

Desarrollando habilidades de visualización espacial a través de la realidad aumentada en el aprendizaje del cálculo en varias variables.

Herrera M., PhD, Guzmán J.I., PhD, and Rodríguez C., PhD

Laboratorio de Realidades Extendidas, Facultad de Ingeniería, Universidad del Desarrollo, Chile, mherrera@ingenieros.udd.cl, joseguzman@udd.cl, camilorodriguez@ingenieros.udd.cl

Abstract— La visualización espacial es una habilidad cognitiva fundamental en el aprendizaje de la matemática. En particular, es requerida para construir modelos mentales a partir de representaciones estáticas dadas mediante dibujos y/o descripciones orales en clases y/o través de los libros de textos. Esta habilidad se asume desarrollada en los estudiantes. Sin embargo, la práctica docente ha mostrado que con frecuencia los estudiantes de cálculo multivariable tienen dificultades en la comprensión de conceptos asociados con la visualización espacial. El desarrollo de esta habilidad es un proceso dinámico vinculado con la experiencia y la interacción con objetos reales y virtuales. La visualización espacial podría enriquecerse con experiencias basadas en la Realidad Aumentada (RA). En este estudio se construyó una app (Android) con el uso de RA para integrar dinámicamente textos, que contienen ejercicios resueltos y propuestos de cálculo en varias variables, con un entorno virtual diseñado para hacer “tangibles” diferentes conceptos matemáticos. La app y el texto fueron usados en el curso regular de cálculo multivariable que reciben los estudiantes de la facultad de ingeniería. El uso de la RA reveló un nuevo nivel de percepción visual. La interacción activa mediante RA con objetos 3D promovió la comprensión activa de conceptos espaciales lo que ayudó en la resolución de problemas y en la interiorización de conceptos abstractos del cálculo.

Keywords—Realidad Aumentada, Visualización 3D, Cálculo.

I. INTRODUCCIÓN.

La visualización espacial permite reconocer y comprender objetos en el mundo físico [1]. En ingeniería, las habilidades de visualización espacial son fundamentales y tienen muchas aplicaciones, por ejemplo, concebir y construir modelos espaciales, interpretar diagramas e identificar conflictos espaciales, describir e interpretar las propiedades geométricas con precisión, entre otras muchas aplicaciones.

Las habilidades visuales y espaciales comprenden cinco componentes básicos: percepción, visualización, rotaciones mentales, relaciones espaciales y orientación [2]. Según Park et al. [3], la percepción espacial se refiere a la magnitud observada y/o la proximidad de un objeto en relación con un individuo. La visualización espacial denota la capacidad de percibir y negociar mentalmente objetos o modelos. La rotación mental sugiere que una estructura perceptiva rotada de un objeto o modelo se habilita a través de la visualización cognitiva. Por su parte, la relación espacial es la proximidad de un objeto en referencia a un objeto asociado o relativo; y la orientación espacial sugiere cierta disposición de un objeto en el espacio material o simulado en relación con el individuo [4].

Estas habilidades, por lo general, se asumen desarrolladas en todos los estudiantes, sin embargo, este no es siempre el caso.

En la asignatura Cálculo Multivariable, frecuentemente los estudiantes tienen dificultades en la comprensión de conceptos matemáticos que se asocian con la visualización espacial. Samsudin K. et. al. en [5] plantea que la visualización espacial puede entrenarse a partir de actividades experimentales de forma interactiva y dinámica. Pero, la metodología tradicional basada en el análisis e interpretación de vistas gráficas ortogonales y estáticas dibujadas en una pizarra o papel no favorece la experiencia mencionada. Esto, debido fundamentalmente a la falta de interacción con los objetos e imágenes tridimensionales.

Chen Y, Chi H [6], destacan la necesidad de implementar procesos de enseñanza/aprendizaje para desarrollar la capacidad espacial, permitiendo que los estudiantes puedan transferir objetos tridimensionales a sus proyecciones bidimensionales con facilidad. Onyancha R. M. et. al. en [7], plantean la posibilidad de desarrollar las habilidades espaciales en la educación ingenieril mediante entrenamientos, asistidos por computador, que busquen observar, describir, construir e incluso desarmar objetos desde varios ángulos visuales y posiciones relativas. También destacan el rol de la actividad motora en la comprensión del concepto de espacio.

Kaufmann H. y Schmalstieg D. (2003) en [2], afirman que las capacidades visuales y espaciales pueden mejorarse mediante el uso de tecnologías tales como la realidad virtual y aumentada. Sin embargo, es una opinión general de que aún queda mucho por hacer para lograr un desarrollo sistemático de la realidad virtual y aumentada con fines educativos [8, 9].

