Near Field Characterization of a Cylinder Immersed in Dissipate Medium

Maicol Cárdenas Hernández, MSc.¹, Eduardo Rodríguez Araque, PhD². Fundación Universitaria Cafam, Colombia.

¹maicol.cardenash@unicafam.edu.co,²eduardo.rodrigueza@unicafam.edu.co.

Abstract-The interaction of the electromagnetic field with normal incidence on an infinite non-magnetized homogeneous and isotropic dielectric cylinder housed in an absorbing medium is analyzed under the solution of Maxwell's equations. Analytical solutions are developed for the extinction (Qe), dispersion (Qs), and absorption (Qa) efficiencies, for different complex refractive indices corresponding to different materials found in the literature. The extinction, scattering, and absorption efficiencies are derived from the near field solutions at the surface of the studied particle. The results show that, although the absorbing medium significantly reduces the scattering efficiency, and to a lesser extent the extinction behavior, it ultimately has little effect on the absorption efficiency.

Keywords—Scattering, Extinction, Absorption, Energy efficiency, Telecommunications

Digital Object Identifier (DOI): http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2022.1.1.274 **ISBN:** 978-628-95207-0-5 **ISSN:** 2414-6390

Caracterización de Campo Cercano de un Cilindro Inmerso en un Medio Disipativo

Near Field Characterization of a Cylinder Immersed in Dissipate Medium

Maicol Cárdenas Hernández, MSc.¹, Eduardo Rodríguez Araque, PhD². Fundación Universitaria Cafam, Colombia. ¹maicol.cardenash@unicafam.edu.co</sub>, ²eduardo.rodrigueza@unicafam.edu.co.

Resumen– La interacción del campo electromagnético con incidencia normal sobre un cilindro dieléctrico homogéneo e isotrópico no magnetizado infinito alojado en un medio absorbente es analizada bajo la solución las ecuaciones de Maxwell. Se desarrollan soluciones analíticas para las eficiencias de extinción (Q_e) , dispersión (Q_s) y absorción (Q_a) , para diferentes índices de refracción complejos que corresponden a diferentes materiales encontrados en la literatura. Las eficiencias de extinción, dispersión y absorción se derivan de las soluciones de campo cercano en la superficie de la partícula estudiada. Los resultados muestran que, aunque el medio absorbente reduce significativamente la eficiencia de dispersión, y en menor medida el comportamiento de extinción, finalmente este tiene poco efecto sobre la eficiencia de absorción.

Palabras claves: Dispersión, Extinción, Absorción, eficiencia energética, Telecomunicaciones.

Abstract-The interaction of the electromagnetic field with normal incidence on an infinite non-magnetized homogeneous and isotropic dielectric cylinder housed in an absorbing medium is analyzed under the solution of Maxwell's equations. Analytical solutions are developed for the extinction (Qe), dispersion (Qs), and absorption (Qa) efficiencies, for different complex refractive indices corresponding to different materials found in the literature. The extinction, scattering, and absorption efficiencies are derived from the near field solutions at the surface of the studied particle. The results show that, although the absorbing medium significantly reduces the scattering efficiency, and to a lesser extent the extinction behavior, it ultimately has little effect on the absorption efficiency.

Keywords—Scattering, Extinction, Absorption, Energy efficiency, Telecommunications

I. INTRODUCCIÓN

La descripción de la interacción de una onda electromagnética (OEM) plana y polarizada con una partícula es un problema que se ha enfrentado desde hace mucho tiempo. La teoría de la dispersión de OEM incidiendo sobre una esfera homogénea con tamaño arbitrario fue desarrollada en 1908 [1] y la dispersión por un cilindro circular infinitamente largo en el vacío con incidencia normal fue resuelta por Lord Rayleigh en 1918 [2], posteriormente Wait estudió la incidencia oblicua en el mismo sistema [3]. Años más tarde el cilindro se modificó por una partícula elipsoidal, ver los trabajos realizados en [4] donde se muestra el proceso. Si bien existen textos básicos sobre la interacción de las OEM con la materia [5]. En la literatura se encuentran publicaciones con diversos modelos para enfrentar este tipo de problemas, y siempre el punto de partida de todas estas investigaciones son las soluciones a las ecuaciones de Maxwell [6], Si bien nuestro interés primario son los patrones de Q_e , Q_s y Q_a , es importante mencionar que este modelo tiene aplicaciones.

