







escorrentía obteniendo resultados muy satisfactorios, es por eso que se decidió usarlo en el desarrollo de esta investigación.

El modelo GR4j toma la precipitación diaria del área y la evapotranspiración como entrada y la escorrentía diaria como salida. Así mismo utiliza el coeficiente de Nash - Sutcliffe como la función objetivo en la fase de calibración. En el modelo la precipitación y la evapotranspiración potencial se denotan como  $P$  y  $E$  respectivamente [8].  $P$  se calcula mediante el método de interpolación espacial, usando los registros de las estaciones más cercanas a la cuenca de estudio.  $E$  puede ser un valor promedio diario de largo plazo. Cabe resaltar que todas las cantidades, bien sean entradas, salidas o variables internas están expresadas en mm/día, por tal motivo, los volúmenes de agua deben ser divididos por el área de la cuenca cuando sea necesario. En la figura 3 se muestra la descripción grafica del modelo lluvia- escorrentía para el método GR4j.

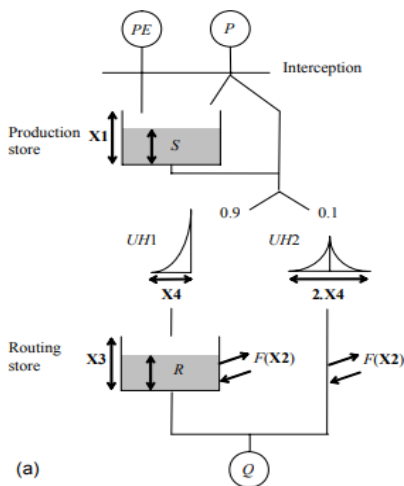


Figura 3: Esquema de la estructura del modelo GR4j. Fuente: [10]

Tabla 1: Parámetros usados en el modelo GR4j.

PARAMETRO	DESCRIPCIÓN
$x_1$ (mm)	Capacidad máxima del tanque de producción.
$x_2$ (mm)	Coefficiente de intercambio de aguas subterráneas.
$x_3$ (mm)	Capacidad máxima para el tránsito en canales.
$x_4$ (días)	Tiempo base del hidrograma unitario UH1.

Fuente: Rincón Achury, L. V. (2019).

### Descripción matemática del modelo GR4j:

Determinación de la precipitación y evapotranspiración

potencial neta- Las componentes principales del modelo incluyen: en primer lugar, el restar la evapotranspiración  $E$  de la precipitación  $P$ , se determina una precipitación neta  $P_n$  o una capacidad neta de evapotranspiración  $E_n$ .

$$\text{Si } P \geq E \text{ entonces } P_n = P - E \text{ y } E_n = 0 \quad (4)$$

Ecuación Precipitación neta

$$\text{Si } P < E \text{ entonces } P_n = 0 \text{ y } E_n = E - P \quad (5)$$

Ecuación despeje precipitación neta

Almacenamiento de producción: En el caso en que  $P_n$  no sea cero, una parte  $P_s$  de  $P_n$ , entra al tanque de producción:

$$P_s = \frac{x_1 \left[ 1 - \left( \frac{S_1}{x_1} \right)^2 \right] \tanh \left( \frac{P_n}{x_1} \right)}{1 + \left( \frac{S_1}{x_1} \right) \tanh \left( \frac{P_n}{x_1} \right)} \quad (6)$$

Ecuación de Almacenamiento de producción.

$P_s$  es determinada como una función del nivel  $S$  en el tanque, donde  $x_1$  (mm) es la máxima capacidad del tanque de producción. Cuando  $E_n$  no es cero, una tasa real de evaporación es determinada como una función del nivel en el almacenamiento de producción con el fin de calcular la cantidad  $E_s$  de agua que se evaporará del tanque.

$$E_s = \frac{S \left( 2 - \frac{S}{x_1} \right) \tanh \left( \frac{E_n}{x_1} \right)}{1 + \left( 1 + \frac{S}{x_1} \right) \tanh \left( \frac{E_n}{x_1} \right)} \quad (7)$$

Ecuación Tasa real de evaporación

De esta forma, el contenido de agua en el tanque de producción se actualiza como:

$$S = S - E_s + P_s \quad (8)$$

Ecuación Cantidad de agua corregida

Es importante resaltar que  $S$  nunca puede exceder a  $x_1$ . Una cantidad  $P_{erc}$  se escapa como percolación del almacenamiento de producción. Este valor se calcula de la siguiente manera:

$$P_{erc} = S \left[ 1 - \left( 1 + \left( \frac{4S}{9x_1} \right) \right)^{-0.25} \right] \quad (9)$$

Ecuación Percolación en el tanque de Producción.

