [37]. La descripción y análisis del razonamiento covariacional de los estudiantes,

exige la evaluación de 5 acciones mentales (Tabla I), las cuales están relacionadas con 5 niveles de razonamiento.

Las imágenes de covariación se consideran evolutivas y que por lo tanto, son susceptibles de medir mediante niveles que emergen en sucesión ordenada. Esta imagen se define como una dinámica que se origina en acciones corporales o en movimientos de la atención, y como fuente o vehículo de las operaciones mentales [37].

TABLA I  
ACCIONES MENTALES DE LA COVARIACIÓN

Acción mental	Descripción de la acción mental
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra
AM2	Coordinación de la dirección de los cambios de las variables
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de las variables
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función, con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio.

Fuente: [37]

Los niveles que se proponen se sustentan en la expresión de determinadas acciones mentales (Tabla II).

TABLA II  
NIVELES DE RAZONAMIENTO COVARIACIONAL

Niveles	Característica
Nivel 1 (N1) Coordinación	Las imágenes de covariación pueden sustentar a la acción mental de coordinar el cambio de una variable con cambios en la otra variable (AM1)
Nivel 2 (N2) Dirección	Las imágenes de la covariación sustentan las acciones mentales de coordinar la dirección del cambio de una de las variables con cambios en la otra. Las acciones AM1 y AM2 se sustentan por imágenes de N2.
Nivel 3 (N3) Coordinación cuantitativa	Las imágenes de la covariación sustentan las acciones mentales de coordinar la cantidad de cambio en una variable con cambios en la otra. Las acciones AM1, AM2 y AM3 son sustentadas por las imágenes N3
Nivel 4 (N4) Razón promedio	Las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio promedio de una función con cambios uniformes en los valores de entrada de la variable. Las acciones AM1 hasta AM4 son sustentadas por imágenes N4
Nivel 5 (N5) Razón de cambio instantánea	Las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio instantánea de una función con cambios continuos en la variable entrada. Las acciones AM1 a AM5 son sustentadas por las imágenes de N5

Fuente: [37]

Todo lo descrito hasta este punto, lleva a cuestionarnos si el uso de la metodología del Flipped Classroom resulta ser efectiva en el desarrollo del razonamiento covariacional en estudiantes de ingeniería, donde el manejo de conceptos matemáticos caracterizados por el cambio y la variación es

importante. Por lo tanto, y con el fin de profundizar en este tema, se proponen en este trabajo las siguientes hipótesis:

- La aplicación de la metodología del Flipped Classroom mejora el nivel de razonamiento covariacional en estudiantes de ingeniería;
- La revisión de los videos, de las guías de aprendizaje y la participación de los estudiantes mejoran el nivel de razonamiento covariacional en los estudiantes;
- Los estudiantes valoran positivamente la aplicación de la metodología del Flipped Classroom.

En relación con estas hipótesis, el presente estudio tiene tres objetivos principales. El primero es determinar las diferencias en cuanto a los niveles de razonamiento covariacional de los estudiantes, antes y después de la puesta en práctica de la metodología Flipped Classroom. El segundo objetivo es determinar cuál de los aspectos relacionados a la puesta en práctica de la metodología Flipped Classroom se relaciona con la evolución del nivel de razonamiento covariacional de los estudiantes. El tercer objetivo es identificar la valoración de los estudiantes a la aplicación de la metodología Flipped Classroom.

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

La experiencia didáctica se desarrolló con 69 estudiantes que cursaban los cursos de Cálculo I de la carrera de Ingeniería Ambiental durante un periodo de 4 semanas, tocando el tema relacionado al proceso de derivación de las funciones reales de variable real.

El proceso de experimentación inició con la comunicación a los estudiantes sobre los detalles de la metodología que se iba a implementar. El trabajo desarrollado se realizó dentro de la plataforma virtual de la universidad, que permitió programar las herramientas señaladas en la Tabla III.

Las clases sincrónicas se desarrollaron en el horario establecido por la universidad, a través de la herramienta ZOOM adaptada a la plataforma virtual. Para cada curso, se efectuaron dos sesiones por semana de 150 minutos cada una. En los primeros 20 minutos se aclararon algunas dudas identificadas en la revisión de los formularios. El tiempo restante, los estudiantes trabajaron en grupos en salas de trabajo creadas en la herramienta ZOOM, para resolver un problema relacionado al tema desarrollado en los videos y guías de clase. En esta etapa el papel del docente fue de orientador en cuanto al trabajo de los estudiantes.

