

Application of an Optimization Model in the Aggregate Production Planning of a Textile Industry

Enrique M. Avendeño Delgado, Magister en Investigación y Docencia Universitaria¹, Odar R. Florián Castillo, MBA.¹ and Daniel Florián-Sánchez, Ing.²

¹Universidad Privada del Norte, Perú, enrique.avendano@upn.edu.pe, odar.florian@upn.edu.pe

²Ingeniería Industrial, Universidad Nacional de Trujillo, Perú, daniel.florian.sanchez@outlook.com

Abstract— The objective of the research was to develop a model to optimize resources in the aggregate planning of production in a Spinning Textile company through mixed linear programming, the specific objectives being: Determine the optimal combination of resources for the aggregate plan of the company and estimate the cost of the optimal plan and aggregate planning.

A mathematical model was developed to optimize production resources, including 48 restrictions and 72 variables. The optimal scheduling policy determines a mixed strategy of hiring and/or firing workers, producing stock to cover higher demands and/or incurring a production deficit, considering the optimization of the organization's resources and the execution of the plan. production aggregate at least cost.

The total cost of the aggregate plan amounts to US \$ 6 088 823, made up of: US \$ 5 663 774 in raw material and \$425 049 of the optimal plan; likewise, the costs associated with it are divided into: US \$42 042 to maintain inventory, \$390 to hire, \$2 304 to fire, \$374 681 annual payroll and \$5 632 use of overtime.

Keywords— Optimization, Linear Programming, Aggregate Production Programming, Textil Sector.

Digital Object Identifier (DOI):

<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2022.1.1.226>

ISBN: 978-628-95207-0-5 ISSN: 2414-6390

Aplicación de un Modelo de Optimización en la Planeación Agregada de Producción de una Industria Textil

Application of an Optimization Model in the Aggregate Production Planning of a Textile Industry

Enrique M. Avendeño Delgado, Magister en Investigación y Docencia Universitaria¹, Odar R. Florián Castillo, MBA.¹ and Daniel Florián-Sánchez, Ing.²

¹Universidad Privada del Norte, Perú, enrique.avendano@upn.edu.pe, odar.florian@upn.edu.pe

²Ingeniería Industrial, Universidad Nacional de Trujillo, Perú, daniel.florian.sanchez@outlook.com

Abstract— *The objective of the research was to develop a model to optimize resources in the aggregate planning of production in a Spinning Textile company through mixed linear programming, the specific objectives being: Determine the optimal combination of resources for the aggregate plan of the company and estimate the cost of the optimal plan and aggregate planning.*

A mathematical model was developed to optimize production resources, including 48 restrictions and 72 variables. The optimal scheduling policy determines a mixed strategy of hiring and/or firing workers, producing stock to cover higher demands and/or incurring a production deficit, considering the optimization of the organization's resources and the execution of the plan. production aggregate at least cost.

The total cost of the aggregate plan amounts to US \$ 6 088 823, made up of: US \$ 5 663 774 in raw material and \$425 049 of the optimal plan; likewise, the costs associated with it are divided into: US \$42 042 to maintain inventory, \$390 to hire, \$2 304 to fire, \$374 681 annual payroll and \$5 632 use of overtime.

Keywords— *Optimization, Linear Programming, Aggregate Production Programming, Textil Sector.*

Resumen— *La investigación tuvo como objetivo elaborar un modelo para optimizar los recursos en la planeación agregada de la producción en una empresa Textil hilandera, mediante la programación lineal mixta siendo los objetivos específicos: Determinar la combinación óptima de recursos para el plan agregado de la empresa y estimar el costo del plan óptimo y de la planeación agregada.*

Se elaboró un modelo matemático para optimizar los recursos de producción, incluyen 48 restricciones y 72 variables. La política óptima de programación determina una estrategia mixta de contratación y/o despido de operarios, producir stock para cubrir demandas más altas y/o incurrir en déficit de producción, teniendo en cuenta la optimización de los recursos de la organización y la ejecución del plan agregado de producción al menor costo.

El costo total del plan agregado asciende a US \$6 088 823, compuesto por: US \$5 663 774 en materia prima y \$425 049 del plan óptimo; asimismo, los costos asociados a éste se dividen en: \$42 042 por mantener inventario, \$390 por contratar, \$ 2 304 por despedir, \$374 681 planilla anual y \$5 632 utilización de tiempo extra.

Palabras clave— *Optimización, Programación lineal, Programación Agregada de Producción, Sector Textil.*

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).

ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).

DO NOT REMOVE

I. Introducción

A nivel mundial, la comercialización y producción dada en el sector textil involucra una gran cantidad de organizaciones que participan activamente en las cadenas de suministro globales impulsando el crecimiento en la economía, incrementando el Producto Bruto Interno de las naciones y ofreciendo un sinnúmero de oportunidades laborales en las mismas [1]. Asimismo, Ref. [2] mencionan que, dado el enfoque internacional, en la Unión Europea, este sector representa un 90% de la fuerza laboral de las pequeñas y medianas empresas produciendo aproximadamente un 60% de valor agregado.

Además, según Ref. [3] respecto a las exportaciones, en el ámbito de Hilados se registró un crecimiento anual promedio del 5.64% en el periodo 2017 – 2019, destacándose también el crecimiento del 22.23% en las importaciones de dicho período, donde los principales proveedores establecidos para la venta al por menor se posicionaron como el mercado italiano (20.85%) y peruano (13.73%) como valores de participación porcentual en el 2019 de manera global. Por otro lado, se destaca en el periodo en mención, al mercado rumano dado que registró un aumento promedio anual del 20.68% encontrándose como el mejor desempeño en valor de mercado.