De la expresión anterior se concluye que la percolación no contribuye mucho al caudal por esta razón es importante principalmente para la simulación de eventos mínimos. El valor de percolación es siempre menor que  $S$ . El nuevo nivel en el tanque queda definido como:

$$S = S - P_{erc} \quad (10)$$

*Ecuación Valor de Percolación*

*Distribución lineal con hidrogramas unitarios.* La cantidad total de agua  $P_r$  que alcanza las funciones de distribución esta dada por:

$$P_r = P_{erc} + (P_n - P_s) \quad (11)$$

*Ecuación cantidad total de agua*

El valor del  $P_r$  se divide en dos componentes de flujo: el 90% de  $P_r$  se distribuye por medio de una hidrógrafa unitaria UH1 y luego por un tanque de distribución no lineal. El 10% restante de  $P_r$  es distribuido por medio de una hidrógrafa unitaria UH2. Con UH1 y UH2, se puede simular el tiempo de rezago entre el evento de lluvia y el caudal pico resultante. Las ordenadas de ambas hidrógrafas son usadas en el modelo para distribuir la lluvia efectiva sobre varios intervalos de tiempo sucesivos. UH1 y UH2 dependen del mismo parámetro  $x_4$  expresado en días, sin embargo, UH1 tiene un tiempo base de  $x_4$  días, mientras que UH2 tiene un tiempo base de  $2x_4$  días. El parámetro  $x_4$  puede tomar valores reales y debe ser mayor de 0.5 días. En su forma discreta, las hidrógrafas unitarias UH1 y UH2 tienen n y m ordenadas respectivamente, donde n y m son los enteros más pequeños que exceden  $x_4$  y  $2x_4$  respectivamente. Las ordenadas de ambas hidrógrafas se derivan de las curvas-S correspondientes (proporción acumulada de la entrada con el tiempo) denotadas por SH1 y SH2 respectivamente. SH1 está definida a lo largo del intervalo de tiempo t de la siguiente forma:

$$\text{Para } t \leq x_4, SH1(t) = 0 \quad (12)$$

*Ecuación Proporción acumulada de la entrada Vs tiempo*

$$\text{Para } 0 < t < x_4, SH1(t) = (t/x_4)^{5/2}$$

$$\text{Para } t \geq x_4, SH1(t) = 1$$

$$\text{Ecuación Calculo SH1 vs tiempo} \quad (13)$$

SH2 es definida de una manera similar:

$$\text{Para } t \leq 2x_4, SH2(t) = 0$$

$$\text{Para } 0 < t < 2x_4, SH2(t) = (t/2x_4)^{5/2}$$

$$\text{Para } 2x_4 < t < 4x_4, SH2(t) = 1 - 1/2 (t/2x_4)^{5/2}$$

$$\text{Para } t \geq 4x_4, SH2(t) = 1$$

$$\text{Ecuación Calculo SH2 vs tiempo} \quad (14)$$

Finalmente, las ordenadas de UH1 y UH2 se calculan como: Donde j es un entero.

$$UH1(j) = SH1(j) - SH1(j-1) \quad (15)$$

$$UH2(j) = SH2(j) - SH2(j-1) \quad (16)$$

*Intercambio de agua en la cuenca.* Posteriormente se calcula un término  $F$  que actúa en ambas componentes de flujo, el cual indica el intercambio de agua subterránea:

$$F = x_3 \left( \frac{R}{x_3} \right)^{7/2} \quad (17)$$

*Ecuación de Intercambio de agua en la Cuenca*

$R$  es el nivel en el tanque de distribución,  $x_3$  es la capacidad de referencia y  $x_2$  es el coeficiente de intercambio. El parámetro  $x_2$  puede ser positivo en el caso en que se importa agua, negativo en el caso en que hay pérdidas, o cero cuando no hay intercambio de agua. Entre más alto el nivel en el tanque de distribución mayor es el intercambio. En valor absoluto,  $F$  no puede ser mayor que  $x_2$ , puesto que el coeficiente de intercambio representa la máxima cantidad de agua que puede ser adicionada (o liberada) a (de) cada componente de flujo, cuando el nivel en el tanque de distribución es igual a  $x_3$ .

