

Estudio de Plasmones en Nano-Antenas Ópticas

Study of Plasmons in Optical nanoantennas

Maicol Cárdenas Hernández ¹, Eduardo Rodríguez Araque ¹

¹Fundación Universitaria Cafam, Colombia, Facultad de Ingeniería,
mcardenash@unicafam.edu.co, eduardo.rodriguez@unicafam.edu.co

Abstract— In this research, an analytical model of the response of a gas of free electrons inside a nano-antenna interacting with an electromagnetic wave with normal incidence was developed. By examining the longitudinal oscillations of the plasma in the nano-antenna, a relationship was obtained for the wavelengths generated by the plasmons in the nano-antenna. The polarization of this was then evaluated, along with the scattered electromagnetic fields. In particular, the near field amplitudes are expressed in an analytical way. Finally, we compare the intensity of the amplitudes of the scattered fields at a given distance from the nano-antenna. It was demonstrated how the intensity of the dispersed EMF decays as a function of the excitation modes, but we also see that these can be functions in the visible regime, a property sought in these devices for energy applications.

Keywords— plasmons, nano-antennas, near field, scattered field, electrodynamics, plasma.

Digital Object Identifier (DOI):
<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2021.1.1.30>
ISBN: 978-958-52071-8-9 ISSN: 2414-6390

Estudio de Plasmones en Nano-Antenas Ópticas

Study of Plasmons in Optical nanoantennas

Maicol Cárdenas Hernández¹, Eduardo Rodríguez Araque¹

¹Fundación Universitaria Cafam, Colombia, Facultad de Ingeniería,
mcardenash@unicafam.edu.co, eduardo.rodriguez@unicafam.edu.co

Resumen— En esta investigación se desarrolló un modelo analítico de la respuesta de un gas de electrones libres dentro de una nano-antena interactuando con una onda electromagnética con incidencia normal. Al examinar las oscilaciones longitudinales del plasma en la nano-antena, se obtuvo una relación para las longitudes de onda que generan los plasmones en la nano-antena. Luego se evaluó la polarización de está, junto con los campos electromagnéticos dispersados. En particular, las amplitudes de campo cercano se expresan en una forma analítica. Finalmente, comparamos la intensidad de las amplitudes de los campos dispersados a una distancia dada de la nano-antena. Se demostró como decae la intensidad del CEM dispersado en función de los modos de excitación, pero también vemos que estas pueden ser funciones en el régimen del visible, propiedad buscada en estos dispositivos para aplicaciones energéticas.

Palabras claves— plasmones, nano-antenas, campo cercano, campo dispersado, electrodinámica, plasma.

Abstract— In this research, an analytical model of the response of a gas of free electrons inside a nano-antenna interacting with an electromagnetic wave with normal incidence was developed. By examining the longitudinal oscillations of the plasma in the nano-antenna, a relationship was obtained for the wavelengths generated by the plasmons in the nano-antenna. The polarization of this was then evaluated, along with the scattered electromagnetic fields. In particular, the near field amplitudes are expressed in an analytical way. Finally, we compare the intensity of the amplitudes of the scattered fields at a given distance from the nano-antenna. It was demonstrated how the intensity of the dispersed EMF decays as a function of the excitation modes, but we also see that these can be functions in the visible regime, a property sought in these devices for energy applications.

Keywords— plasmons, nano-antennas, near field, scattered field, electrodynamics, plasma.

I. INTRODUCCIÓN

Actualmente, el estudio de las antenas nano-plasmónicas es un campo en rápido crecimiento en la investigación tanto experimental como teórica del diseño y la aplicación de nanotecnología [1]. Se refiere a la investigación de oscilaciones de electrones libres (plasma) en nanoestructuras metálicas y nanopartículas (NP), generando fenómenos superficiales y de bulk (internos). Los plasmones de superficie (PS) tienen la capacidad única de confinar la luz a espacios físicos del orden de la nano-escala [2]. Además, los PS son muy sensibles al medio circundante y a las propiedades de los materiales sobre los que se propagan. Adicionalmente, las resonancias plasmónicas superficiales se pueden controlar modificando el tamaño, la forma, la periodicidad o el material de la nano-antena (NA). Por tanto, el avance tecnológico permite a los investigadores producir nuevos sistemas plasmónicos controlando todos los parámetros descritos anteriormente [3].

A su vez, en esta última década se han desarrollado herramientas de simulación computacional, teóricas [4] y experimentales [5], que permiten una mejor comprensión de las propiedades ópticas de los sistemas plasmónicos. Es así, que todas estas propiedades ópticas pueden llegar a generar un gran número de aplicaciones en optoelectrónica en la nano-escala [6], termoterapia de células cancerígenas [7], metamateriales [8], transmisión de señales ópticas [9], fotoquímica [10], información cuántica [11], espectroscopia de campo cercano [12], biosensores [13] y en la actualidad se están realizando diseños de prototipos para crear celdas solares que funcionan con tecnología plasmónica, buscando reemplazar la tecnología fotovoltaica basada en el efecto fotoeléctrico que está lleno de desafíos para ser mejorado y por lo tanto está llegando a sus límites de eficiencia desde el punto de vista de la materia condensada, pero con la plasmónica se tendría una nueva forma de capturar energía proveniente del sol más eficientemente que los paneles solares [14].