Desde la segunda mitad del siglo XX las soluciones basadas en las medidas de la extinción, dispersión y/o absorción comenzaron a utilizarse para entender la interacción de OEM con partículas dieléctricas y/o conductoras [7], ya que es son parámetros experimentalmente posibles de obtener, y con esto conocido posteriormente estudiar por ejemplo la interacción con nanopartículas y la generación de plasmones [8], que son oscilaciones colectivas de los electrones. También en la nanotecnología se estudian las interacciones de las OEM con las partículas nanométricas llamadas nanoantenas o antenas ópticas [9]. La dinámica de nanopartículas en fluidos o en arreglos de varias nanoantenas [10]. Los materiales nanoestructurados han ganado un interés significativo para aplicaciones en células solares en la industria energética y otros dispositivos ópticos y optoelectrónicos que son comprendidos desde modelos clásicos hasta los cuánticos para los procesos de absorción, dispersión y extinción que se puede sintonizar desde la región visible n hasta la porción cercana al UV del espectro solar [11].

Experimentos de dispersión de ondas electromagnéticas en antenas cilíndricas [12] y métodos de espectrometría permiten adquirir datos de las propiedades ópticas en sistemas de gases enrarecidos con nanopatículas, este estudio es muy importante para desarrollos en áreas como las telecomunicaciones y el entendimiento de la interacción de los campos con partículas libres en la atmosfera.

Partículas como la que estudiamos en este trabajo permiten comprender la dinámica de los coeficientes de extinción, dispersión y absorción para estudios atmosféricos y climatológicos ya que en la atmósfera: las partículas pueden dispersar y absorber la radiación utilizada en las telecomunicaciones [13], alterando la información enviada, temperatura de la atmosfera y la velocidad de las reacciones fotoquímicas [14]. Esta interacción es de interés en las telecomunicaciones para entender las propiedades de la interacción del entorno con las señales emitidas o absorbidas por las antenas.

EL propósito de este estudio es entender analíticamente las eficiencias de extinción, dispersiva y absorción para

comprender la interacción de las ondas electromagnéticas con un cilindro que puede ser dispersivo en un medio dispersivo. Para lograr esto abordamos el problema de la siguiente manera; En la sección II aplicamos la ecuaciones de Maxwell al sistema en estudio y desarrollamos las soluciones de las ecuaciones diferenciales acopladas de Maxwell en la geometría adecuada (cilíndricas), lo cual nos llevó a la aparición de las funciones especiales de Bessel, tenias estas soluciones aplicamos las condiciones de frontera en la superficie del cilindro para hallar las constantes de integración y poder construir los campos electromagnéticos radiados desde el cilindro. Posteriormente en la sección III encontrar el modelo analítico de la sección anterior aplicado en la determinación de las eficiencias de dispersión, absorción y extinción, medidas que podrán ser comparadas con resultados experimentales en otros trabajos. Final mente en la sección IV podrán encontrar las conclusiones y agradecimientos.

II. TEORÍA

Muchas partículas en la naturaleza como los virus y fibras de asbesto se representan mejor como cilindros largos en comparación con su diámetro. En esta sección construiremos la solución exacta al problema del comportamiento de la extinción, absorción y dispersión de la luz por un cilindro circular dieléctrico infinito con radio a e índice de refracción m_t sumergido en un medio absorbente con un índice de refracción complejo m, que está iluminado por una OEM con incidencia normal que se propaga en la dirección x en un sistema de coordenadas como se muestra en la Fig. 1.



Fig. 1 Geometría de una OEM con incidencia normal desde el eje x hacia un cilindro circular dieléctrico infinito con radio a e índice de refracción m_t sumergido en un medio absorbente con índice de refracción complejo m.