En Latinoamérica, se abarca una gran variedad de países productores de textiles, desarrollándose mercados potenciales en aumento, todo ello fomentado por su demanda interna, economía creciente y poder de adquisición, destacándose naciones como Brasil, con gran incremento en el mercado de fibras naturales y artificiales, Perú, principal exportador de algodones Pima, Tanguis en América del Sur y de fibras diferenciadas de sus camélidos andinos. Aun cuando la pandemia generada por la Covid-19 causó estragos en el sector, los pronósticos en América Latina son favorables, con un incremento del 7.2%, llegando a \$ 221 000 000 para el año 2021. Para continuar con este escenario favorable el sector en las naciones deberán afrontar el dinamismo del mercado de forma competitiva y sostenible [4].

En el Perú, el sector textil es una de las actividades que mayor aporte genera al PBI manufacturero, en el año 2019 contaron con 6.4% de participación, sin embargo, en un contexto de pandemia generada por la Covid-19, en el año 2020

según Ref. [5] el promedio de la capacidad de producción del sector textil, bajó considerablemente en un 42,6% generando 67 mil desempleos afectando a éste sector, asimismo Ref. [6] comenta que en este periodo se destaca que los textiles peruanos ingresaron a nuevos mercados tales como: Egipto, Oman, Monaco, Eslovenia, Qatar y Egipto generando un incremento en exportaciones de US\$10 millones.

En la actualidad, el entorno global competitivo por el que atraviesa la industria textil conlleva a las empresas a implementar estrategias de planificación de producción que garanticen efectivamente sus operaciones, motivando el rediseño organizacional y estructural de éstas, buscando mejorar sus índices de competitividad, esto genera a la vez que las cadenas de suministro textiles mundiales optimicen la planificación de su producción en aras de afrontar los retos determinados por el mercado [7].

La naturaleza de la planificación, gestión y formación de una empresa radica en establecer la oferta de sus productos en el momento oportuno, satisfaciendo plenamente las necesidades del consumidor, es por ello que optimizar el plan de producción debe realizarse en base a algoritmos que tengan alto grado de exactitud [8].

Además Ref. [9] plantean que la planificación de la producción es un sistema cuyo objetivo primordial es programar, organizar y coordinar durante un período específico, las actividades de fabricación de las empresas siguiendo parámetros esenciales de producción para gestionar la incertidumbre de la demanda, asimismo mencionan que la planificación agregada de producción se ocupa dentro de un período de mediano y largo plazo de la toma de decisiones gestionando tiempos, cantidad y recursos que deben suministrarse para maximizar las utilidades de la organización.

Para Ref. [10] la planificación agregada de producción determina en un período de tiempo, la capacidad de fabricación de productos para satisfacer la demanda de los consumidores, evaluando las configuraciones de diseño y analizando los escenarios que maximicen utilidades usando cantidades óptimas de producción, además de tener en cuenta variables como capacidad, subcontratación, inventario, escasez, tiempo ocioso, entre otros.

La empresa en estudio produce hilados de algodón de Ne de título 30/1 al 100/1, trabajando 24 horas diarias, y 7 días por semana, siendo su producción continua en tres turnos laborales, asimismo no se tiene en la localidad empresas que realicen el servicio de hilandería, por ende, no es posible la subcontratación de la producción, además, la planeación agregada se realiza de forma empírica y utilizando heurísticas que no garantizan el óptimo manejo de sus recursos.

La investigación tiene como objetivo elaborar un modelo matemático para optimizar los recursos en la planeación agregada de la producción mediante la programación lineal mixta, asimismo se plantea los siguientes objetivos específicos:

- Conocer la estructura de costos de producción que tiene la industria textil.
- Identificar las variables de decisión y los parámetros iniciales necesarios para el diseño del modelo matemático.

- Determinar la combinación óptima de recursos para el plan agregado de la empresa.
- Estimar el costo del plan óptimo y de la planeación agregada.

II. ESTADO DEL ARTE

A. El planeamiento de la producción

A.1 Definición: de Planeamiento de Producción

El planeamiento de la producción constituye el punto medular en la programación total de la producción y se materializa en un plan de producción, el cual define alternativas de equilibrio entre las necesidades de la planta y las necesidades del mercado. Los planes de producción se diseñan con la finalidad de enmarcar todas las características de las operaciones de fabricación y distribución de materiales, para asegurar que los recursos necesarios que la empresa necesita para desarrollar eficientemente las operaciones fabriles se encuentren en el lugar y momento adecuado, de tal manera que la fabricación del producto sea en las cantidades necesarias y al menor costo posible. El planeamiento es integral, genérico, pero no específico, siendo la base fundamental para lograr un equilibrado tráfico de insumos y cargas de máquina, así como las necesidades de mano de obra; que permita alcanzar un nivel óptimo de servicio a los clientes a un costo mínimo, asimismo con un enfoque estratégico, el planeamiento de producción mejora la competitividad empresarial en el largo plazo de las organizaciones estableciendo la capacidad de los recursos con capital de uso intensivo [11].

A.2 Planeación agregada

Los conceptos y métodos de planeación agregada y calendarización integral se aplican sobre todo en los sistemas de productos estandarizados con alto volumen de producción.

Son útiles para lograr la mejor utilización posible de las instalaciones, dentro de las restricciones impuestas por políticas que rigen la contratación y liquidación de personal, los inventarios y el empleo de la capacidad externa, y dentro del empleo de la propia capacidad. La finalidad de éste es la minimización de costos asociados a los recursos requeridos en un período determinado para satisfacer la demanda proyectada, la importancia económica de la planeación y calendarización integral radica en el hecho de ocuparse de amplias cuestiones básicas como:

¿En qué medida deberá utilizarse el inventario para absorber la fluctuación de la demanda que ocurrirá en los meses próximos?