Hoy en día, se han desarrollado y aplicado con éxito diferentes técnicas de simulación numérica para el cálculo de campos electromagnéticos (CEM) dispersos desde antenas a una gran variedad de sistemas. Sin embargo, estas simulaciones generalmente no proporcionan una visión directa de los procesos físicos que tienen lugar en las antenas y dificultan la interpretación de los resultados. Además, si una dimensión de las antenas prevalece sobre las demás (típico en NA), los enfoques basados en la solución numérica de las ecuaciones de Maxwell con condiciones de contorno adecuadas son un tanto complejas, especialmente cuando se expresa el CEM local en las proximidades de dicho cuerpo. Por ejemplo, en el caso del método de elementos finitos (FEM), las formas inconvenientes de los elementos con ángulos grandes que causan inherentemente problemas de convergencia, bien conocidos, tienen que elegirse generalmente para hacer coincidir el enmallado (discretización de la estructura) con la forma de la antena correctamente. Se han realizado algunos esfuerzos por describir los procesos en antenas plasmónicas de una forma más analítica [15].

La teoría de la dispersión de CEM en una esfera homogénea con tamaño arbitrario fue desarrollada en 1908 [16] y la dispersión por un cilindro circular infinitamente largo fue resuelta por Lord Rayleigh en 1918 [17]. Posteriormente, en incidencia normal y por Wait en incidencia oblicua [18]. Para una partícula elipsoidal trabajos realizados en [19] pueden mostrarnos el proceso.

En este artículo hemos aplicado un enfoque analítico para el problema basados en un estudio de la respuesta del plasma al

interior de una Nano-Antena metálica con un CEM incidente (ver figura 1).

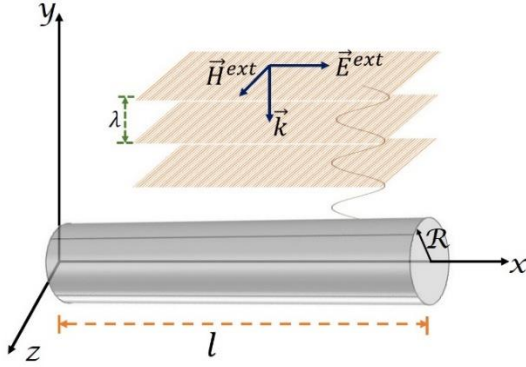


Fig. 1 Diagrama del sistema en estudio, podemos ver la NA de longitud l alineada con el eje x y el CEM incidiendo de forma normal desde el eje y con longitud de onda λ mayor al radio R .

La radiación interactúa con el metal y genera oscilaciones longitudinales de los electrones libres a lo largo de la NA. Suponiendo que el radio de la barra es menor que la profundidad de penetración del CEM en el metal [20], que es de aproximadamente 20 nm para frecuencias mucho menores que la frecuencia de plasma del metal, el desplazamiento longitudinal del electrón puede considerarse aproximadamente uniforme sobre la sección transversal de la nano-varilla [21].

En la siguiente sección, se examinan las oscilaciones libres de un gas de electrones bajo la aproximación cuasiestática y se deriva la velocidad de fase de las ondas de densidad de electrones que viajan a lo largo de la NA, esta velocidad determina las longitudes de onda de resonancia (Λ), que generan los plasmones, que dependen de la frecuencia de plasma (ω), de los valores de la longitud (l) y el radio (R).

En la sección III se estudian las oscilaciones del plasma impulsado por un CEM externo y se deriva la polarización de la nano-varilla, que es crucial para el cálculo de los campos dispersados por la NA. Usando esta polarizabilidad, se halló el campo dispersado cercano de la NA, y se evalúa en la sección IV. Finalmente, en la sección V, se encuentran las conclusiones de este trabajo.

II. CÁLCULO DE LA LONGITUD DE ONDA RESONANTE

Siempre que los electrones se mueven a través de un fondo de iones positivos, la distribución de carga local a lo largo de la NA irá cambiando. Como el radio de la nano-varilla se considera muy pequeño en comparación con la longitud de onda de la onda incidente (λ), y es comparable con la profundidad de penetración del CEM en el metal, asumimos que las oscilaciones de los electrones a lo largo del eje de simetría son uniformes en la sección transversal de la NA.

Por lo tanto, el desplazamiento electrónico $u(x,t)$ solo dependerá de la coordenada x . La densidad lineal de la carga total local dentro de la NA se puede expresar mediante el desplazamiento de electrones como en (1).

$$\tau_{\text{total}}(x, t) = \tau_t(x, t) = n_0 e \pi R^2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \quad (1)$$

Donde, n_0 es la concentración electrónica del material que construye la NA, e es la carga eléctrica fundamental y R el radio de la NA cilíndrica que podemos ver en la figura 1.

Ahora, debemos determinar el potencial eléctrico $\varphi(x, t)$ debido a la densidad de carga dada por la ecuación (1), como se puede ver en la ecuación (62.8) en [22], tenemos la ecuación (2).

$$\varphi(x, t) = \int_0^l \frac{\tau_t(x', t)}{2\epsilon_0 \pi R^2} \left[\sqrt{R^2 + (x - x')^2} - |x - x'| \right] dx' \quad (2)$$

Con este potencial eléctrico podemos hallar la densidad lineal de energía potencial eléctrica de la NA con la relación de (3).

$$v(x, t) = \frac{1}{2} \tau_t(x, t) \varphi(x, t) \quad (3)$$

Ignorando la dependencia temporal dado que para todas las funciones es la misma podemos escribir $v(x, t)$, cómo se observa en (4).