*Almacenamiento de distribución no lineal.* El valor de  $R$  se actualiza adicionando el término  $F$  y la salida  $Q_r$  proveniente de UH1.

$$R = \text{Max}(0; R + Q_r + F) \quad (18)$$

*Ecuación Almacenamiento de distribución no lineal*

Entonces el caudal de salida del tanque,  $Q_r$ , se calcula como:

$$Q_r = R \left[ 1 - \left( 1 + \left( \frac{R}{x_3} \right)^4 \right)^{0.25} \right] \quad (19)$$

*Ecuación Caudal de salida del tanque*

$Q_r$  siempre será menor que  $R$ . El nuevo nivel en el almacenamiento es:

$$R = R - Q_r \quad (20)$$

*Ecuación Nivel de almacenamiento del tanque*

Aunque al comienzo de un intervalo de tiempo el tanque puede recibir una cantidad de agua mayor que el déficit de saturación  $x_3 - R$ , el nivel en el tanque nunca puede exceder

la capacidad  $x_3$  al final del intervalo de tiempo. Por esta razón, la capacidad  $x_3$  es llamada la capacidad máxima diaria.

Este tanque de distribución está en la capacidad de simular recesiones cuando sea necesario.

- *Cálculo del caudal total.* La salida  $Q_1$  proveniente de UH2, también está sujeta al intercambio de agua  $F$ , de esta forma la componente  $Q_d$  queda definida de la siguiente forma:

$$Q_d = \text{Max}(0; Q_1 + F) \quad (21)$$

*Ecuación Caudal total*

Finalmente, el caudal total se calcula como:

$$Q = Q_r + Q_d \quad (22)$$

## II. MÉTODOS

*Metodología de calibración del modelo GR4j-* Recopilada la información de precipitación media, temperatura media y caudales promedio, para el periodo comprendido entre 01/09/2001 y el 31/01/2004 (883 días), se procede primero a calcular la Evotranspiración potencial (ETP) usando la Ecuación Malmstrom. Después se inicia con la simulación de los caudales diarios en la estación con la que se delimitó la cuenca de estudio, para ello la programación del modelo GR4j se realizó en Excel [9]. La fase de calibración permite obtener los parámetros del modelo óptimos para la serie simulada representándose con precisión en la eficiencia Nash y la correlación entre los datos obtenidos y observados. Con el fin de tener resultados óptimos en el modelo GR4j, se utilizó la herramienta Solver del software Excel para obtener el conjunto de parámetros  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , para los cuales los criterios de eficiencia Nash son máximos.

*Metodología de validación del modelo GR4j-* De igual manera que para la calibración, una vez recopilada la información de precipitación media, temperatura media y caudales promedio, en este caso para el periodo comprendido entre 01/04/2004 y el 31/08/2006 (883 días), se procede primero a calcular la Evotranspiración potencial (ETP) usando la Ecuación Malmstrom. Luego se inicia con la simulación de los caudales diarios en la estación usada para la delimitación de la cuenca de estudio, usando el mismo formato Excel [9]. Para este punto fueron usados los parámetros obtenidos en la fase de calibración para conseguir la comparación de los resultados obtenidos con el modelo y lo observado por el ANA, teniendo en cuenta la eficiencia Nash y la correlación entre los resultados.

*Medidas de bondad de ajuste - Eficiencia NASH-* Como ya se mencionó para estimar la veracidad o bondad del ajuste de la calibración y validación se utilizó el criterio de eficiencia Nash que es uno de los más usados en hidrología.

**Tabla 2:** Valores referenciales de NASH.

NASH	AJUST E
< 0.2	Insuficiente
0.2 – 0.4	Satisfactorio
0.4 – 0.6	Bueno
0.6 – 0.8	Muy Bueno
> 0.8	Excelente

Fuente: Molnar (2011)

Los valores que se muestran en la tabla para efecto de este trabajo fueron multiplicados por 100 para obtenerlos en porcentaje.