¿Por qué no absorber estas fluctuaciones variando simplemente el tamaño de la fuerza de trabajo, y contratar y liquidar personal a medida que la demanda aumenta o disminuye?

¿Por qué no mantener una fuerza de trabajo de magnitud estable y absorber las fluctuaciones mediante cambios en las tasas de producción, recurriendo al pago de horas extras o a un número menor de horas de trabajo?

¿Por qué no mantener una fuerza de trabajo de magnitud estable y una tasa de producción aproximadamente constante, dejando a los subcontratistas los problemas de la fluctuación de los pedidos formulados?

¿Se debe dejar de satisfacer deliberadamente alguna de las demandas?

En la mayoría de los casos, es probable que ninguna de estas estrategias puras sea tan efectiva como la combinación equilibrada de las mismas. Hay costos que corresponden con cada estrategia, de manera que se busca la selección de la combinación de las alternativas. El empleo de los inventarios para absorber los cambios estacionales de la demanda, tenderán a aumentar los costos de capital y obsolescencia, así como los costos referentes al almacenaje, los seguros y el manejo.

Cuando los inventarios bajan de un nivel ideal o mínimo, los costos de faltante aumentarían, lo mismo que los costos correspondientes a corridas cortas. Los cambios de magnitud de la fuerza de trabajo afectan los costos totales de la rotación del trabajo. Cuando se contratan nuevos trabajadores, hay costos de selección, entrenamiento, y menor eficiencia en la producción.

La separación de trabajadores implica el pago de compensaciones y otros costos de liquidación, y tener un efecto intangible sobre las relaciones e imagen pública. La absorción de las fluctuaciones mediante cambios en la tasa de producción, se absorberá las primas por horas extras y, probablemente, los costos de trabajo ocioso (un mayor costo medio del trabajo por unidad), cuando disminuye esta tasa [12].

A.2.1 Costos de la Planeación Agregada:

La mayor parte de los métodos de planeación agregada determinan un plan para minimizar los costos. Si tanto la demanda como la oferta se modificaran al mismo tiempo, sería más apropiado maximizar utilidades. Para Ref. [13] los principales costos que implica esta metodología son:

- Costos de contratación y despido - El costo de contratación se forma con los costos de reclutamiento, selección y entrenamiento que son necesarios para que un nuevo empleado adquiera una habilidad productiva completa. Los costos de despido incluyen compensaciones, así como costos intangibles de imagen pública.
- Costos del tiempo extra y de las jornadas reducidas - Los costos de tiempo extra consisten, a menudo, en sueldos normales más una prima. El costo de las jornadas reducidas se refleja con frecuencia en el uso de empleados en un nivel menor al de productividad completa.
- Costos de mantenimiento del inventario - Costos asociados con la conservación de los productos dentro de un almacén; estos costos incluyen aspectos como el costo del capital, el costo variable de almacenaje, los costos de obsolescencia y deterioro.
- Costos de subcontratación - Es el costo pagado a un subcontratista que se encarga de producir las unidades requeridas.
- Costos de mano de obra de tiempo parcial - El costo de mano de obra de tiempo parcial es relativamente menor que el costo de mano de nómina regular.
- Costos por faltantes - El costo de aceptar un pedido por faltantes o el que se deriva de quedar sin inventario debe reflejar el efecto de prestar un mal servicio al cliente. Este costo puede concebirse en términos de utilidades futuras que se pierden.

III. MATERIAL Y MÉTODOS

A. Métodos de solución para la Planeación Agregada

Se han desarrollado diversos métodos de planeación agregada:

- Método de transporte: Llamado también método de Bowman, la solución se basa en el método de transporte.
- Programación lineal.
- Coefficientes administrativos.
- Simulación.
- Planeación paramétrica de la producción.
- Regla de decisión por búsqueda.
- Programación por objetivos.
- Heurística del cambio en la producción.

Para la presente investigación se tomará el método de programación lineal.

B. Elaboración del Plan de Producción Agregado mediante la Programación Lineal

Uno de los métodos más útiles para el desarrollo de la planeación agregada, constituye el modelo de programación lineal. En síntesis, puede decirse que la formulación mediante la programación lineal para la planeación agregada encuentra la estrategia que tenga el mínimo costo y que satisfaga el pronóstico de demanda para n periodos futuros.

Se ha planteado un número considerable de modelos para diversas versiones del problema, el que se desarrolla a continuación es un modelo bastante útil y de fácil aplicación.

En cada período, el nivel de producción normal, la producción en tiempo extra y el nivel de inventario, se especifican en la solución del problema de programación lineal tal que se minimiza el costo total.

Para la formulación de programación lineal los siguientes parámetros se suponen dados:

S_t = Pronóstico del volumen total de ventas, en cada uno de los T períodos (típicamente meses). (Kg.)

CN_t = Capacidad máxima de producción, empleando tiempo normal en cada uno de los T períodos. (Kg.)

CE_t = Capacidad máxima de producción, empleando tiempo extra para los siguientes T períodos. (Kg.)

CP_t = Capacidad total de la planta para el período t ($CN_t + CE_t$) (Kg.)

CS_t = Capacidad máxima de producción subcontratada, para los siguientes T períodos. (Kg.)

C_c = Costo de contratación (\$/operario)

C_d = Costo de despedir (\$/operario)

C_r = Costo de tiempo normal (\$/operario-mes)

C_e = Costo de tiempo extra (\$/operario-mes)

C_i = Costo por unidad mantenida en inventario. (\$/Kg.-mes)

C_f = Costo de faltante (déficit). (\$/Kg.-mes)

C_s = Costo de subcontratación (\$/Kg.)