TABLA III  
HERRAMIENTAS UTILIZADAS

Herramienta	Descripción
Prueba Escrita	Cuestionario virtual aplicado antes y después de la experimentación
Guías de Clase	Se detallan los aspectos teóricos y prácticos del tema que se va a desarrollar en las clases sincrónicas
Videos	7 videos por curso con una duración de 30 a 40 minutos

Formularios de evaluación	Para evaluar los contenidos de los videos y de las guías de clases. Se subía un día antes de la clase y se resolvía en dos horas
Grupo WhatsApp	Con la finalidad de absolver dudas sobre la visualización de las guías de clase y los videos.
Foro de discusión	Desarrollados para fomentar la participación de los estudiantes
Videoconferencias	Desarrolladas mediante la herramienta ZOOM. El link se subía cinco días antes de la clase sincrónica

Fuente: Elaboración Propia

La valoración del desarrollo del razonamiento covariacional, fue mediante un cuestionario con 5 situaciones problemáticas sobre el análisis del comportamiento de las variables, desde cómo y cuánto cambian hasta la determinación de razones de cambio promedio e instantáneas en contextos de modelación matemática. La validez de contenido del cuestionario fue evaluada por 5 expertos, obteniéndose un índice de validez de Lawshe de 0.81. Para la confiabilidad, se realizó una prueba piloto en una muestra de 21 estudiantes, obteniéndose un coeficiente de Cronbach de 0.79.

Los indicadores para evaluar la aplicación del Flipped Classroom fueron: visualización de los videos, revisión de las guías de clases y participación de los estudiantes. El número de veces que visualización de los videos y revisaron las guías de clase se registró en un archivo Excel.

El registro de la participación de los estudiantes tanto en los foros de discusión como en los trabajos grupales se efectuó mediante una lista de cotejo, considerando la categorización de la Tabla IV [38].

Al final del proceso, se recogió la percepción de los estudiantes mediante un formulario compuesto de 16 ítems, según tres factores adaptados [39]: Beneficios del uso del Aula Invertida, Uso de videos y apuntes de clases y Comunicación y Colaboración. La escala de valoración fue de 1 a 5, donde desde 4 expresaba estar de acuerdo con los ítems propuestos. Para este instrumento, la validez fue evaluada por 4 expertos, obteniéndose un índice de validez de Lawshe de 0.84. Para la confiabilidad, se realizó una prueba piloto en una muestra de 21 estudiantes, obteniéndose un coeficiente de Cronbach de 0.079.

TABLA IV  
CATEGORÍAS PARA EL ANÁLISIS DE LA PARTICIPACIÓN

Categoría	Descriptor
Idea Nueva (1)	Mensaje orientado a la tarea, focalizado en un contenido relevante, no mencionado con anterioridad
Ampliación (2)	Mensaje cuya idea redefine o amplía de forma elaborada algo dicho con anterioridad
Valoración (3)	Aportación crítica sobre algo aportado por otro compañero que supone un razonamiento o justificación (no un simple si/no)
Repetición (4)	Aquellos mensajes que no se adhieren a las categorías anteriores
Preguntas (5)	Las preguntas pueden ser básicamente de tres tipos: clarificar una duda, obtener una información ampliada de algún tema o pedir a los compañeros la confirmación sobre

	un contenido ya tratado
Explicaciones (6)	Son mensajes que ofrecen respuesta cualquiera de las preguntas planteadas, identificadas en la categoría anterior. No es un simple si/no, ya que debe contener una explicación de la respuesta dada

Fuente: [38]

### III. RESULTADOS

Se encontró que sólo el 12% de estudiantes de Cálculo I superó el nivel II antes de la experimentación, concentrándose el 49% en el nivel I. Después de la experimentación el 47% de los estudiantes superó el nivel II y sólo el 20% no superó el nivel I, dejando también evidencia de la incidencia de la aplicación de la metodología del Flipped Classroom en el desarrollo del razonamiento variacional de los estudiantes (Figura 1).