*Coefficiente de correlación-* El coeficiente de correlación ( $R^2$ ) expresa la dependencia lineal entre dos variables, para este estudio se refiere a los caudales observados y los caudales simulados.

## III. RESULTADOS

*Calibración-* El área de la cuenca ( $\text{km}^2$ ) es la perteneciente a la delimitación de la subcuenca que tiene como punto guía la Estación Alco - Sayán obteniéndose un área de  $2862.17 \text{ km}^2$ . Y el periodo de análisis es de 883 días comprendido entre 01/09/2001 y el 31/01/2004.

**Tabla 3:** Parámetros del modelo GR4j en la cuenca calibrada

Parámetros del modelo	Transferencia
$x_1$ : Capacidad res. producción (mm)	7.448
$x_2$ : Parámetro de intercambio (mm)	-4.462
$x_3$ : Capacidad res. enrutamiento (mm)	5.584
$x_4$ : Retraso (días)	-13.623

**Tabla 4:** Valores iniciales para la cuenca calibrada

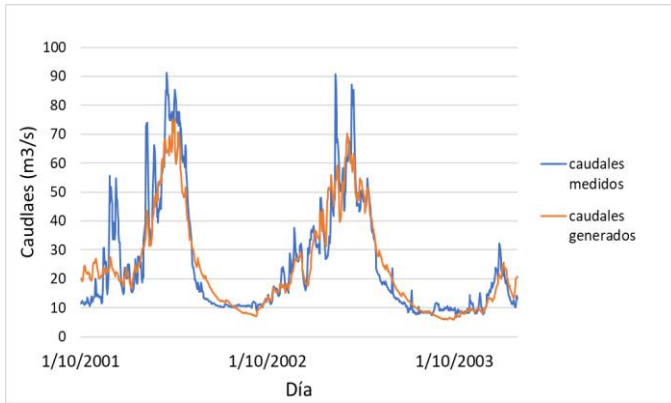
Tasa de llenado inicial $S0/x_1$	0.6
Tasa de llenado inicial $R0/x_3$	0.7

**Tabla 5:** Criterios de eficiencia de la calibración del modelo

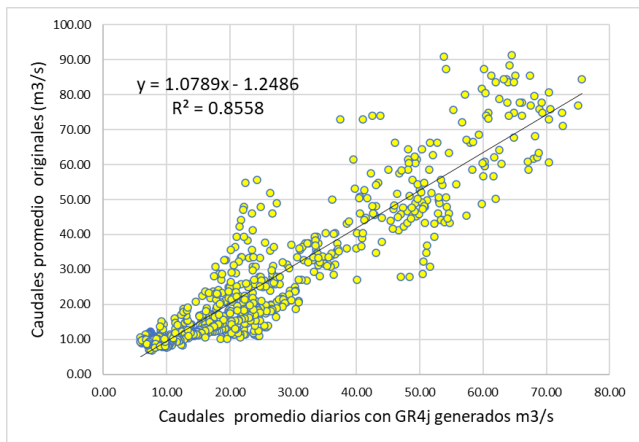
Nash(Q)	88.0
---------	------

Nash(VQ)	88.9
Nash(ln(Q))	86.7
Bilan	99.0

En la figura 4, se puede apreciar la comparación de los caudales registrados en la estación hidrométrica Alco - Sayán y los caudales generados usando el método GR4j entre los días 1/9/2001 al 31/1/2004, el cual corresponde al periodo de calibración. Así mismo la figura 5 se muestra la excelente correlación  $R^2 = 0.856$  que existen entre los caudales registrados y los caudales generados.



**Figura 4:** Comparativa de caudales medidos (ANA) y los generados con el modelo GR4j usando datos grillados ERA5 para el periodo 1/9/2001 al 31/1/2004. **Fuente:** Elaboración propia



**Figura 5:** Correlación  $R^2$  entre los caudales generados de datos diarios ( $m^3/s$ ) y caudales registrados promedio diarios ( $m^3/s$ ) observados para el periodo de calibración. **Fuente:** Elaboración propia

**Validación-** En este punto como ya se mencionó en la metodología se usó los parámetros obtenidos en la calibración para verificar si los parámetros calculados con el Excel se ajustan a los datos observados en otro periodo de tiempo por la estación Alco - Sayán, el periodo de análisis fue de 883 días comprendido entre 01/04/2004 y el 31/08/2006. El área de la

cuenca Alco - Sayán en ( $km^2$ ) se mantiene igual (2862.17  $km^2$ ).