C_o = Costo de tiempo ocioso (\$/operario-mes)

El modelo supone que la capacidad de producción está dada y no puede modificarse a corto plazo, así mismo no se permiten las subcontrataciones para este caso particular.

Las decisiones que deben tomarse se refieren al *nivel de fuerza de trabajo total* (número de trabajadores), *la tasa de producción y el nivel de inventario neto* (cantidad almacenada menos pedidos atrasados) que deben programarse para cada uno de estos períodos.

Estas cantidades se denotarán para el período t ($t = 1, 2, \dots, T$) como sigue:

S_t = Pronóstico de ventas.

W_t = Nivel de fuerza de trabajo.

P_t = Tasa de producción.

I_t = Nivel de inventario al final del período.

Si se produce más de un producto, entonces S_t , P_t e I_t representan cada una la cantidad total agregada sobre todos los productos, expresada en alguna una unidad común. Para relacionar W_t y P_t , sea k el número prorrateado de trabajadores requerido para fabricar una unidad de producción (Kg.) por período, sin utilizar tiempo extra, entonces $k*P_t$ es el nivel total de fuerza de trabajo que logrará la tasa de producción P_t , cuando se utiliza por completo solo en horario regular.

Sin embargo, W_t no es necesariamente igual a $k*P_t$, pues $W_t < k*P_t$ si se emplea tiempo extra, mientras $W_t > k*P_t$ si no se utiliza la fuerza de trabajo a su capacidad completa en horario regular.

Varios tipos de costos necesitan tomarse en cuenta en el modelo. Si se incrementa la fuerza de trabajo de un período a otro ($W_t - W_{t-1} > 0$), entonces se incurre en costos de contratación. Si por el contrario ($W_t - W_{t-1} < 0$) se disminuye la nómina, y se tiene costos de despido que provienen del pago de liquidación, la reorganización, etc. También se tiene costos regulares de la nómina de pagos para los trabajadores que continúan (incluso cuando no se utiliza a toda su capacidad) así como los costos por la utilización de tiempo extra y subcontratación de otras instalaciones [14].

Si el inventario neto es positivo ($I_t > 0$), se incurre en costos de inventario en virtud de los diversos gastos de almacenamiento, seguro, y costos de interés por capital paralizado en tal inventario. Si el inventario es negativo ($I_t < 0$), de modo que se han acumulado pedidos atrasados, se incurre en costos de déficit proveniente del descontento de los clientes y posibles ventas futuras perdidas [14].

La formulación del modelo supone que cada uno de estos costos es proporcional tanto a la componente positiva como a la negativa de la cantidad involucrada, es decir que una variable determinada es irrestricta en signo.

Matemáticamente significa que una variable puede ser representada por la diferencia de dos nuevas variables para el caso del inventario:

$$I_t^+ = \begin{cases} I_t, & \text{si } I_t \geq 0 \\ 0, & \text{en otros casos} \end{cases} \quad (1)$$

$$I_t^- = \begin{cases} |I_t|, & \text{si } I_t \leq 0 \\ 0, & \text{en otros casos} \end{cases} \quad (2)$$

Por lo tanto, la variable I_t puede escribirse como:

$$I_t = I_t^+ - I_t^- \quad (3)$$

Las demás variables irrestrictas se pueden descomponer siguiendo el procedimiento anterior, obteniendo los costos totales para cada periodo ($t = 1, 2, \dots, T$).

$$\text{Costo de contratación} = C_c (W_t - W_{t-1})^+ \quad (4)$$

$$\text{Costo de despido} = C_d (W_t - W_{t-1})^- \quad (5)$$

$$\text{Costo de nómina regular} = C_r (W_t) \quad (6)$$

$$\text{Costo de tiempo extra} = C_e (k P_t - W_t)^+ \quad (7)$$

$$\text{Costo de tiempo ocioso} = C_o (k P_t - W_t)^- \quad (8)$$

$$\text{Costo de inventario} = (C_i * I_t^+) \quad (9)$$

$$\text{Costo de déficit} = (C_f * I_t^-) \quad (10)$$

El costo de tiempo ocioso no se considera, pues está incluido en el costo de la nómina regular que se tiene que pagar aún si no se emplea la fuerza laboral a plena capacidad.

Denotemos por Z el costo total sobre todos los T períodos, el planteamiento de programación lineal del modelo es:

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T (C_c * (W_t - W_{t-1})^+ + C_d * (W_t - W_{t-1})^- + C_r * W_t + C_e (k * P_t - W_t)^+ + C_i * I_t^+ + C_f * I_t^-) \quad (11)$$

Sujeto a :

$$\text{Para } t = 1, 2, \dots, T \begin{cases} W_t \geq 0 \\ P_t \geq 0 \\ P_t \leq CP_t \\ I_t = I_{t-1} + P_t - S_t \end{cases}$$

Donde se conoce el inventario inicial I_0 y el nivel de fuerza de trabajo W_0 , al inicio del primer período.