$$v = \frac{\tau_t(x)}{2} \int_0^l \frac{\tau_t(x')}{2\epsilon_0 \pi R^2} \left[\sqrt{R^2 + (x - x')^2} - |x - x'| \right] dx' \quad (4)$$

Sustituyendo las τ_t , en esta relación tenemos la expresión (5).

$$v(x, t) = \frac{n_0^2 e^2 \pi R^3}{4\epsilon_0} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \int_0^l \frac{\partial u(x', t)}{\partial x'} G(|x - x'|) dx' \quad (5)$$

Donde, la función $G(|x - x'|)$ esta dada por (6).

$$G(|x - x'|) = \sqrt{1 + \left(\frac{x - x'}{R}\right)^2} - \frac{|x - x'|}{R} \quad (6)$$

La expresión en (6), describe como la carga eléctrica en el punto x' contribuye a la densidad de energía potencial en el punto x . La figura 2 revela que solo las cargas ubicadas a distancias inferiores a diez radios R desde el punto x afectan la densidad de energía potencial eléctrica.

Asumiendo que $R \ll \lambda$ entonces, el campo retardado en la NA no será considerado. Ahora, se evaluará la densidad lineal de la energía cinética del gas de electrones dentro de la NA.

Como las amplitudes de las oscilaciones de electrones libres son pequeñas, los cambios de la concentración del gas de electrones a lo largo de la nano-varilla pueden omitirse, así que tendremos la expresión (7).

$$\mathcal{T}(x, t) = \frac{1}{2} m_e n_0 \pi R^2 \left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right)^2 \quad (7)$$

Donde, m_e es la masa del electrón. Tenga en cuenta que al construir la ecuación $\mathcal{T}(x, t)$, se consideró un movimiento de electrones mucho más lento comparado con la velocidad de vacío de la luz.

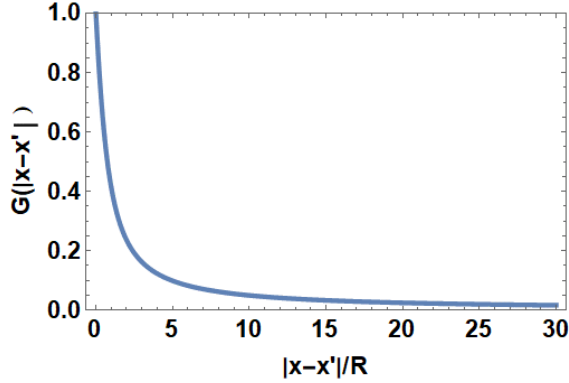


Fig. 2 Curva de la función $G(|x - x'|)$. Tenga en cuenta que la función solo toma valores apreciables cuando $|x - x'| < 10R$.

La ecuación de movimiento para el desplazamiento del electrón $u(x, t)$ se obtiene de resolver la ecuación de Euler-Lagrange para sistemas continuos, para esto debemos construir la densidad lagrangiana del sistema, como se presenta en la ecuación (8).

$$\mathcal{L}(u, u_t, u_x, x, t) = \mathcal{T}(x, t) - v(x, t) \quad (8)$$

Sustituyendo (5) y (7) en (8) obtenemos,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m_e n_0 \pi R^2 \left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right)^2 - \frac{n_0^2 e^2 \pi R^3}{4 \epsilon_0} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \int_0^l \frac{\partial u(x', t)}{\partial x'} G dx' \quad (9)$$

Ahora, tomando esta densidad Lagrangiana y sustituyéndola en la ecuación de movimiento Euler-Lagrange como se mencionó anteriormente, encontramos la ecuación (10).

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_t} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_x} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} \quad (10)$$

Donde, $u_t = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}$ y $u_x = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$, tenemos con resultado para esta relación que, $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_t} \right) = m_e n_0 \pi R^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}$, $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_x} \right) = -\frac{n_0^2 e^2 \pi R^3}{4 \epsilon_0} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^l \frac{\partial u(x', t)}{\partial x'} G(|x - x'|) dx'$ y $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} = 0$.

Por lo tanto, al sustituir estos resultados en (10) y despejando $\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}$, obtendremos la expresión (11).

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{n_0 e^2 R}{\epsilon_0 m_e} \frac{\partial}{4 \partial x} \int_0^l \frac{\partial u(x', t)}{\partial x'} G(|x - x'|) dx' \quad (11)$$

Ahora, vamos a definir la frecuencia del plasma conformado por el gas de electrones libres de la NA como $\omega_p^2 = \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_e}$. Como la función $G(|x - x'|) = \mathbf{G}$ dada en (6) toma valores significativos solo para x' en la vecindad del punto x , por esta razón la función $\frac{\partial u(x', t)}{\partial x'}$ puede ser expandir en una serie de Taylor alrededor del punto x . Entonces la expresión (11) se convierte en (12).

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2 R}{4} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^l \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} (x - x') + \frac{1}{2!} \frac{\partial^3 u(x, t)}{\partial x^3} (x - x')^2 + \dots \right] \mathbf{G} dx' \quad (12)$$

Manteniendo solo el primer término en el paréntesis de (12) para una aproximación de primer orden obtenemos la expresión (13).

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2 R}{4} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \int_0^l \mathbf{G} dx' \right) \quad (13)$$

Además, como la función \mathbf{G} es significativamente distinta de cero solo cuando $|x - x'| < 10R$ (ver figura 2), su valor no depende de x , excepto cuando el punto x está cerca de los extremos de la NA.