Se supone que el eje central del cilindro es el eje z del sistema de coordenadas. Nuestro punto de partida es la ecuación

de onda escalar $\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0$, que en coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z) , es

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + k^2\psi = 0 \tag{1}$$

A través del método de variables separables para (1) podemos construir funciones univaluadas de ϕ de la forma

$$\psi_n(r,\phi,z) = Z_n(\rho)e^{in\phi}e^{ihz}$$
(2)

Donde, $n = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \rho = r\sqrt{k^2 - h^2}$ y Z_n es una solución a la ecuación de Bessel, al introducir (2) en (1), obtendremos la siguiente ecuación diferencial

$$\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial Z_n}{\partial r} \right) + (\rho^2 - n^2) Z_n = 0 \tag{3}$$

Esta ecuación diferencial aceptas como sus soluciones linealmente independientes a las conocidas funciones de Bessel de primera especie

$$J_n(\rho) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! \, \Gamma \, (k+n+1)} \left(\frac{\rho}{2}\right)^{2k+n}$$

Donde $\Gamma(z)$ es la función Gamma. Y de segunda especie, también llamadas a veces funciones de Neumann o de Weber,

$$N_n(\rho) = Y_n(\rho) = \frac{J_n(\rho) \operatorname{Cos}[n\rho] - J_{-n}(\rho)}{\operatorname{Sin}[n\rho]}$$

Las funciones de Bessel son muy importantes en física matemática y en ingeniería, tienen aplicaciones en la propagación de ondas mecánicas y electromagnéticas, el movimiento de fluidos y especialmente en la teoría del potencial y la teoría de la dispersión con simetría cilíndrica, simetría fundamental para este trabajo. El matemático Daniel Bernoulli (1700-1782) fue el primero en encontrar las funciones de Bessel cuando estaba estudiando las vibraciones de una cadena colgante. Posteriormente aparecieron en la teoría de Euler (1707-1782) de las vibraciones de una membrana circular y en los trabajos de Bessel acerca del movimiento de los planetas.

En general, la constante de separación h en (2) no está restringida, aunque en los problemas que trataremos, h viene dictada por la forma del campo incidente y la necesidad de satisfacer las condiciones de frontera entre el cilindro y el medio que lo rodea, en la dirección z, dirección que es infinita por lo cual se puede demostrar que por la incidencia normal del CEM h tomara el valor de cero.

Para iniciar suponemos el campo eléctrico incidente proporcional a E_0 . Acá tenemos dos posibles estados de polarización ortogonal de la onda incidente: un campo eléctrico

polarizado paralelo al plano x-z y un campo eléctrico polarizado perpendicular al plano x-z. Las propiedades de dispersión de luz de la partícula se pueden derivar directamente para los dos estados de polarización ortogonales de la onda incidente, nosotros nos centraremos en el primero. Para cada estado de polarización de la OEM, expandimos los campos electromagnéticos incidente, dispersos e interno en armónicos cilíndricos vectoriales [15]. Por ejemplo, cuando el campo eléctrico incidente es paralelo al plano x-z, los campos incidentes (E_i , H_i) serán como:

$$E_{i} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{n} N_{n}^{(1)}, \qquad (4a)$$
$$H_{i} = \frac{-ik}{\omega \mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{n} M_{n}^{(1)} \qquad (4b)$$

y los campos dispersos (E_s, H_s) se pueden expresar como

$$E_{s} = -\sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{n} b_{n} N_{n}^{(3)}$$
(5a)
$$H_{s} = \frac{ik}{\omega \mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{n} b_{n} M_{n}^{(3)}$$
(5b)

Donde $E_n = (-i)^n E_0/k$ y $k = 2\pi m/\lambda_0$, con λ_0 la longitud de onda en el vacío, tomado como base el vector unitario e_z paralelo al eje del cilindro, ver Fig.1. Tendremos los armónicos cilíndricos vectoriales generados por (2) dados por

$$N_n = \frac{\nabla \times M_n}{k} = k e^{in\phi} Z_n e_z \tag{6}$$

$$\boldsymbol{M_n} = \nabla \times (\boldsymbol{e_r} \, \psi_n) = k \boldsymbol{e}^{in\phi} \left[in \frac{Z_n}{\rho} \boldsymbol{e_r} - \frac{\partial Z_n}{\partial \rho} \boldsymbol{e_\phi} \right] \quad (7)$$