Reemplazando las variables irrestrictas por nuevas variables auxiliares no negativas en el período t , denotadas por :

$$\text{Operarios a contratar: } x_t = (W_t - W_{t-1})^+ \quad (12)$$

$$\text{Operarios a despedir: } y_t = (W_t - W_{t-1})^- \quad (13)$$

$$\text{Operarios en tiempo extra: } z_t = (k * P_t - W_t)^+ \quad (14)$$

$$\text{Operarios en tiempo ocioso: } w_t = (k * P_t - W_t)^- \quad (15)$$

$$\text{Kg en inventario: } u_t = I_t^+ \quad (16)$$

$$\text{Kg de déficit: } v_t = I_t^- \quad (17)$$

Luego se añaden las restricciones adicionales:

$$x_t - y_t = (W_t - W_{t-1})^+ - (W_t - W_{t-1})^- = (W_t - W_{t-1}) \quad (18)$$

$$z_t - w_t = (k * P_t - W_t)^+ - (k * P_t - W_t)^- = (k * P_t - W_t) \quad (19)$$

$$u_t - v_t = I_t^+ - I_t^- = I_t \quad (20)$$

Para $t = 1, 2, \dots, T$.

Expresando P_t , W_t e I_t en función de las nuevas variables y sabiendo que :

$$I_t = I_{t-1} + P_t - S_t \quad (21)$$

$$I_t = u_t - v_t \quad (22)$$

$$P_t = I_t - I_{t-1} + S_t = (u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) + S_t \quad (23)$$

Cuando $t = 1$, debe sustituirse $(u_0 - v_0)$ por I_0 :

$$z_t - w_t = (k * P_t - W_t) \quad (24)$$

$$\text{entonces } W_t = k * P_t - (z_t - w_t) \quad (25)$$

$$W_t = k * [(u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) + S_t] - (z_t - w_t) \quad (26)$$

$$x_t - y_t = W_t - W_{t-1} \quad (27)$$

Reemplazar W_t y W_{t-1}

$$x_t - y_t = -(z_t - w_t) + (z_{t-1} - w_{t-1}) + k * [(u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) + S_t] - k * [(u_{t-1} - v_{t-1}) - (u_{t-2} - v_{t-2}) + S_{t-1}] \quad (28)$$

Donde:

$$I_0 = u_0 - v_0 \quad (29)$$

$$W_0 = -(z_0 - w_0) + k * [(u_0 - v_0) - (u_{-1} - v_{-1}) + S_0] \quad (30)$$

Redefiniendo el planteamiento de la función objetivo y las restricciones, la nueva formulación del problema es :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T (C_c * x_t + C_d * y_t + C_r * (K * [(u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) + S_t] - (z_t - w_t)) + C_e * z_t + C_i * u_t + C_f * v_t) \quad (31)$$

Sujeto a :

$$k * [(u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) + S_t] - (z_t - w_t) \geq 0$$

$$(u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) + S_t \geq 0$$

$$(u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) + S_t \leq CP_t$$

$$-(z_t - w_t) + (z_{t-1} - w_{t-1}) + k * [(u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) + S_t] - k * [(u_{t-1} - v_{t-1}) - (u_{t-2} - v_{t-2}) + S_{t-1}] - (x_t - y_t) = 0$$

$$(x_t - y_t) = 0$$

Para $t = 1, 2, \dots, T$

Nota: En la cuarta restricción se considera implícitamente la restricción original:

$$I_t = I_{t-1} + P_t - S_t \quad (32)$$

Simplificando las variables y cambiando los parámetros al lado derecho de las restricciones se obtiene el formato final para el problema de programación lineal :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T (C_c * x_t + C_d * y_t + (C_e - C_r) * z_t + CC_i * u_t + C_f * v_t) + C_r * k * [(u_t - v_t) - I_0 + \sum_{t=1}^T S_t] \quad (33)$$

Sujeto a :

$$k * [-(u_t - v_t) + (u_{t-1} - v_{t-1})] + (z_t - w_t) \leq k * S_t$$

$$-(u_t - v_t) + (u_{t-1} - v_{t-1}) \leq S_t$$

$$(u_t - v_t) - (u_{t-1} - v_{t-1}) \leq (CP_t - S_t)$$

$$2k * (u_{t-1} - v_{t-1}) - k * (u_{t-2} - v_{t-2}) = k * (S_t - S_{t-1})$$

$$x_t \geq 0, y_t \geq 0, z_t \geq 0, w_t \geq 0, u_t \geq 0, v_t \geq 0$$

Para $t = 1, 2, \dots, T$

Donde las variables con subíndice 0 y -1 se sustituyen por los valores conocidos de I_0 y W_0

C. Balance de producción Anual

Para la elaboración del plan de producción agregado, se proyectó la cantidad de mano de obra, máquinas y sus respectivos costos mediante un balance de requerimiento de materia prima, horas- máquina.

C.1 Análisis de Costos para la Planeación Agregada

Estructura del costo directo para un título medio:

TABLA I
ESTRUCTURA DEL COSTO DIRECTO PARA UN TÍTULO MEDIO 43.09

Parámetros	(\$/Kg. de hilo)
Materia prima	2.860
Mano de obra directa	0.291
Energía eléctrica	0.242
Total	3.393

Los siguientes costos son especificados para el modelo de optimización del plan de producción agregado. La utilización de tiempo extra tiene un costo de 50 % mayor al costo de tiempo en horario regular, el costo de contratar un operario equivale a una remuneración promedio más un 10 % adicional por gastos administrativos. El costo de despedir un operario equivale a un 25 % de una remuneración mensual por efectos de liquidación.

El costo estimado de mantener un kilogramo de hilo en almacén es 5 % del costo directo. El costo de déficit se estima como la diferencia entre el precio de venta menos el costo directo, es decir lo que la empresa deja de percibir como margen de contribución a sus costos fijos.