Al acercarse al extremo de la NA, la integral en (13) disminuye para $x=0$ o l a su valor medio dentro de la NA. Así, para $l \gg R$, la integral se puede aproximar por su valor medio, como se observa en (14)

$$\int_0^l \mathbf{G} dx' \approx \frac{1}{l} \iint_0^l \mathbf{G} dx dx' \approx R \text{Log} \left[\frac{2}{\sqrt{e}} \frac{l}{R} \right] \quad (14)$$

Bajo esta aproximación, (13) produce la ecuación de onda que se expresa en la ecuación (15)

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (15)$$

Donde,

$$v = \sqrt{\frac{\omega_p^2 R^2}{4} \text{Log} \left[\frac{2}{\sqrt{e}} \frac{l}{R} \right]} \quad (16)$$

Siendo v la velocidad de fase de las ondas longitudinales de densidad de electrones libres en la NA, para metales nobles, tales como el oro (Au) o la plata (Ag), la frecuencia de plasma ω_p es típicamente $10^{-6} \frac{1}{s}$ y el término $\sqrt{\text{Log}\left[\frac{2}{\sqrt{e}} \frac{l}{R}\right]}$ es del orden de 10 para un amplio rango de relaciones de NA $10^1 < l/R < 10^4$.

Esto indica que, el radio R de la NA debe ser menor a $10^2 nm$ en nuestro modelo, para mantener la velocidad de fase v menor a la velocidad de la luz (c) en el vacío. De lo contrario, nuestro modelo que considera la densidad de carga local uniforme sobre la sección transversal de la NA ya no sería válido, y una profundidad de penetración finita del campo electromagnético en los metales se vuelve importante. Por lo tanto, la amplitud de las ondas longitudinales en el plasma disminuye con la profundidad de penetración y el número de portadores libres que participan en la respuesta de la antena a la onda electromagnética externa ya no es proporcional a R, como se supone en nuestro modelo. Por tanto, la velocidad v no excederá c .

Las soluciones de la ecuación de onda (15) que satisfacen las condiciones de frontera de Dirichlet es mostrada en (17)

$$u(0, t) = u(l, t) = 0 \quad (17)$$

Están representados por ondas estacionarias tales que se detalla en (18), como.

$$u_j(x, t) = A_j \text{Sin}[k_j x] \text{Sin}[\Omega_j t] \quad (18)$$

Donde, $j = 1, 2, ..$ y $k_j = j\pi/l$, $\Omega_j = vk_j$ es la frecuencia propia angular de oscilación del gas de electrones libres y de (16) la frecuencia será como en (19)

$$\Omega_j = \frac{j\pi}{2} \omega_p \frac{R}{l} \sqrt{\text{Log}\left[\frac{2}{\sqrt{e}} \frac{l}{R}\right]} \quad (19)$$

Si la NA está iluminada por un CEM externo polarizado paralelo, como se observa en la figura 1, el sistema entra en resonancia cuando la frecuencia de la onda incidente es aproximadamente igual a Ω_j , es decir, la longitud de onda incidente es aproximadamente igual a la expresada en (20).

$$\lambda_j = \frac{2\pi c}{\Omega_j} = \frac{2\lambda_p}{j\pi} \frac{l}{R} \left(\text{Log}\left[\frac{2}{\sqrt{e}} \frac{l}{R}\right]\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (20)$$

Donde, $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$ es la longitud de onda del plasma, para ver otras aproximaciones para determinar la frecuencia de resonancia pueden revisar los trabajos de Novotny [23].

III. POLARIZABILIDAD DE LA NANO-ANTENA

En esta sección se estudiarán las oscilaciones longitudinales del gas de electrones impulsadas por el CEM

externo incidente perpendicularmente a la NA mientras su campo eléctrico es paralelo al eje principal de la NA (ver Figura 1). Entonces la ecuación de onda (15) es modificada, como se expresa en (21).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial u}{\partial t} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{e}{m_e} E_m^{\text{ex}} e^{i\omega t} \quad (21)$$

Donde E_m^{ex} y ω , son respectivamente la amplitud y la frecuencia angular de la onda externa. En la ecuación (21) se ha introducido el término de amortiguación $\frac{1}{\tau} \frac{\partial u}{\partial t}$, que representa el calor de tipo Joule producido dentro de la NA. El τ es el tiempo de relajación del electrón.

Por simplicidad, la amortiguación de radiación se ha despreciado en esta ecuación. El desplazamiento de electrones $u(x, t)$ que cumple las condiciones de contorno dadas por la ecuación (17) se puede expresar como en (22).

$$u(x, t) = \frac{2}{l} \sum_j q_j(t) \text{Sin}[k_j x] \quad (22)$$

Donde, $k_j = j\pi/l$, sustituyendo (22) en (21) y tomando en cuenta que la función $\text{Sin}[k_j x]$ forma una base ortogonal en el intervalo de $(0, l)$, se puede llegar a que $q_j(t)$ debe satisfacer la ecuación diferencial de (23).

$$\ddot{q}_j + \frac{1}{\tau} \dot{q}_j + \Omega_j^2 q_j = -\frac{e}{m_e} E_m^{\text{ex}} e^{i\omega t} \int_0^l \text{Sin}[k_j x] dx \quad (23)$$

Donde las frecuencias propias angulares de las oscilaciones libres del gas de electrones $\Omega_j = vk_j$ están dadas por (18). En estado estacionario $q_j(t) = q_{m,j} e^{i\omega t}$, donde (24) se expresa como.

$$q_{m,j} = -\frac{e E_m^{\text{EX}}}{m_e} \frac{1}{\Omega_j^2 - \omega^2 + i\omega/\tau} \int_0^l \text{Sin}[k_j x] dx \quad (24)$$

La integral en (24) es proporcional a $1 - \text{Cos}[j\pi]$ lo que significa que para j par las amplitudes $q_{m,j}$ son cero. Esto tiene una explicación física directa.