Donde $\rho = \text{kr y}$ los superíndices de N_n y M_n en las ecuaciones (4*a*, *b*)y (5*a*, *b*) denota el tipo de función de Bessel: (1) denota la función de Bessel de primer tipo $J_n(\rho)$ y (3) denota la función de Hanke $H_n^{(1)}(\rho) = J_n(\rho) + iY_n(\rho)$, con $Y_n(\rho)$ la función de Bessel de segundo tipo [16]. Los coeficientes b_n se determinan usando las condiciones de frontera, estos se escriben como

$$b_n = \frac{m J_n(m_t x) \,\partial_x J_n(m x) - m_t \,\partial_x J_n(m_t x) \,J_n(m x)}{m J_n(m_t x) \,\partial_x H_n^{(1)}(m x) - m_t \,\partial_x J_n(m_t x) \,H_n^{(1)}(m x)} (8)$$

Con $x = 2\pi a/\lambda_0$. Debido a las propiedades de simetría de las funciones de Bessel de primera y segunda especie sabemos que: $J_{-n}(\rho) = (-1)^n J_n(\rho)$ y $Y_{-n}(\rho) = (-1)^n Y_n(\rho)$, por lo tanto, la relación (8) cumple que $b_{-n} = b_n$ y esto nos ayuda a reducir la complejidad de la sumatoria de que aparece en la expansión de los campos en los armónicos cilíndricos vectoriales.

Definamos los parámetros que deseamos determinar cuando la luz interactúa con un material; la dispersión es un proceso que conserva la cantidad total de energía, pero la dirección en la que se propaga la radiación puede verse alterada. La absorción es un proceso que elimina energía de la OEM y la convierte en otra forma de energía y la extinción (o atenuación) es la suma de la dispersión y la absorción, por lo que representa el efecto total del medio sobre la radiación que pasa por el medio, al ser un medio absorbente debemos pensar en un índice de refracción complejo del tipo $m = m_1 + im_2$, donde m_1 siendo la parte real del índice de refracción es responsable de la dispersión y m_2 que es su parte compleja es responsable de la absorción. Tanto m_1 y m_2 dependen de la longitud de onda, es decir, si m_2 es igual a 0 en una longitud de onda dada, la partícula no absorbe radiación en esta longitud de onda.

Las secciones transversales de dispersión y absorción de un cilindro infinito son, por supuesto, infinitas; sin embargo, la luz dispersada y absorbida por unidad de longitud de dicho cilindro es finita. La relación W_s/L (W_e/L) para un cilindro finito de longitud *L* se puede aproximar a la cantidad de luz dispersada (absorbida) por unidad de longitud de un cilindro infinito; esta aproximación será cada vez mejor cuanto mayor sea la relación entre la longitud del cilindro y el diámetro.

De forma similar al considerar secciones transversales de partículas finitas, podemos calcular las secciones transversales por unidad de longitud de un cilindro infinito construyendo una superficie concéntrica cerrada imaginaria A de longitud L y radio R que encierra una sección del cilindro. La tasa W_a , a la que se absorbe la energía dentro de esta superficie es

$$W_a = -\int_A \boldsymbol{S} \cdot \hat{\boldsymbol{n}} \, dA = W_e - W_s \tag{9}$$

Donde S es el vector de Poynting. No hay contribución neta a W_a , desde los extremos de A; por lo tanto,

$$W_{s} = a \int_{0}^{2\pi} (\mathbf{S}_{s})_{r} \, d\phi \,, \qquad W_{e} = a \int_{0}^{2\pi} (\mathbf{S}_{e})_{r} \, d\phi \quad (10)$$

Acá el subíndice r denota la componente radial del vector de Poynting que se muestre en Fig.1. Los vectores de Poynting que se muestran en (10) con el subíndice s (dispersión) y e(extinción) son,

$$\boldsymbol{S}_{s} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\boldsymbol{E}_{s} \times \boldsymbol{H}_{s}^{*}], \quad \boldsymbol{S}_{e} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\boldsymbol{E}_{i} \times \boldsymbol{H}_{s}^{*} + \boldsymbol{E}_{s} \times \boldsymbol{H}_{i}^{*}] \quad (11)$$