TABLA II
COSTOS ASOCIADOS AL PROCESO PRODUCTIVO

Costo ordinario (\$/op-mes)	354.48
Costo t. extra (\$/op-mes)	531.71
Costo de contratar (\$/op)	389.92
Costo de despedir (\$/op)	88.62
Costo de inventario (\$/Kg-mes)	0.17
Costo de déficit (\$/Kg.)	2.23

C.2 Parámetros para el modelo de Optimización

Para el modelo de optimización del plan agregado es necesario definir los valores iniciales de las variables de inventario, la cantidad de trabajadores, así como determinar la tasa máxima de producción por período y la constante de proporcionalidad del número de trabajadores por kilogramo de hilo producido.

Tasa de producción máxima de línea: 4 414.1 Kg./día.

La constante de proporcionalidad se determina por:

$$\frac{(op/mes - turno * \#turnos * \#meses/año)}{(Producción\ máxima/día * \#días/año)} = \frac{op}{Kg} \quad (34)$$

Línea anillos:

$$k = \frac{(23 * 4 * 12)}{(4\ 414.1 * 360)} = 6.95E - 4$$

El inventario inicial (I_0) es 15 000 kg, la nómina inicial (W_0) es 96 operarios.

C.3 Matriz de Datos para el modelo de optimización

En la Tabla III se observa la matriz con los parámetros para el modelo de optimización.

TABLA IV
CAPACIDAD DE PRODUCCIÓN VS PROYECCIÓN DE VENTAS

Período	Mes	días	Capacidad Kg/mes	Pronóstico Kg/mes
1	Julio	30	132 424	127 306
2	Agosto	31	136 838	100 352
3	Setiembre	30	132 424	131 409
4	Octubre	31	136 838	115 688
5	Noviembre	30	132 424	131 841
6	Diciembre	30	132 424	158 126
7	Enero	30	132 424	126 489
8	Febrero	28	123 596	157 706
9	Marzo	31	136 838	112 454
10	Abril	29	128 010	133 809
11	Mayo	30	132 424	135 607
12	Junio	30	132 424	102 522
Total		360	1 589 087	1 533 309

En la Tabla IV se denota los días laborables, la capacidad de producción y el pronóstico de ventas.

IV. RESULTADOS

A. Matriz de Resultados del modelo de optimización:

TABLA V
VALORES DE LAS VARIABLES DE DECISIÓN

Función objetivo:		425049			
U1 = 497.1043	U4 = 53294.59	U7 = 34110.34	U10 = 3183.1		
V1 = 0	V4 = 0	V7 = 0	V10 = 0		
W1 = 12.63133	W4 = 0	W7 = 0	W10 = 0		
X1 = 0	X4 = 0	X7 = 0	X10 = 0		
Y1 = 5	Y4 = 0	Y7 = 0	Y10 = 0		
Z1 = 0	Z4 = 3.06667	Z7 = 0	Z10 = 1.2998		
U2 = 31129.63	U5 = 53877.5	U8 = 0	U11 = 0		
V2 = 0	V5 = 0	V8 = 0	V11 = 0		
W2 = 0	W5 = 0	W8 = 0.133333	W11 = 0		
X2 = 0	X5 = 0	X8 = 0	X11 = 0		
Y2 = 0	Y5 = 0	Y8 = 6	Y11 = 0		
Z2 = 0	Z5 = 2.8E-16	Z8 = 0	Z11 = 6		
U3 = 32144.55	U6 = 28175.4	U9 = 11333.57	U12 = 0		
V3 = 0	V6 = 0	V9 = 0	V12 = 0		
W3 = 0	W6 = 1.1E-15	W9 = 0	W12 = 0		
X3 = 1.0000	X6 = 0	X9 = 0	X12 = 0		
Y3 = 0	Y6 = 0	Y9 = 0	Y12 = 15		
Z3 = 0	Z6 = 0	Z9 = 0	Z12 = 0.226		

En la Tabla V se observa el valor objetivo y la matriz con los valores de las variables de decisión.

TABLA VI
RESUMEN DE LAS VARIABLES DE DECISIÓN

Mes (i)	u(i)	v(i)	w(i)	x(i)	y(i)	z(i)
1	497		13		5	
2	31 130					
3	32 145			1		
4	53 295					3
5	53 878					2.8E-16
6	28 175		1.1E-15			
7	34 110					
8			1.3E-01		6	
9	11 334					
10	3 183					1
11						6
12					15	2.3E-01

En la Tabla VI se puede observar la matriz con los resultados para el modelo de optimización, estas variables auxiliares deben ser transformadas hacia las variables originales, para calcular el plan de producción optimizado.

B. Plan agregado y costos de producción optimizado

En la Tabla VII se presenta el plan agregado anual óptimo que corresponde a un costo total de US \$ 6 088 823.

Asimismo, se detalla los costos asociados de acuerdo con la política óptima del plan de producción agregado, siendo estos US \$ 390 por contratar operarios, \$2 304 por despedir 26 operarios durante el año, un costo de planilla anual de US \$ 374 681, el costo de operarios en tiempo extra \$5 632 para 10.59 operarios (en equivalente horas extras).

La política óptima por seguir será: En el primer mes al contar con una nómina de 96 operarios se debe despedir a 5 de los mismos, quedando 91 en planilla hasta el tercer mes dónde es necesario contratar un operario adicional entonces con 92 operarios mantenerse hasta el octavo mes que se debe reducir 6 operarios quedando 86 en nómina. En el mes doceavo se debe reducir 15 operarios para cerrar el año con 71 operarios. Sin embargo, esto último tiene que evaluarse en el próximo período de planeación y reevaluar esta decisión de ser el caso.

Adicionalmente en el primer mes se inicia con 15 000 kilogramos de inventario, pero se cierra con 497; los demás meses también se trabaja con inventarios excepto el octavo, once y doceavo mes dónde se cierra con inventario 0 kilogramos.