Cuando el CEM externo incide en la NA bajo el ángulo recto, la fuerza impulsora es constante a lo largo de la NA en el mismo momento y, por lo tanto, puede excitar solo los modos simétricos con respecto al centro de la NA. Después de insertar (26) en (22) se obtiene la expresión (25), para el desplazamiento de electrones.

$$u = \sum_j u_{m,j} \text{Sin}\left[\frac{j\pi x}{l}\right] e^{i\omega t} \quad (25)$$

Donde,

$$u_{m,j} = -\frac{2e E_m^{\text{EX}}}{j\pi m_e} \frac{1 - \text{Cos}[j\pi]}{\Omega_j^2 - \omega^2 + i\omega/\tau} \quad (26)$$

son las amplitudes de los modos excitados.

Habiendo derivado la relación para el desplazamiento de los electrones, es posible evaluar la densidad lineal de la carga total local dada por (1) y finalmente el momento dipolar $p(t) = \alpha_j(\omega)\vec{E}^{ext}$ de la NA, expresado en (27).

$$p_x(t) = \int_0^l x \tau_t(x, t) dx \quad (27)$$

Utilizando las relaciones (1), (25) y (26) no es difícil llegar a la expresión de (28).

$$p_x(t) = \left\{ \frac{2n_0 e^2 R^2 l}{\pi m_e} \sum_j \frac{1}{j^2} \frac{(1 - \text{Cos}[j\pi])^2}{\Omega_j^2 - \omega^2 + i\omega/\tau} \text{Sin} \left[\frac{j\pi x}{l} \right] \right\} E_m^{\text{ex}} e^{i\omega t} \quad (28)$$

Donde, la expresión entre corchetes expresa la polarizabilidad de la NA. Como el término $1 - \text{Cos}[j\pi]$ en (27) es igual a cero para $j = 2, 4, 6 \dots$, los modos pares no están excitados. Por otro lado, si $j = 1, 3, 5 \dots$, este término es igual a 2 y las polarizabilidades de los modos impares se pueden escribir como se expresa en (29).

$$\alpha_j(\omega) = \frac{8\epsilon_0 V}{j^2 \pi^2} \frac{\omega_p^2}{\Omega_j^2 - \omega^2 + i\omega/\tau} \quad (29)$$

Siendo, $V = \pi R^2 l$ el volumen de la NA. El término j^2 en el denominador indica que, si se excita el modo más alto, se induce la amplitud más pequeña de su momento dipolar.

Finalmente, usando las ecuaciones (26) y (29) se puede encontrar la relación entre la amplitud compleja $u_{m,j}$ del modo j -ésimo del desplazamiento de los electrones y la polarizabilidad de NA del modo correspondiente, es decir (30).

$$u_{m,j} = -\frac{j\alpha(\omega)E_m^{\text{ex}}}{2n_0 e^2 R^2 l} \quad (30)$$

IV. CEM CERCANO DISPERSADO DESDE LA NANO-ANTENA

Las oscilaciones del gas de electrones son conducidas por el CEM externo. La dispersión del CEM en la vecindad de la NA iluminada con una onda plana puede ser calculada en la aproximación estacionaria. Consideremos la ley de Coulomb para una densidad de carga lineal τ_t que crea campo eléctrico dado en (31).

$$\vec{E}(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^l \frac{\tau_t}{r^2} dL \quad (31)$$

Como también la ley de Biot-Savart para determinar el campo magnético creado por la densidad de corriente inducida en la NA [24],

$$\vec{H}(r, t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^l \frac{J dV \times \vec{r}}{r^2} \quad (32)$$

Implementando las relaciones (31) y (32) a nuestro sistema podemos calcular las componentes x, y , del campo eléctrico dispersado y la componente z del campo magnético, denotados con un superíndice S , como se expresan en (33) a (35)

$$E_x^S(x, y, 0, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^l \frac{\tau_t(x', t)(x - x')}{((x - x')^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dx' \quad (33)$$

$$E_y^S(x, y, 0, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^l \frac{\tau_t(x', t)y}{((x - x')^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dx' \quad (34)$$

$$H_z^S(x, y, 0, t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^l \frac{J_x(x', t)\pi R^2 y}{((x - x')^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dx' \quad (35)$$

Donde τ_t , esta dado en (1) y $J_x = -n_0 e(\partial u/\partial t)$ es la densidad de corriente en la NA. Sustituyendo el desplazamiento electrónico dado en (25) y la expresión de amplitud de los modos excitados de (30) en (33) y (34) obtendremos las expresiones (36) y (37).

$$E_x^S(x, y, 0, t) = \sum_j E_{m,x,j}^S(x, y, 0; \omega) e^{i\omega t} \quad (36)$$

$$E_y^S(x, y, 0, t) = \sum_j E_{m,y,j}^S(x, y, 0; \omega) e^{i\omega t} \quad (37)$$

En este caso las amplitudes son cantidades complejas, como se expresan en (38) y (39).