Con los campos definidos en las expansiones de los armónicos cilíndricos anteriores (4)-(7) y remplazados en (11), podemos hallar coeficiente de dispersión

$$W_{s} = -2aI_{0} \operatorname{Im} \left[\pi \left(1 - i \frac{m_{i}}{m_{r}} \right) \left(b_{0} b_{0}^{*} H_{0}^{(1)}(mx) \partial_{x} H_{0}^{(1)}(mx)^{*} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_{n} b_{n}^{*} H_{n}^{(1)}(mx) \partial_{x} H_{n}^{(1)}(mx)^{*} \right) \right]$$
(12)

y para la extinción,

$$W_{e} = -2aI_{0} \operatorname{Im} \left[\pi \left(1 - i \frac{m_{i}}{m_{r}} \right) \left(J_{0}(mx) \partial_{x} J_{0}(mx)^{*} - b_{0}^{*} J_{0}(mx) \partial_{x} H_{0}^{(1)}(mx)^{*} - b_{0} \partial_{x} J_{0}(mx)^{*} H_{0}^{(1)}(mx) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(J_{n}(mx) \partial_{x} J_{n}(mx)^{*} - b_{n}^{*} J_{n}(mx) \partial_{x} H_{n}^{(1)}(mx)^{*} - b_{n} \partial_{x} J_{0}(mx)^{*} H_{n}^{(1)}(mx) \right) \right)$$

$$(13)$$

Donde $I_0 = (m_r/2 c\mu)|E_0|^2$, c es la velocidad de la luz en el vacío, m_i y m_r son la parte imaginaria y real respectivamente del medio donde esta inmerso el cilindro. La tasa de energía incidente en una unidad de longitud de cilindro se puede calcular numéricamente a partir de

$$g = 2\alpha I_0 \int_0^{\pi/2} e^{2m_i x \cos[\alpha]} \cos[\alpha] \, d\alpha \tag{14}$$

Por lo tanto, para este estado de polarización las eficiencias de extinción, dispersión y absorción se determinan calculando respectivamente los siguientes términos

$$Q_e = W_e/g$$
, $Q_s = W_s/g$, $Q_a = (W_e - W_s)/g$ (15)
III. RESULTADOS

Sobre la base de la teoría de la sección anterior, presentaremos los resultados para un cilindro inmerso en un medio absorbente y también en un medio no absorbente, donde estudiamos el comportamiento de la eficiencia de la luz que interactúa con el cilindro.

Como ejemplo, suponemos un cilindro con un índice de refracción de $m_t = 1.4 + i0.05$ similar al índice del carbón orgánico, inmerso en un medio con un índice de refracción complejo de $m = 1.2 + im_i$ donde $m_i = 0,0.02,0.04 y 0.06$. Los índices de refracción aplicados aquí son los utilizados en [17]. Se seleccionan varios índices de refracción imaginarios del medio huésped para examinar los efectos del medio absorbente en los perfiles de la dispersión, absorción y extinción de la luz por el sistema medio-cilindro.

Recordemos que la sección trasversal de dispersión $C_s(\lambda_0, a)[m^2]$ de una partícula determina cuanta radiación es dispersada en todas las direcciones por la partícula. Aquí λ_0 es

la longitud de onda en el vacío y *a* el radio del cilindro. Considerando un haz de luz uniforme de irradiancia $I[W/m^2]$ que incide sobre una partícula de área de sección transversal geométrica $A[m^2]$. La partícula dispersa una cantidad de potencia $W_s[W]$ en todas las direcciones. La sección transversal de dispersión se define como $C_s = W_s/A$. La eficiencia de dispersión $Q_s(\lambda_0, a)$ se define como la relación entre la sección transversal de dispersión y la sección trasversal geométrica como se ve en (16).



Fig. 2 Comportamiento de la eficiencia de extinción de un cilindro inmerso en un medio como funciones del parámetro de tamaño en el espacio libre $2\pi a/\lambda_0$. El índice de refracción del cilindro es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice de refracción del medio es $m = 1.2 + im_i$.