En relación con el tiempo ocioso, el primer mes se tiene una equivalencia de 12.63 operarios con tiempo ocioso (no representa costo adicional, dado que ya están considerados en la planilla), también en el octavo mes con el equivalente a 0.13 operarios.

Respecto al tiempo extra, en el cuarto mes se requiere 3.07 operarios, 1.30 en el décimo mes, 6 en el onceavo mes y 0.23 en el doceavo mes; para fines de programación de la producción se debe transformar las fracciones de operarios a horas equivalentes.

TABLA VII
RESUMEN DE PARÁMETROS Y COSTOS DEL PLAN ÓPTIMO DE PRODUCCIÓN AGREGADO

Mes	Pronóstico (Kg/mes)	Producción (Kg/mes)	Inventario (Kg/mes)	Déficit (Kg/mes)	Operarios necesarios					Materia prima necesaria (kg)		
					Tiempo Ordinario			Tiempo	Tiempo			
					Contratar	Despedir	Total	Extra	Ocioso			
1	127306	112803	497		5	91		12.63	147112			
2	100352	130985	31130			91			170823			
3	131409	132424	32145		1	92			172701			
4	115688	136838	53295			92	3.07		178457			
5	131841	132424	53878			92			172701			
6	158126	132424	28175			92			172701			
7	126489	132424	34110			92			172701			
8	157706	123596			6	86		0.13	161187			
9	112454	123788	11334			86			161437			
10	133809	125659	3183			86	1.30		163877			
11	135607	132424				86	6.00		172701			
12	102522	102522				15	71	0.23	133704			
Totales	1533309	1518309	247746		1	26	1057	10.59	12.76	1980101		
COSTOS ==>					\$ 42,042	\$ -	\$ 390	\$ 2,304	\$ 374,681	\$ 5,632	\$ -	\$ 5,663,774
										COSTO TOTAL DEL PLAN ==	\$ 425,049	\$ 6,088,823

V. DISCUSIÓN

La alta competitividad existente en el sector textil requiere de soluciones que garanticen la asignación óptima de recursos mediante algoritmos que integren la demanda, la tasa de producción, de inventario y asignación de mano de obra tal como lo plantea [15] que considera las diversas dificultades que existen en el sector textil, los principales factores que influyen en la secuencia y la mecánica de los procesos respecto al área productiva estableciendo un algoritmo matemático que redujo significativamente el tiempo de terminación del último trabajo y por ende los costos totales de producción.

El modelo de optimización lineal planteado considera los costos de contratación, de despedir, de tiempo normal, de tiempo extra, costo por unidad mantenida en inventario, de faltante, de subcontratación, de tiempo ocioso, además permite al administrador de operaciones adaptar los parámetros a variaciones cambiantes del mercado, tal como fluctuación de la demanda, del tipo de cambio y costos laborales asociados a ellos y adaptarlos a la realidad específica en un determinado momento. La solución óptima encontrada plantea, la aplicación de una estrategia de programación de producción mixta. Esto refuerza lo concluido por [16] quienes desarrollaron un modelo de planificación agregada de producción utilizando programación lineal, logrando acelerar el proceso de toma decisiones, considerando las variables que afectan el desempeño de un plan de producción textil, utilizando estrategias mixtas en determinados períodos de producción, alcanzando las metas planteadas y reduciendo los costos en el mismo. Por otro lado [17] concluyen que el modelo de programación lineal es una herramienta para el uso eficiente de los recursos y la toma de decisiones del sector. Además [18]

menciona que los gestores de operaciones pueden aplicar modelos matemáticos en la toma de decisiones y lograr la combinación óptima de los recursos bajo diversas restricciones generando utilidades para la organización. Adicionalmente [19] establece debido a la demanda incierta las empresas manufactureras cambian frecuentemente los planes de producción y los métodos tradicionales no brindan la flexibilidad necesaria en los planes agregados.

El desarrollo del plan agregado utilizando programación lineal mixta a través de la función Solver del software Ms Excel, tiene un costo óptimo de US \$425 049 cuya función objetivo considera operarios a contratar, despedir, en tiempo extra y en tiempo ocioso, kilogramos en inventario, kilogramos de déficit, reforzando el planteamiento de [20] de un modelo de programación lineal mixto cuya función objetivo está enfocada en la maximización de utilidades, cambios en la fuerza laboral y satisfacción de los clientes. Además, según lo mencionado por [21] al cambiar los criterios de mano de obra fija, variable y la combinación de éstas, utilizando estrategias mixtas, se reducen los costos de producción en la industria, sin embargo, contrasta con la utilización del software TORA.

VI. CONCLUSIONES

Se elaboró un modelo matemático para optimizar los recursos en la planeación agregada de la producción mediante la programación lineal mixta, para una empresa de producción Textil hilandera. El costo anual óptimo asciende a \$ 6 088 823 que incluyen 48 restricciones y 72 variables para un período de planeación de un año, el modelo utiliza variables auxiliares

irrestringidas para designar exceso y déficit del inventario, contratación y despido de personal, tiempo ocioso y tiempo extra, teniendo como parámetros la tasa de producción

Se conoció la estructura de costos de producción que tiene la industria textil, siendo el costo mensual por operario de \$354.48 en tiempo normal y \$531.71 en tiempo extra; el costo unitario de contratar es de \$389.92 y el de despedir \$88.62; los costos mensuales de inventario por kilogramo de hilo ascienden a \$0.17 y el costo del déficit \$2.23; el costo de materia prima es de \$2.86 por kilogramo de algodón; y el total costo directo \$ 3.393 por kilogramo de hilo para un Ne medio de 43.09.