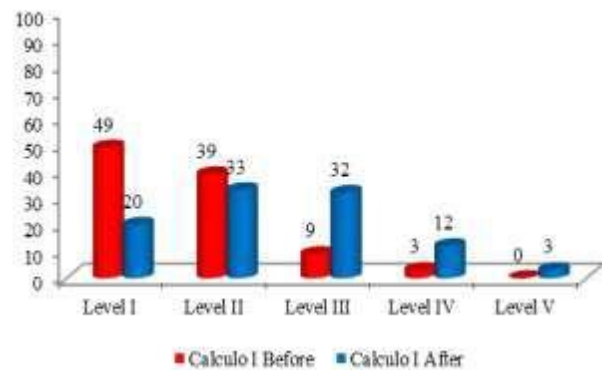


Fig. 1. Porcentaje de estudiantes según nivel de razonamiento covariacional antes y después de la experimentación

También se encontró que el 58% de los estudiantes que estaban en el Nivel I antes de la experimentación, avanzaron al Nivel II (29%) y al nivel III (29%). El 52% de los que estaban en el Nivel II avanzaron al Nivel III (33%) y Nivel IV (19%). El 50% de los que estaban en el Nivel III avanzaron al Nivel IV, mientras todos los que estaban en el Nivel IV avanzaron al Nivel V. (Tabla V).

TABLA V  
PORCENTAJE DE EVOLUCIÓN POR NIVELES DESPUÉS DE LA EXPERIMENTACIÓN

Antes de la experimentación		% de evolución según nivel después de la experimentación				
Nivel	Fi	I	II	III	IV	V
I	34	42	29	29	0	0
II	27	0	48	33	19	0
III	6	0	0	50	50	0
IV	2	0	0	0	0	100

Fuente: Elaboración Propia

En la Tabla VI se constata que en la medida que los estudiantes visualicen más veces los videos y revisen en más veces las guías propuestas sobre los temas desarrollados su rendimiento mejora. Esto también ocurre cuando los estudiantes aporten más ideas nuevas, o más explicaciones o formules más preguntas ya sea para aclarar alguna duda o para ampliar algún tema.

TABLA VII  
RELACIÓN ENTRE INDICADORES DE APLICACIÓN DE AULA INVERTIDA Y RENDIMIENTO DESPUÉS DE LA EXPERIMENTACIÓN

Visual. Videos	Revis. Guías	Participación					
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0.541*	0.295*	0.294*	0.288	0.349	0.346	0.421*	0.324*

Nota: \*  $p < 0.05$ ,

Por otro lado, existen diferencias muy significativa entre la media de los grupos antes de la experimentación y después de la experimentación ( $p < 0.01$ ), por lo cual se constata que el rendimiento de los estudiantes, y por ende el nivel de razonamiento covariacional de los estudiantes ha mejorado luego de la aplicación de la metodología del Flipped Classroom (Tabla VII).

TABLA VII  
COMPARACIÓN ANTES Y DESPUÉS DE LA EXPERIMENTACIÓN

Grupo	Before		After		U Man Whitney
	M	SD	M	SD	P
Calculo I	8.14	2.75	12.82	2.33	0.004**

Nota: M = Media, SD = Desviación Estándar, \*\* $p < 0.01$ \*

Además de lo señalado, los estudiantes valoran la aplicación del Flipped Classroom como metodología de enseñanza ya que beneficia su desempeño a través de su motivación y confianza para realizar y participar en las actividades y resolver la tarea encomendada. Además, expresaron estar de acuerdo que el uso de los videos y las guías de clase es valioso para su aprendizaje, permitiéndoles conocer y colaborar con sus compañeros, mejorando la comunicación entre ellos y con el docente (Tabla VIII).

TABLA VIII  
PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES

Grupo	Beneficios del aula Invertida	Uso de videos y Guías de Clase	Comunicación y colaboración
Calculo I	4.32	4.49	4.09
Wilcoxon (p)	0.021*	0.018*	0.009*

Nota: \* $p < 0.01$

#### IV. DISCUSIÓN

La aplicación de la metodología del Aula Invertida resultó ser valiosa para mejorar el nivel de razonamiento covariacional de los estudiantes. La mayor cantidad de

visualización de los videos y de las guías propuestas, así como algunos aspectos de su participación en los foros de discusión y grupos de trabajo ha permitido mejorar su rendimiento en las tareas relacionadas con el manejo de la variación, y en consecuencia, han mejorado sus niveles de razonamiento covariacional. En tal sentido, en los grupos donde se implementó esta metodología han mostrado un rendimiento significativamente mejor [40]. Se constata entonces que la experiencia ha permitido incrementar el logro académico de los estudiantes a partir de la socialización de los videos, resultado ser interesante y atractivo para los estudiantes [41]. Esto apoya la idea de considerar a los videos dentro de los componentes curriculares por medio de un diseño heurístico que fomente el pensamiento crítico de los estudiantes [27]. Además, el uso de esta metodología ha resultado ser efectiva permitiendo el logro de metas de aprendizaje, mejorando en el estudiante sus competencias específicas [42], reforzando la idea que esta metodología cuenta con un gran potencial para transformar la enseñanza de la matemática [2].