Debido a la naturaleza de la dispersión electromagnética Q_s puede aproximarse a un valor de ~ 2 para partículas no absorbentes cuando son grandes en comparación con la longitud de onda. En la Fig.2 vemos su comportamiento, cuando aumentamos la absorción del medio (m_i) , la luz dispersada que pueden ser ondas reflejadas, difractadas o trasmitidas, se vuelven más débiles, especialmente cuando el parámetro de tamaño es mayor que 2, este comportamiento es similar a los casos de partículas esféricas grandes, el medio absorbente también reduce la eficiencia de dispersión [18].

Al comparar los resultados de las partículas esféricas encontramos que el medio absorbente tiende a afectar las propiedades de dispersión de los cilindros y las esferas de manera similar, aunque las propiedades de dispersión de las dos formas de partículas son significativamente diferentes. Por lo tanto, el efecto del medio absorbente sobre las propiedades de dispersión de partículas con diferentes formas debería tener una tendencia similar.

Una explicación plausible de éste resultado es que, para las partículas absorbentes grandes, el haz que se transmite al interior de la partícula se debilita mucho antes de que emerjan como luz dispersa. La luz dispersada está dominada por ondas simplemente reflejadas desde la superficie de la partícula, de diferentes estados de polarización que experimentan únicamente el proceso de reflexión y deben seguir idénticos caminos de propagación en el medio receptor absorbente. La absorción puede ser pensada como el modo en que la materia asimila la energía de la radiación, en este proceso, la energía electromagnética se transforma en otras formas de energía, como por ejemplo radiación Raman, fluorescencia o en emisión térmica, en la Fig.3 vemos las propiedades de la eficiencia de absorción como funciones del parámetro de tamaño en el espacio libre $2\pi a/\lambda_0$.



Fig. 3 Comportamiento de la eficiencia de absorción de un cilindro inmerso en un medio como funciones del parámetro de tamaño en el espacio libre $2\pi a/\lambda_0$. El índice de refracción del cilindro es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice de refracción del medio es $m = 1.2 + im_i$.

Podemos ver que el medio tiene efecto sobre la eficiencia de absorción y vemos un aumento constante, para cilindros pequeños, el factor no muestra un gran cambio con el aumento de absorción (m_i) del medio anfitrión hasta el parámetro de tamaño de ~ 10. Sin embargo, para cilindros grandes la absorción de este sistema se estabiliza en su valor máximo y varia muy poco. Hay tres razones para este efecto: (1) cuando una partícula absorbente es grande, la luz que se transmite a través de ella es débil, lo que reduce la dispersión frontal; (2) cuando la absorción del medio anfitrión es fuerte, la luz difractada experimenta una mayor amortiguación y da como resultado una dispersión frontal más débil; y (3) la luz incidente sufre menos amortiguamiento en el lado que mira hacia la incidencia.

De (15), el factor de eficiencia de extinción depende del parámetro de tamaño x y éste a su vez depende del radio del cilindro y la longitud de onda incidente. Generalmente se desea saber cómo es el comportamiento del factor de eficiencia cuando varía el radio y para ello nos valemos de las gráficas que nos darán información cualitativa, considerando que el medio es absorbente donde el índice de refracción es complejo y la longitud de onda del campo incidente se mantiene constante, haciendo que en x varíe sólo el radio.

En la Fig. 4 se tiene $Q_e(\lambda_0, a)$ para cilindros con índice de refracción $m_t = 1.4 + i0.05$, y se aprecia que en la primera región donde el radio de la partícula es muy pequeño, es decir, el régimen aproximado de $x \ll l$, que los efectos del medio favorecen la extinción ya que su valor es mayor comparado con un medio no absorbente donde el radio de partícula es muy pequeño respecto a la longitud de onda.

Para tamaños mayores podemos apreciar ondulaciones o máximos y mínimos corresponde a tamaños del orden de la longitud de onda, donde ocurren los efectos de interferencia entre las ondas de dispersión, cuyos detalles no son simples de explicar [19].

Las ondulaciones tienden a desaparecer y nos encontramos en la región de pequeñas longitudes de onda respecto al tamaño de la partícula, donde la óptica de rayos es suficiente para la descripción de la interacción, sin embargo, de acuerdo con la óptica de rayos la sección transversal de extinción debía ser del tamaño de la partícula y resulta el doble, algo que la óptica de rayos no puede explicar y en la literatura se conoce como la paradoja de extinción [20].