Se identificaron las variables de decisión necesarias para el diseño del modelo matemático, siendo estas: Operarios a contratar x_t , a despedir y_t ; operarios en tiempo extra z_t , en tiempo ocioso w_t ; kilogramos en inventario I_t^+ , y de déficit I_t^- . Siendo los parámetros: pronóstico de ventas S_t , nivel inicial de la fuerza laboral W_0 , la tasa de producción P_t , y el nivel de inventario al inicio del período I_0 .

Se determinó la combinación óptima de recursos para el plan agregado de la empresa, teniendo un nivel de inventario en kilogramos de: mínimo 0, máximo 53 878 y promedio de 20 645, además la mejor decisión implica: Despedir a cinco operarios en el primer mes, contratar uno en el tercero, despedir a seis en el octavo y despedir a quince en el doceavo mes; quedando la planilla en 71 operarios al finalizar el periodo de planeación. Utilizar 10.59 operarios en tiempo extra durante el período de planeación equivalente a 2542 horas anuales, asimismo se contempla 12.76 operarios en tiempo ocioso equivalente 3 062 horas anuales.

Se estima en US \$5 663 774 el costo de materia prima y US \$425 049 el costo del plan óptimo de producción agregado; siendo los costos asociados a éste, divididos en: \$42 042 por mantener inventario, \$390 por contratar, \$ 2 304 por despedir, \$374 681 planilla anual y \$5 632 utilización de tiempo extra. Por lo tanto, el costo total del plan agregado asciende a US \$6 088 823.

REFERENCIAS

[1] OIT. (2021). *Mejora de la seguridad y salud en el trabajo en la industria textil y de la confección. Incentivos y limitaciones: Revisión temática*. Ginebra.

[2] Collantes Champi, T., Rojas Polo, J. E., Cáceres Cansaya, A., Rodríguez Anticona, M., Benavente Sotelo, R., & Reyes Arteaga, S. (2019). Mejora en el proceso de lavado y teñido de prendas de vestir usando herramientas de manufactura esbelta y optimización matemática. *17th LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education, and Technology*, 1-3. doi:10.18687/LACCEI2019.1.1.179

[3] CAF. (2020). *Estudio de internacionalización del sector textil y confecciones peruano*. Lima: Banco de desarrollo de América Latina.

[4] González, V. L. (2021). *La Industria Textil en América Latina*. Obtenido de Textiles Panamericanos.

[5] Instituto de Estudios Económicos y Sociales. (2021). *Industria textil y confecciones*. Sociedad Nacional de Industrias.

[6] Quintana, N. (2021). *Tendencias para la industria de la vestimenta en Europa*. Lima: PromPeru.

[7] Campo, E. A., Cano, J. A., & Gómez-Montoya, R. A. (2018). *Linear programming for aggregate production planning in a textile company*. *Fibres & Textiles in Eastern Europe*.

[8] Zabaikin, Y. V. (2017). *Применение экономико-математических методов в производственном планировании*. Кант.

[9] Tirkolaei, E., Goli, A., & Weber, G. (2019). *Multi-objective aggregate production planning model considering overtime and outsourcing options under fuzzy seasonal demand*. 81-96: International Scientific-Technical Conference Manufacturing.

[10] Mouna, M., Loukil, T., & Aouni, B. (2012). *Aggregate planning through the imprecise goal programming model: integration of the manager's preferences*. *International transactions in operational research*.

[11] Jacobs, F., & Chase, R. (2014). *Administración de operaciones. Producción y cadena de suministros*. (13ª ed.). Mexico: McGraw Hill.

[12] Collier, D. A., & Evans, J. R. (2016). *Administración de operaciones* (5ª ed.). México: Cengage Learning.

[13] Hillier, F., & Lieberman, G. (2014). *Fundamentos de investigación de operaciones*. Mexico: McGraw Hill.

[14] Hillier Frederick, S., & Lieberman Gerald, J. (1993). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. Mexico: Mc Graw Hill.

[15] Arredondo-Ortega, G., Ocampo-Jaramillo, K. V., Orejuela-Cabrera, J. P., & Rojas-Trejos, C. A. (2017). *Modelo de planeación y control de la producción a mediano plazo para una industria textil en un ambiente make to order*. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*. doi: <https://doi.org/10.22395/rium.v16n30a9>

[16] Campo, E. A., Cano, J. A., & Gómez-Montoya, R. A. (2020). *Optimización de costos de producción agregada en empresas del sector textil*. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*.

[17] Lopez, J. C., Giraldo, J. A., & Arango, J. A. (2015). *Reducción del Tiempo de Terminación en la Programación de la Producción de una Línea de Flujo Híbrida Flexible (HFS)*. *Información tecnológica*.

[18] Tsai, W. H. (2018). Green Production Planning and Control for the Textile Industry by Using Mathematical Programming and Industry 4.0 Techniques. *Energies* 2018. doi:<https://doi.org/10.3390/en11082072>

[19] Demirel, E., Özelkan, E. C., & Lim, C. (2018). Aggregate planning with Flexibility Requirements Profile. *International Journal of Production Economics*, 202, 45-58. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2018.05.001>.

[20] Wang, C.-N., Nhieu, N.-L., & Tran, T. T. (2021). Stochastic Chebyshev Goal Programming Mixed Integer Linear Model for Sustainable Global Production Planning. *Mathematics*, 9(5), 483. *Mathematics* 9, no. 5: 483., 18-19. doi:<https://doi.org/10.3390/math9050483>

[21] Talapatra, S., Saha, M., & Islam, M. A. (2015). Aggregate planning problem solving using linear programming method. *American Academic & Scholarly Research Journal*, 6(7).