**Tabla 6:** Parámetros del modelo GR4j usados para validar los datos de la cuenca Alco - Sayán

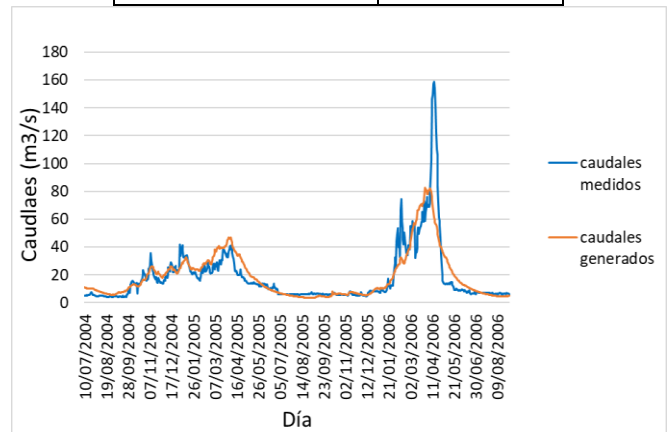
Parámetros del modelo	Transferencia
$x_1$ : Capacidad res. producción (mm)	2.01
$x_2$ : Parámetro de intercambio (mm)	-5.98
$x_3$ : Capacidad res. enrutamiento (mm)	7.42
$x_4$ : Retraso (días)	-13.62

**Tabla 7:** Valores iniciales para la cuenca Alco - Sayán

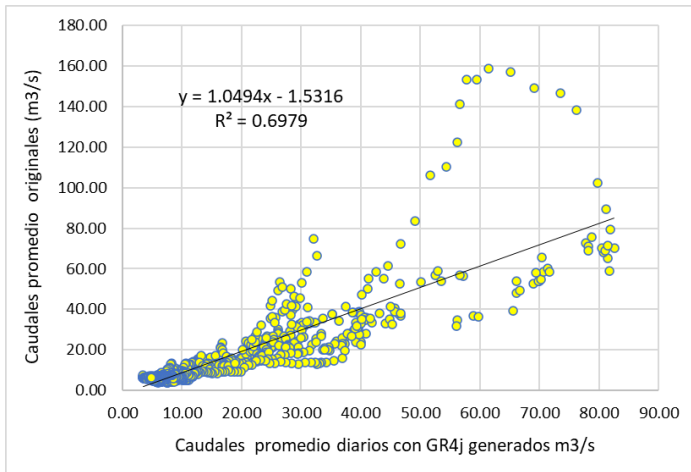
Valores iniciales	
Tasa de llenado inicial $S0/x1$	0.6
Tasa de llenado inicial $R0/x3$	0.7

**Tabla 8:** Criterios de eficiencia para la validación del modelo

Criterios de eficiencia (%)	
Nash(Q)	61.4
Nash(VQ)	74.0
Nash(ln(Q))	76.3
Bilan	106.0



**Figura 6:** Comparativa de caudales medidos (ANA) y los generados con el modelo GR4j usando datos grillados ERA5 para el periodo 1/4/2004 al 31/8/2006. **Fuente:** Elaboración propia.



**Figura 7:** Correlación  $R^2$  entre los caudales generados de datos diarios ( $m^3/s$ ) y caudales registrados promedio diarios ( $m^3/s$ ) observados para el periodo de validación **Fuente:** Elaboración propia

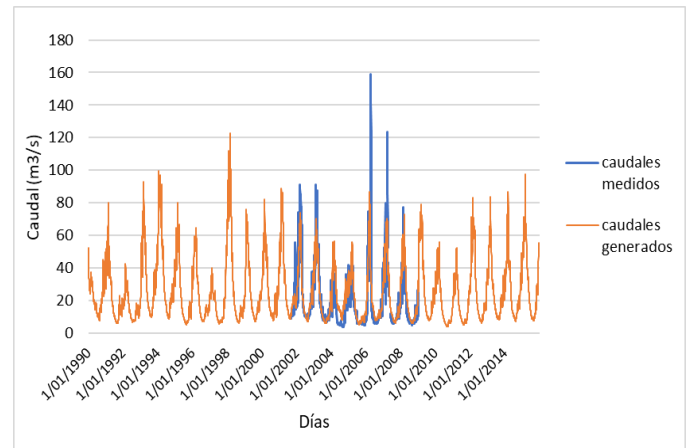
#### Análisis de resultados:

Como se puede observar en los resultados obtenidos en la parte de calibración, al ejecutar el Solver del Excel, los parámetros obtenidos dan un criterio de eficiencia de  $R^2$  por encima del 80% lo que significa el modelo GR4j se acopla muy bien al área estudiada de la cuenca Alco - Sayán. Asimismo, en la Figura 5 la curva donde se muestra la correlación entre los caudales observados y generados el  $R^2$  está en un valor de 0.855, al estar tan próximo al 1, da a entender que los datos tienen buena similitud. Por último, se compararon las curvas de caudales en la Figura 4 a lo largo del periodo de análisis, se puede ver que las curvas se asemejan mucho teniendo en la parte de los caudales observados algunos picos que podría deberse a datos atípicos como son lluvias esporádicas, aumento del caudal por el agua saliente de la infiltración u otros factores como obras humanas.

En el caso de la validación, al usarse los mismos parámetros obtenidos en la calibración, en primer lugar, se observa que el criterio de eficiencia NASH está por encima del 60% dando a entender que el modelo sigue funcionando bien para la cuenca Alco - Sayán. Pero al revisarse la Figura 7 donde se muestra la línea de tendencia de la correlación entre los caudales observados y generados, se aprecia que el  $R^2$  está en un valor de 0.69 lo que da entender que los datos son buenos. Además, en la Figura 6 al compararse las curvas de caudales a lo largo del periodo de análisis, se puede ver que las curvas se asemejan teniendo en la parte de los caudales observados algunos picos inferiores y superiores a los de los caudales generados y como se mencionó anteriormente esto podría deberse a datos atípicos en algún tramo de la cuenca Alco - Sayán.

De esta manera, teniendo en cuenta que los resultados obtenidos en la calibración y validación son muy buenos según los criterios de NASH, están por encima del 60%, y en

las figuras 5 y 7 (correlación), se muestra un  $R^2$  por encima del 0.8 y cercano a 1 para la calibración y un  $R^2$  próximo a 0.7 para la validación. Con esto se puede decir que el método funciona para el área de la cuenca hasta la estación Alco - Sayán, por ello se procede a realizar la simulación de caudales diarios para el periodo propuesto obteniéndose la Figura 8 y comparando con los datos observados en los periodos analizados. Para esto se usaron los valores  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$  de la calibración.



**Figura 8:** Caudales generados con el método GR4j, periodo 1990-2015 **Fuente:** Elaboración propia

Al ver la figura 8 se puede decir que, aunque existen datos atípicos entre los días 9/4/2006 al 22/4/2006 y el 2/4/2007, las curvas de ambos caudales, tanto los observados como los generados, son semejantes y los caudales diarios generados con el método GR4j, proporcionan la información para poder generar caudales diarios desde el 1/01/1990 al 31/12/2015, periodo en el cual ERA5 DAILY proporciona datos grillados climatológicos, a su vez que esto puede servir para estudios futuros que requieran esta data faltante por la escasez de estaciones de medición permanente monitoreo.

#### IV. CONCLUSIONES

Se puede concluir que utilizando el método GR4j y corroborando la validez y susceptibilidad de las variables, se logró determinar que se obtuvieron resultados aceptables para la obtención de caudales diarios en la cuenca Alco - Sayán, los resultados de los valores de eficiencia que se obtuvieron se encuentran entre un 61% a un 100% lo que muestra el potencial del modelo a la hora de calibrar y la eficiencia que posee. Los caudales generados a través de este método pueden ser usados para generación de caudales en periodos amplios y así ser utilizado en la planificación de proyectos diversos hidráulicos como la construcción de canales de irrigación para las tierras agrícolas ubicadas en el valle, específicamente en la parte baja del río Huaura, teniendo en cuenta que la estación Alco - Sayán es el punto gráficamente hablando que divide la



zona baja y la zona alta del cauce principal del río Huaura.