Fig. 4 Comportamiento de la eficiencia de extinción de un cilindro inmerso en un medio como funciones del parámetro de tamaño en el espacio libre $2\pi a/\lambda_0$. El índice de refracción del cilindro es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice de refracción del medio es $m = 1.2 + im_i$.

En relación con esta paradoja, observar que la eficiencia de extinción oscila en torno de un valor a donde tiende justamente Q_e . Las ondulaciones van disminuyendo o desapareciendo en la medida que se incrementa la parte imaginaria del índice de refracción. Este efecto se explica teniendo en cuenta que la parte imaginaria del índice de refracción está relacionada a la absorción de energía por parte del material, atenuando los efectos de dispersión.

Finalmente, en la Fig.5, vemos el comportamiento de la eficiencia de dispersión y absorción en función de la longitud de onda en el vacío de la onda incidente para diferentes radios del cilindro $a_1 = 400$ nm, $a_2 = 600$ nm, $a_3 = 800$ nm, con índice de refracción $m_t = 1.4 + i0.05$ inmerso en un medio dispersivo con índice de refracción m = 1.2 + i0.04. Mientras que el la Fig.6. tenemos un sistema con un medio no dispersivo para comparar los comportamientos.

Podemos notar de estas figuras que en las longitudes de onda próximas al tamaño de la partícula es donde se presentan con mayor intensidad los fenómenos de dispersión y extinción, siempre siendo mayor la extinción que la dispersión. En longitudes de onda menores al tamaño de la partícula se observa una influencia mucho menor sobre el sistema de estos parámetros, pero en longitudes mayores vemos que decae lentamente estos procesos, la región de longitud de onda inicia en el ultravioleta pasando por el visible que es la región de los ~ 400nm - 600nm, región de interés ya que las partículas tienen un parámetro de tamaño muy similar a la λ_0 , y se evidencia una intensidad de los fenómenos mayor.



Fig. 5 Comportamiento de la eficiencia de extinción y dispersión de un cilindro inmerso en un medio absorbente como función de la longitud de onda λ_0 . El índice de refracción del cilindro es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice de refracción del medio es m = 1.2 + i 0.05. Acá el valor del radio del cilindro varia como $a_1 = 400$ nm, $a_2 = 600$ nm, $a_3 = 800$ nm.

Este tipo de características son de interés ya que la partícula tiene el tamaño indicado para absorber energía en su interior o en su superficie, energía útil para generar fenómenos como fonones o plasmones donde la energía se acopla a los electrones del material y crean grandes concentraciones de campo eléctrico como se muestra en [21].



Fig. 6 Comportamiento de la eficiencia de extinción y dispersión de un cilindro inmerso en un medio como función de la longitud de onda λ_0 . El índice de refracción del cilindro es $m_t = 1.4 + i0.05$ y el índice de refracción del medio es m = 1.2, real, es decir no absorbente. Acá el valor del radio del cilindro varia como $a_1 = 400$ nm, $a_2 = 600$ nm, $a_3 = 800$ nm.

IV. CONCLUSIONES

Se desarrollan soluciones analíticas para las propiedades de dispersión de un cilindro dieléctrico con índice de refracción complejo infinitamente largo embebido en un medio absorbente con incidencia normal, que incluyen las eficiencias de extinción, dispersión y absorción. Los resultados muestran que, aunque el medio absorbente reduce significativamente la eficiencia de dispersión, tiene poco efecto sobre la eficiencia de absorción que es propia del material del cilindro, esto esclarece la importancia de tener eso en cuenta al momento de transmitir información a través de ondas electromagnéticas. Sin embargo, para partículas absorbentes grandes cambian poco con la absorción del medio y tiende a converger a un valor constante. Esto implica que, si la luz incidente que se transmite se debilita fuertemente dentro de la partícula es debido a que la longitud de onda del campo y el perímetro del cilindro están relaciones entre 1 a 10 veces en su factor de escala, lo cual es importante tanto para la detección remota activa como pasiva de medios por los cuales se desea trasmitir información.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Fundación Universitaria Cafam y su Facultad de Ingeniería, bajo el proyecto de investigación No. ING2019-1-001. Agradecemos a nuestros sponsors su apoyo y colaboración en el desarrollo de esta investigación.