Los estudiantes mostraron preferencia por esta metodología, sobre todo en la disponibilidad de los videos y del manejo del tiempo en clases para la resolución de problemas que les permite mejores resultados en sus evaluaciones [26]. Por otro lado, su implementación ha generado satisfacción en los estudiantes quienes se ven más comprometidos en participar y comprometerse con las actividades diseñadas [42] y de esta forma mejorar su rendimiento, valorando su utilidad y la confianza que les genera para abordar su aprendizaje [43]. La implementación de esta metodología representa una oportunidad para asumir nuevos retos, tanto para los docentes como para las instituciones educativas [42], siendo una alternativa para romper la rutina de las clases tradicionales y motivar a los estudiantes o para desarrollar temas que se consideren propicios [44]. Además, se refuerza la idea que esta metodología permite un aprendizaje más profundo, la adquisición de competencias y la motivación del estudiante en la medida que exista la planificación previa por parte del docente [45].

Lo mencionado muestra que la aplicación de la metodología del Flipped Classroom si permitió la mejora el nivel de razonamiento covariacional en estudiantes de ingeniería. Se concluye también que la revisión de los videos y de las guías de aprendizaje diseñadas así como la participación de los estudiantes en relación a la formulación de preguntas y la explicación de ideas mejora el nivel de razonamiento covariacional en los estudiantes. Además, los estudiantes valoran positivamente la aplicación de la metodología del Flipped Classroom.

#### V. CONCLUSIONES

La aplicación de la metodología del Flipped Classroom ha mejorado el nivel de razonamiento covariacional en estudiantes de ingeniería. Se constata también que en la

medida que los estudiantes visualicen más veces los videos y revisen más veces las guías propuestas sobre los temas desarrollados su rendimiento mejora. Esto también ocurre cuando los estudiantes aporten más ideas nuevas, o más explicaciones o formule más preguntas ya sea para aclarar alguna duda o para ampliar algún tema. Los estudiantes valoran positivamente la aplicación de la metodología del Flipped Classroom, ya que consideran beneficia su desempeño a través de su motivación y confianza para realizar y participar en las actividades y resolver la tarea encomendada. Además, expresaron estar de acuerdo que el uso de los videos y las guías de clase es valioso para su aprendizaje, permitiéndoles conocer y colaborar con sus compañeros, mejorando la comunicación entre ellos y con el docente.

#### RECOMENDACIONES

La búsqueda de alternativas metodológicas que mejoren el desempeño de los estudiantes resulta una tarea importante por parte de los docentes. A nivel universitario, el manejo de herramientas para determinar, explicar y predecir el comportamiento variacional de una función resulta imprescindible en estudiantes de ingeniería. En este sentido, experimentar con la metodología del Flipped Classroom representa una alternativa viable ya que permite desarrollar el razonamiento covariacional en los estudiantes, en un contexto de motivación y aprendizaje colaborativo.