$$E_{m,x,j}^S = -j^2 \frac{\pi\alpha_j E_m^{\text{ex}}}{8\epsilon_0 l^2} \int_0^l (x - x') \psi \text{Cos} \left[\frac{j\pi x'}{l} \right] dx' \quad (38)$$

$$E_{m,y,j}^S = -j^2 \frac{\pi\alpha_j E_m^{\text{ex}} y}{8\epsilon_0 l^2} \int_0^l \psi \text{Cos} \left[\frac{j\pi x'}{l} \right] dx' \quad (39)$$

Donde,

$$\psi = \psi(|x - x'|, y) \equiv [(x - x')^2 + y^2]^{-\frac{3}{2}} \quad (40)$$

Utilizando los resultados anteriores, se han calculado las amplitudes del CEM dispersado en las proximidades de la NA de oro con dimensiones $l = 1\mu\text{m}$ y $R = 10\text{nm}$. Para esto debemos estar muy cerca de la NA donde $l \gg y$ y entonces la función ψ en la integral de (38) y (39) tiene un pico agudo para x' en la vecindad de x , por lo que es relevante para el valor de las integrales.

Por lo tanto, la función $\text{Cos} \left[\frac{j\pi x'}{l} \right]$ puede ser expandida en una serie de Taylor alrededor del punto x y luego considerar una aproximación a segundo orden, como se expresa en (41).

$$\text{Cos} \left[\frac{j\pi x'}{l} \right] \approx \text{Cos} \left[\frac{j\pi x}{l} \right] + \frac{j\pi}{l} \text{Sin} \left[\frac{j\pi x}{l} \right] (x - x') \quad (41)$$

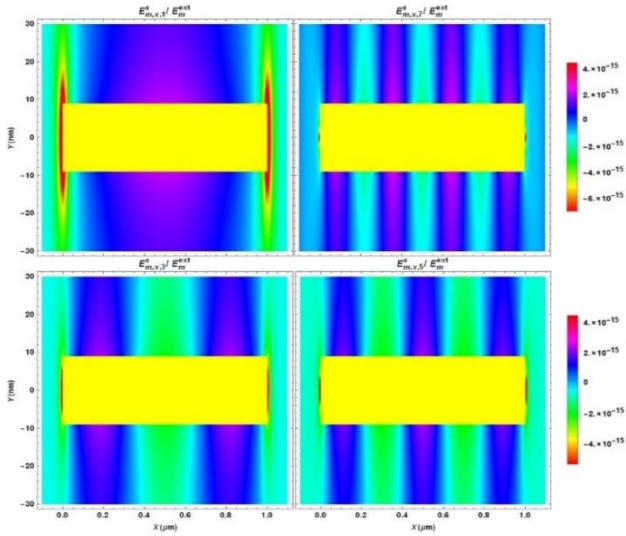


Fig. 3 Los CEM dispersos en x , normalizados al CEM incidente, en las proximidades de la NA de oro con longitud $l = 1\mu\text{m}$ y diámetro $R=10\text{nm}$ en las longitudes de onda de resonancia $\Lambda_1 = 4339\text{nm}$, $\Lambda_3 = 1440\text{nm}$, $\Lambda_5 = 860\text{nm}$, $\Lambda_7 = 620\text{nm}$. La NA está representada por el rectángulo amarillo.

En esta aproximación, las amplitudes de campo cercano dadas por las ecuaciones (38) y (39) se puede evaluar analíticamente, para realizar este proceso definiremos las funciones (42), (43) y (44), integrables que fueron calculadas en Wolfram [25]:

$$\gamma_1(x, y) \equiv y^2 \int_0^l \psi dx' = \frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2 + y^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \gamma_2(x, y) &\equiv l \int_0^l (x-x')\psi dx' \\ &= \frac{l}{\sqrt{(l-x)^2 + y^2}} - \frac{l}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \gamma_3(x, y) &\equiv \int_0^l (x-x')^2\psi dx' \\ &= \frac{x-l}{\sqrt{(l-x)^2 + y^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ &\quad + \text{Log} \left[\frac{l-x + \sqrt{(l-x)^2 + y^2}}{-x + \sqrt{x^2 + y^2}} \right] \end{aligned} \quad (44)$$

Con las definiciones de γ_1 , γ_2 y γ_3 , seleccionadas adecuadamente para lograr reescribir las amplitudes de los campos dispersado, obteniendo (45) y (46).

$$E_{m,x,j}^S \approx -j^2 \frac{\pi \alpha_j E_m^{\text{ex}}}{8 \epsilon_0 l^3} \left[\gamma_1 \text{Cos} \left[\frac{j\pi x}{l} \right] + j\pi \gamma_3 \text{Sin} \left[\frac{j\pi x}{l} \right] \right] \quad (45)$$

$$E_{m,y,j}^S = -j^2 \frac{\pi \alpha_j E_m^{\text{ex}}}{8 \epsilon_0 l^3} \left[\frac{l}{y} \gamma_1 \text{Cos} \left[\frac{j\pi x}{l} \right] + j\pi \frac{y}{l} \gamma_2 \text{Sin} \left[\frac{j\pi x}{l} \right] \right] \quad (46)$$

Para los primeros modos cercanos a la resonancia, es decir, para $\omega = \Omega_1, \Omega_3, \Omega_5$ y Ω_7 , se muestra el comportamiento de las relaciones (45) y (46) en la figura 3 y figura 4, respectivamente. Los parámetros del material de la NA utilizados en los cálculos fueron: metal seleccionado oro (Au) con una densidad de portadores $n_0 = 5 \times 10^{28} \text{m}^{-3}$ y $\tau = 3.2 \times 10^{-14} \text{s}$.