REFERENCIAS

- Mie, G. J. A. P. (1908). Articles on the optical characteristics of turbid tubes, especially colloidal metal solutions. Ann. Phys, 25(3), 377-445.
- [2] Rayleigh, L. (1918). XLI. The dispersal of light by a dielectric cylinder. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 36(215), 365-376.
- [3] Wait, J. R. (1955). Dispertion of a plane wave from a circular dielectric cylinder at oblique incidence. Canadian journal of physics, 33(5), 189-195.
- [4] Asano, S., & Yamamoto, G. (1975). Light scattering by a spheroidal particle. Applied optics, 14(1), 29-49.
- [5] Jackson, John David. "Classical electrodynamics." (1999): 841-842.
- [6] Maxwell, J. C. (1865). VIII. A dynamical theory of the electromagnetic field. Philosophical transactions of the Royal Society of London, (155), 459-512.
- [7] Sun, W., Loeb, N. G., & Lin, B. (2005). Light scattering by an infinite circular cylinder immersed in an absorbing medium. Applied optics, 44(12), 2338-2342.
- [8] Cárdenas, M., Castiblanco, R. E., Vargas, J. H., & Morales, J. (2010). Estudio de las funciones reflectancia y transmitancia de los plasmones de superficies en la configuración de kretschmann. Momento, (40), 30-55.
- [9] Cárdenas Hernández, M., & Rodríguez Araque, E. (2021). Estudio de Plasmones en Nano-Antenas Ópticas. LACCEI, Inc.
- [10]Bever, S. J., & Allebach, J. P. (1992). Multiple scattering by a planar array of parallel dielectric cylinders. Applied optics, 31(18), 3524-3532.
- [11]Kulkarni, A., Guney, D., & Vora, A. (2013). Optical absorption in nanostructures: classical and quantum models. International Scholarly Research Notices, 2013.
- [12] Abushagur, M. A., & George, N. (1985). Polarization and wavelength effects on the scattering from dielectric cylinders. Applied optics, 24(23), 4141-4145.
- [13]M. Cardenas and E. Rodriguez, (2021). A Study of Plasmons in Optical Nano-Antennas," IEEE USNC-URSI Radio Science Meeting (Joint with AP-S Symposium), 2021, pp. 1831-1832, doi: 10.23919/USNC-URSI51813.2021.9703505.
- [14]Abo Riziq, A., Erlick, C., Dinar, E., & Rudich, Y. (2007). Optical properties of absorbing and non-absorbing aerosols retrieved by cavity ring down (CRD) spectroscopy. Atmospheric Chemistry and Physics, 7(6), 1523-1536.
- [15]Bohren, C. F., & Huffman, D. R. (2008). Absorption and scattering of light by small particles. John Wiley & Sons.

- [16]Solano-Reynoso, W. M., & Acuña, J. R. (2016). Esparcimiento de ondas electromagnéticas por microesferas dieléctricas. Revista de investigación de física, 19(2).
- [17]Mundy, W. C., Roux, J. A., & Smith, A. M. (1974). Mie scattering by spheres in an absorbing medium. JOSA, 64(12), 1593-1597.
- [18]Fu, Q., & Sun, W. (2001). Mie theory for light scattering by a spherical particle in an absorbing medium. Applied Optics, 40(9), 1354-1361.
- [19]Laven, P. (2010). Separating diffraction from scattering: the million-dollar challenge. Journal of Nanophotonics, 4(1), 041593.
- [20]Berg, M. J., Sorensen, C. M., & Chakrabarti, A. (2011). A new explanation of the extinction paradox. Journal of quantitative spectroscopy and radiative transfer, 112(7), 1170-1181.
- [21]M. C. Hernández and E. R. Araque, "A Study of Plasmons in Optical Nano-Antennas," 2021 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting (APS/URSI), 2021, pp. 1831-1832, doi: 10.1109/APS/URSI47566.2021.9704680.