#### REFERENCIAS

- [1] Engelbrecht, J.; Borba, M.; Llinares, S.; Kaiser, G. Will 2020 be remembered as the year in which education was changed?. *ZDM - Mathematics Education*, vol. 52(5), 821–824, 2020.
- [2] Cevikbas, M.; Kaiser, G. Flipped classroom as a reform-oriented approach to teaching mathematics. *ZDM Mathematics Education*, vol. 52(7), 1291–1305, 2020.
- [3] Amaya, A.; Cantú, D.; Marreros, J. Análisis de las competencias didácticas virtuales en la impartición de clases universitarias en línea, durante contingencia del COVID-19. RED. *Revista de Educación a Distancia*, vol. 21(65), 1-20, 2021.
- [4] Bagley, S. The Flipped Classroom, Lethal Mutations, and the Didactical Contract : A Cautionary Tale. *PRIMUS*, vol. 30(3), 243–260, 2020.
- [5] Lovón, M.; Cisneros, S. Repercusiones de las clases virtuales en los estudiantes universitarios en el contexto de la cuarentena por COVID-19: El caso de la PUCP. *Propósitos y Representaciones, Revista de Psicología Educativa*, vol. 8(3), 2020.
- [6] Plaza, L. Modelación Matemática en ingeniería. *Rev. Investigación Educativa REDIECH*, vol. 7(13), 47-57, 2016.
- [7] Ecos, A., Huamán, J., Manrique, Z. Didactic Sequence for the development of variational thinking of university engineering students. In proceeding of the International Congress on Educational and Technology in Sciences, CISETC. Arequipa, 330-339, 2019.
- [8] Kidron, I.; Tall, D. The roles of visualization and symbolism in the potential and actual infinity of the limit process. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 88, 183-199, 2015
- [9] Caballero. M.; Cantoral, R. Pensamiento y lenguaje variacional: un estudio sobre mecanismo\*s de construcción del pensamiento matemático. *XVII Escuela de Invierno en Matemática educativa*, 307-324, 2015.
- [10] Adams, N. Bloom’s Taxonomy of cognitive learning. *Journal of the Medical Library Association*, vol. 103(3), 152–153, 2015.
- [11] Dockett, J.; Strand, N.; Mestre, J.; Ross, H. Conceptual problem solving in high school physics. *Physical Education Research*, vol. 11(2), 020106, 2015.
- [12] Fernández-Márquez, E.; Leiva-Olivencia, J.J.; López-Meneses, E. Competencias digitales en docentes de Educación Superior. *Rev. Digit. Investig. Docencia Univ*, vol. 12, 213–231, 2018.
- [13] González, M.; Flores, J.M. Valoración del NIVEL de Competencias TIC en Docentes Universitarios. *Revista. Atlante. Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 2018.
- [4] Mirete, A.B. El profesorado universitario y las TIC. Análisis de su competencia digital. *ENSAYOS*, vol. 31, 133–147, 2016.
- [15] Flores, M.; Ortiz, M.; Pérez, M. Redes sociales en Educación y propuestas metodológicas para su estudio. *Ciencia, Docencia y Tecnología*, vol. 26, 188-206, 2015.
- [16] Hernández, R.M. Impacto de las TIC en la educación: Retos y Perspectivas. *Propósitos Represent*, vol. 5, 325–347, 2017.
- [17] Suasnabas-Pacheco, L.; Avila-Ortega, W.F.; Díaz-Chong, E.; Rodríguez-Quiñonez, V.M. Las Tics en los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación universitaria. *Dominio Las Cienc*, vol. 3, 721–749, 2017
- [15] García-Planas, M.I.; Taberna, J.; Domínguez, S. El Uso de las TIC Para una Evaluación en Competencias en la Educación Superior; Asociación Española de Psicología Conductual: Granada, Spain, pp. 132–137. ISBN 978-84-09-02095-9, 2019
- [16] Cabero, J.; Marín, V. La educación formal de los formadores de la era digital-los educadores del siglo XXI. *Notandum* 44–45, 29–42, 2017.
- [17] Basso, M.; Bravo, M.; Castro, A.; Moraga, C. Propuesta de modelo tecnológico para flipped Classroom (T-flC) en educación superior. *Revista Electrónica Educare*, vol. 22(2), 1-17, 2018.
- [18] González, D.; Jeong, J.; Gallego, A. La enseñanza de contenidos científicos a través de un modelo «flipped»: Propuesta d instrucción para estudiantes del grado de Educación Primaria. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, vol. 35(2), 71-87, 2017.
- [19] Bergmann, J., Sams, A.: Flip your classroom : reach every student in every class every day. Newyork: International Society for Technology in Education, 2012.
- [20] Olaizola, A.: La Clase Invertida: Usar las TIC para " DAR VUELTA " a la clase. Facultad de Diseño y Comunicación- Universidad de Palermo, 2014.
- [21] Clare, R.; Ruiz Carrillo, A. Flipped teaching: finding room for interdisciplinary content and peer learning. In R.H. Crawford and A. Stephan (Ed.). 49th International Conference of the Architectural Science Association, 967–976, 2015.
- [22] Andrade, E.; Chacón, E. Implicaciones teóricas y procedimentales de la clase invertida. *Pulso*, 251-267, 2018.
- [23] Flipped Learning Network (FLN) (2014). What Is Flipped Learning? [https://flippedlearning.org/wp-content/uploads/2016/07/FLIP\\_handout\\_FNL\\_Web.pdf](https://flippedlearning.org/wp-content/uploads/2016/07/FLIP_handout_FNL_Web.pdf)
- [24] Blasco-Serrano, A. C., Lorenzo, J., y Sarsa, J. The flipped classroom and the use of educational software videos in initial teaching education. Qualitative study. @Tic. *Revista D'Innovació Educativa*, 0(17), 2016.
- [25] Abeysekera, L.; Dawson, P. Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research & Development*, vol. 34(1), 1-14, 2015.
- [26] Blasco-Serrano, A. C., Lorenzo, J., y Sarsa, J. Percepción de los estudiantes al ‘invertir la clase’ mediante el uso de redes sociales y sistemas de respuesta inmediata. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, vol. 57(6), 1–19, 2018.
- [27] De Araujo, Z., Otten, S., y Birisci, S. Teacher-created videos in a flipped mathematics class: digital curriculum materials or lesson enactments? *ZDM*, vol. 49(5), 687–699, 2017.
- [28] Voigt, M., Fredriksen, H., y Rasmussen, C. Leveraging the design heuristics of realistic mathematics education and culturally responsive pedagogy to create a richer flipped classroom calculus curriculum. *ZDM Mathematics Education*, vol. 52(5), 1051–1062, 2020.
- [29] Matzumura-Kasano, J. P.; Gutiérrez-Crespo, H; Zamudio-Eslava, L. A.; Zavala-Gonzales, J. C. Flipped Learning Model to Achieve Learning Goals in the Research Methodology Course in Undergraduate Students. *Revista Electrónica Educare*, vol. 22(3), 1–21, 2018.