En la figura 4 se puede ver el comportamiento de la componente y de las amplitudes del campo dispersado por la NA. Los resultados obtenidos en estos perfiles de CEM dispersado concuerdan muy bien con resultados obtenidos mediante simulaciones 3D con la técnica del dominio del tiempo de diferencias finitas (FDTD), como lo muestran [26].

Como parte final del proceso, comparamos las magnitudes de las amplitudes de los campos dispersados en los primeros modos excitados, esto se muestra en la figura 5, vemos que el primer modo $j=1$, con una longitud de onda de resonancia $\Lambda_1 = 4339\text{nm}$ tiene el mayor valor de intensidad de las tres componentes del campo, para los siguientes modos $j=3,5,7$, la intensidad es menor en todos los casos, vemos que la frecuencia de resonancia se desplaza progresivamente desde el infrarrojo hasta llegar al visible sobre los 620nm en el modo $j=7$.

También, se muestra el resultado de este cálculo para la componente magnética la cual como las dos anteriores tiene simetría debido a las condiciones de frontera presentes en un sistema como el estudiado, pero esta intensidad es varias veces menor que la eléctrica tal y como se espera.

Los cálculos realizados son susceptibles de mejora en el momento de realizar las aproximaciones, es decir tomar más términos en las expansiones, pero como se mostró este método entrega muy buenos resultados.

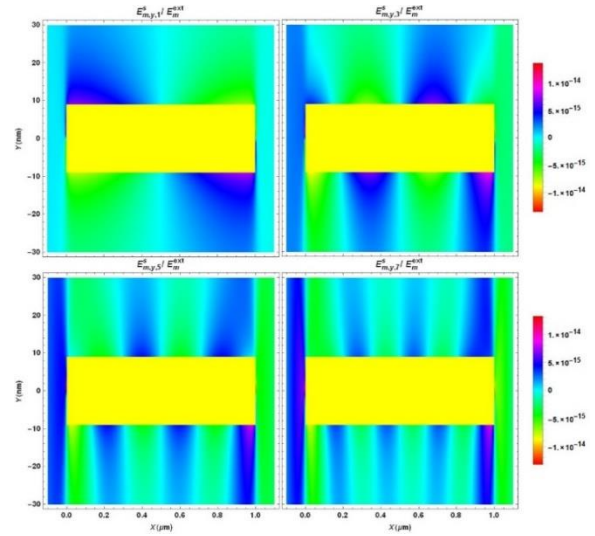


Fig. 4 Los CEM dispersos en y , normalizados al CEM incidente, en las proximidades de la NA de oro con longitud $l = 1\mu\text{m}$ y diámetro $R=10\text{nm}$ en las longitudes de onda de resonancia $\Lambda_1 = 4339\text{nm}$, $\Lambda_3 = 1440\text{nm}$, $\Lambda_5 = 860\text{nm}$, $\Lambda_7 = 620\text{nm}$. La NA está representada por el rectángulo amarillo.