Asimismo, debido a la facilidad del GR4j que utiliza cuatro variables principales y por su aproximación este estudio puede ser base para otros estudios más enfocados a lugares o sub cuencas obteniendo resultados más precisos debido a los años estudiados en la cuenta, y así lograr un modelo más exacto que ayuden a completar algunos datos que no se tienen estudiados o analizados con procesos de aproximación.

Finalmente, los caudales diarios generados en este estudio no podrán ser usados para calcular los caudales de máximas avenidas a diferentes tiempos de retorno, esto debido a que no representan bien los caudales atípicos como se mostró en los periodos de validación y calibración, ya que es un modelo que solo usa variables de precipitación y temperatura en su algoritmo y no considera otras variables importantes como la infiltración y los valores morfológicos de la cuenca.

#### REFERENCES

- [1] Autoridad Nacional de Agua. (26 de febrero de 2018). Más de cinco mil usuarios de la cuenca Huaura se benefician con entrega de licencia de uso de agua. <http://www.ana.gob.pe/noticia/mas-de-cinco-mil-usuarios-de-la-cuenca-huaura-se-benefician-con-entrega-de-licencia-de-uso>
- [2] Aveiga Lovato, Henry Fabricio y Caiza Críollo, Henry Agustín (2018). Análisis comparativo de resultados hidrológicos obtenidos con los modelos HEC-HMS, GR4J, AWBM y TANK MODEL, en la cuenca del río Alambi. Trabajo de titulación previo a la obtención del Título de Ingeniero Civil. Carrera de Ingeniería Civil. Quito: UCE. 213 p. <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/14509>
- [3] Ruiz Pérez, I. M., Sarmiento Navarro, E. D. J., & Babilonia Franco, K. J. (2020). Visor geográfico de indicadores para el desarrollo territorial del área Metropolitana de Barranquilla. [https://ridum.umanizales.edu.co/bitstream/handle/20.500.12746/4183/Rui\\_z\\_2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://ridum.umanizales.edu.co/bitstream/handle/20.500.12746/4183/Rui_z_2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- [4] A. Carmona Arteaga, “Tendencias, validación y generación de caudales usando la data grillada para cuencas del río Biabo”, *Escuela de Posgrado. Universidad Nacional Agraria*, 2019. <https://repositorio.lamolina.edu.pe/handle/20.500.12996/4214>
- [5] Copernicus Climate Change Service (C3S) (2017): ERA5: Fifth generation of ECMWF atmospheric reanalyses of the global climate. Copernicus Climate Change Service Climate Data Store (CDS), (date of access). <https://cds.climate.copernicus.eu/cdsapp#!/home>
- [6] Plataforma digital única del Estado Peruano. (nd). Autoridad Nacional de Agua. <https://www.gob.pe/institucion/ana/institucional>
- [7] Cabrera, J. (2013). Modelos agregados: GR2M. SSPP, 1, 1. [http://www.imefen.uni.edu.pe/Temas\\_interes/modhidro\\_6.pdf](http://www.imefen.uni.edu.pe/Temas_interes/modhidro_6.pdf)
- [8] Rincón Achury, L. V. (2019). Aplicación de los modelos lluvia-escorrentía GR2M y GR4J en la cuenca del Río Gualí para la gestión de los recursos hídricos. [https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/16704/2019laurarin\\_c%C3%B3n.pdf?sequence=8&isAllowed=y](https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/16704/2019laurarin_c%C3%B3n.pdf?sequence=8&isAllowed=y)
- [9] Carvajal, L. F., & Roldán, E. (2007). Calibración del modelo lluvia-escorrentía agregado GR4J aplicación: Cuenca del río aburrá. *Dyna*, 74(152), 73-87. <http://www.scielo.org.co/pdf/dyna/v74n152/a07v74n152.pdf>
- [10] Perrin, C., Oudin, L., Andreassian, V., Rojas, C., Michael, C. & Mathevet, T. (2010). Impact of limited streamflow data on the efficiency and the parameters of rainfall—runoff models. *Hydrological Sciences Journal*, 52(1), 131-151 <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1623/hysj.52.1.131>