- [30] Mcgivney-Burelle, J., y Xue, F. Flipping Calculus. *PRIMUS*, vol. 23(5), 477–486, 2013.
- [31] Uzunboyulu, H., y Karagözlü, D. The Emerging Trend of the Flipped Classroom: A Content Analysis of Published Articles between 2010 and 2015. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, vol. 54, 2017.
- [32] Del Arco Bravo, I., Flores Alarcía, Ó., y Silva García, P. El desarrollo del modelo flipped classroom en la universidad: impacto de su implementación desde la voz del estudiantado. *Revista de Investigación Educativa*, vol. 37(2), 451–469, 2019.
- [33] Cantoral, R. y Farfán, R. M. Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*, vol. 42, 353-369, 1998.
- [34] Posada, F.; Villa-Ochoa, J. A. Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional. Tesis de Maestría no publicada. Medellín: Universidad de Antioquia, 2006.
- [35] Cantoral, R. Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. Una mirada socioepistemológica. En Díaz, L. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 17, pp. 1-9. México, D.F.: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2004.
- [36] Dolores, C. Elementos para una aproximación variacional a la derivada. México D.F: Ediciones Díaz de Santos - Universidad Autónoma de Guerrero, 2007.
- [37] Carlson, M.; Jacobs, S.; Coe, E.; Larsen, S.; Hsu, E. Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: Un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, vol. 8(2), 121-156, 2003.
- [38] Bodemer, D. Dado, M. A review of methodological applications of social network analysis in computer supported collaborative learning. *Educational Research Review*, vol. 22, 159-180, 2017.
- [39] Landa, M.; Ramírez, M. Diseño de un cuestionario de satisfacción de estudiantes para un curso de nivel profesional bajo el modelo de aprendizaje invertido. *Revista Páginas de Educación*, 153-175, 2015.
- [40] Mason, G., Shuman, T., Cook, K.: Comparing the effectiveness of an inverted classroom to a traditional classroom in an upper-division engineering course. *IEEE Transactions on Education*, vol. 56(4), 430-435, 2013.
- [41] Awidi, I., Paynter, M.: The impact of a Flipped Classroom approach on student learning experience. *Computer & Education*, vol. 128, 269-283, 2019.
- [42] Begoña, I., Zabalza, S., Usón, E., Amaya, L.: Experiencia piloto de aula invertida para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de Termodinámica Técnica. Congreso Nacional de Innovación Educativa y de Docencia en Red. 2017.
- [43] Kerr, B.: The flipped classroom in engineering education: A survey of the research. International Conference on Interactive Collaborative Learning, 2015.
- [44] Turra, H.; Carrasco, V.; González, C.; Sandoval, V.; Yáñez, S. Flipped classroom experiences and their impact on engineering students' attitudes towards university-level mathematics. *Higher Education Pedagogies*, vol. 4(1), 136-155, 2019.
- [45] Fúmene, C.: El aula invertida y la construcción del conocimiento en matemática. El caso de la aplicación de la derivada. *Revista TED*, vol. 45, 159-174, 2019.