REFERENCIAS

- [1] Berkovitch, N., Ginzburg, P., & Orenstein, M. (2012). Nano-plasmonic antennas in the near infrared regime. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 24(7), 073202.
- [2] Shabbazy, T. V., & Stockman, M. I. (Eds.). (2013). *Plasmonics: theory and applications*. Dordrecht: Springer Netherlands.
- [3] Bryche, J. F., Barbillon, G., Bartenlian, B., Dujardin, G., Boer-Duchemin, E., & Le Moal, E. (2018). k-space optical microscopy of nanoparticle arrays: Opportunities and artifacts. *Journal of Applied Physics*, 124(4), 043102.
- [4] Cárdenas, M., Castiblanco, R. E., Vargas, J. H., & Morales, J. (2010). Estudio de las funciones reflectancia y transmitancia de los plasmones de superficies en la configuración de kretschmann. *Momento*, (40), 30-55.
- [5] Herreño-Fierro, C. A., & Patiño, E. J. (2015). Maximization of surface-enhanced transversal magneto-optic Kerr effect in Au/Co/Au thin films. *physica status solidi (b)*, 252(2), 316-322.
- [6] Nguyen, B. H., & Nguyen, V. H. (2016). Advances in graphene-based optoelectronics, plasmonics and photonics. *Advances in Natural Sciences: Nanoscience and Nanotechnology*, 7(1), 013002.
- [7] Huang, X., & El-Sayed, M. A. (2011). Plasmonic photo-thermal therapy (PPTT). *Alexandria journal of medicine*, 47(1), 1-9.
- [8] Boltasseva, A., & Atwater, H. A. (2011). Low-loss plasmonic metamaterials. *Science*, 331(6015), 290-291.
- [9] Jorgenson, R. C., & Yee, S. S. (1993). A fiber-optic chemical sensor based on surface plasmon resonance. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 12(3), 213-220.
- [10] Linic, S., Aslam, U., Boerigter, C., & Morabito, M. (2015). Photochemical transformations on plasmonic metal nanoparticles. *Nature materials*, 14(6), 567-576.
- [11] Tame, M. S., McEnery, K. R., Özdemir, Ş. K., Lee, J., Maier, S. A., & Kim, M. S. (2013). Quantum plasmonics. *Nature Physics*, 9(6), 329-340.
- [12] Kawata, S., Inoué, Y., & Verma, P. (2009). Plasmonics for near-field nano-imaging and superlensing. *Nature photonics*, 3(7), 388-394.
- [13] Homola, J. (2003). Present and future of surface plasmon resonance biosensors. *Analytical and bioanalytical chemistry*, 377(3), 528-539.
- [14] Wu, J. L., Chen, F. C., Hsiao, Y. S., Chien, F. C., Chen, P., Kuo, C. H., Hsu, C. S. (2011). Surface plasmonic effects of metallic nanoparticles on the performance of polymer bulk heterojunction solar cells. *ACS nano*, 5(2), 959-967.
- [15] Kalousek, R., Dub, P., Břínek, L., & Šikola, T. (2012). Response of plasmonic resonant nanorods: an analytical approach to optical antennas. *Optics express*, 20(16), 17916-17927.
- [16] Mie, G. J. A. P. (1908). Articles on the optical characteristics of turbid tubes, especially colloidal metal solutions. *Ann. Phys*, 25(3), 377-445.
- [17] Rayleigh, L. (1918). XLI. The dispersal of light by a dielectric cylinder. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 36(215), 365-376.
- [18] Wait, J. R. (1955). Scattering of a plane wave from a circular dielectric cylinder at oblique incidence. *Canadian journal of physics*, 33(5), 189-195.
- [19] Asano, S., & Yamamoto, G. (1975). Light scattering by a spheroidal particle. *Applied optics*, 14(1), 29-49.
- [20] Gramotnev, D. K., & Bozhevolnyi, S. I. (2010). Plasmonics beyond the diffraction limit. *Nature photonics*, 4(2), 83-91.
- [21] Dorfmueller, J., Vogelgesang, R., Khunsin, W., Rockstuhl, C., Etrich, C., & Kern, K. (2010). Plasmonic nanowire antennas: experiment, simulation, and theory. *Nano letters*, 10(9), 3596-3603.
- [22] Landau, L. D. (Ed.). (2013). *The classical theory of fields (Vol. 2)*. Elsevier.
- [23] Novotny, L. (2007). Effective wavelength scaling for optical antennas. *Physical Review Letters*, 98(26), 266802.
- [24] Griffiths, D. J. (2005). *Introduction to electrodynamics*.
- [25] Wolfram, S. (1999). *The MATHEMATICA® book, version 4*. Cambridge university press.
- [26] Zhuang, C., Xu, Y., Xu, N., Wen, J., Chen, H., & Deng, S. (2018). Plasmonic Sensing Characteristics of Gold Nanorods with Large Aspect Ratios. *Sensors*, 18(10), 3458.

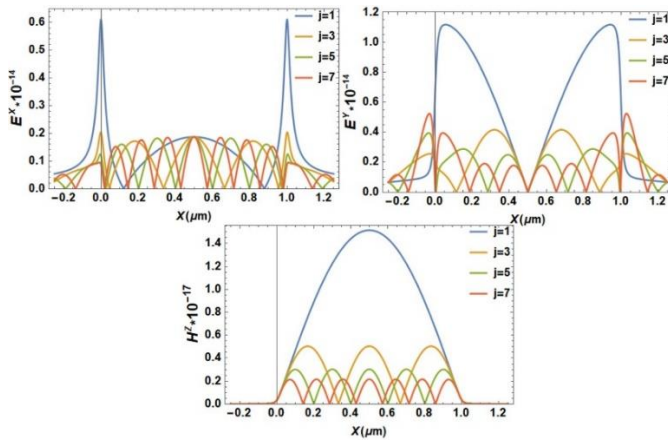


Fig. 5 Comparativo de las amplitud del CEM dispersado en x, y, z , normalizados al CEM incidente, en los modos excitados j_1, j_3, j_5 y j_7 a una distancia $y=15nm$ de la NA de oro con longitud $l = 1\mu m$ en las longitudes de onda de resonancia $\lambda_1 = 4339nm$, $\lambda_3 = 1440nm$, $\lambda_5 = 860nm$, $\lambda_7 = 620nm$.

V. CONCLUSIONES

Se desarrolló un método analítico para calcular el Campo Electromagnético (CEM) dispersado por una Nano-Antena (NA) metálica ultradelgada iluminada por un CEM externo de onda plana.

Las oscilaciones longitudinales del gas de electrones libres a lo largo de la NA con frecuencias de excitación que generan plasmones van desde el infrarrojo cercano al visible. Esto proporciona una expresión analítica para determinar las longitudes de onda resonantes de la NA que dependen del material información almacenada por la ω_p y la forma de la NA, es decir, su relación longitud-grosor, $(\frac{l}{R})$.

Creemos que el enfoque analítico aplicado en esta investigación proporciona una visión física más sencilla de los mecanismos de interacción de la luz con una nano-antena metálica. Es importante anotar que, los resultados obtenidos se pueden utilizar directamente en un estudio de propiedades plasmónicas de sistemas construidos por varias nano-antenas, ya que las propiedades ópticas de todo el sistema pueden expresarse utilizando la polarizabilidad de una sola.

Se demostró como decae la intensidad del CEM dispersado en función de los modos de excitación, pero también vemos que estas pueden ser funciones en el régimen del visible, propiedad buscada en estos dispositivos para aplicaciones energéticas, debemos ahora proponernos para futuros trabajos profundizar en el coeficiente de extinción de este sistema.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se realizó bajo el proyecto de investigación ING2019-1-001, financiado por la Fundación Universitaria Cafam y la Facultad de Ingeniería. Agradecemos a nuestros sponsors su apoyo y colaboración en el proceso de esta investigación.