La realidad aumentada (RA) ofrece varios beneficios al proceso de enseñanza/aprendizaje, en las asignaturas de matemática, fundamentalmente en el cálculo multivariable que trata frecuentemente con objetos multidimensionales. Siguiendo esta línea, en este estudio se usó la RA para hacer que el contenido matemático sea “tangible”. En efecto, la RA logra superponer objetos virtuales 3D en entornos del mundo real [4]. Con su uso, los estudiantes pueden, experimentar al combinar ambos entornos – real y virtual – lográndose una interacción con el objeto matemático de manera más natural. Al mismo tiempo, que se proporciona un marco de referencia para las acciones del estudiante ligado a un entorno virtual especialmente prediseñado para enseñar.

En este estudio, el “entorno físico real” es el texto físico (apuntes con ejercicios resueltos y propuestos), con explicaciones de los conceptos y fórmulas que adquieren “vida” a partir del uso de la RA. Este espacio virtual superpuesto sobre el texto, permite la exploración de figuras tridimensionales,

enriqueciendo la experiencia y la interactividad, junto a la entrega de información/explicaciones adicionales a las halladas en el texto estático.

II. DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO.

A. Etapas del estudio.

Se revisaron las distintas unidades de aprendizaje del curso de Cálculo Multivariable identificando los contenidos y competencias que pudieran ser vinculadas al uso de habilidades espaciales y que podían ser desarrolladas con el uso de la RA. Las unidades así organizadas son las siguientes:

- Superficies Cuádricas.
- Derivadas parciales.
- Integrales Múltiples.
- Integrales de Línea.
- Teorema de Green.
- Integral de Superficie.
- Teorema de Stokes.

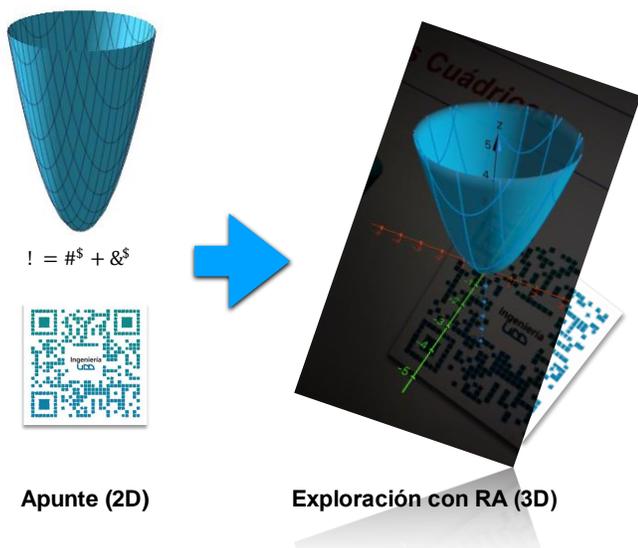


Fig. 1 Ejemplo del uso de códigos QR en los apuntes para la exploración con RA de superficies cuádricas.

Una vez definidas estas unidades e identificados los conceptos a visualizar en cada una de ellas, se construyeron figuras y objetos geométricos empleando los softwares Matlab y Maple. Las figuras construidas se transformaron a formato “dxf”. Este último formato es el “input” para su posterior transformación a RA, utilizando el SDK de Vuforia como plugin dentro del software Unity 3D.

Para este desarrollo, se llevaron a cabo las siguientes tareas:

- Importación de los modelos tridimensionales obtenidos en Matlab al programa 3D Studio Max, en el cual se cambiaron materiales y modificaron los modelos para la visualización.
- Aplicación de las técnicas de sombreado (*shader*) por ambas caras para la correcta observación de las superficies.
- Elaboración de las imágenes para ser utilizadas como marcadores de referencia para la asociación con superficies geométricas.
- Creación e incorporación de la base de datos de marcadores (en el sitio de developer.vuforia.com) e incorporación y tratamiento en el entorno de Unity 3D.
- Programación de las funcionalidades para la transformación espacial de las figuras (traslación, rotación y escalado). Esta implementación permite la interacción con la figura tridimensional a partir del contacto de los dedos con la pantalla del dispositivo móvil.
- Creación de los sistemas de coordenadas usando 3D Studio Max.
- Diseño y construcción de jerarquías en Unity3D para la correcta manipulación de las figuras.
- La programación de funcionalidades para la aparición de textos relacionados a la geometría, cuando se deja de “apuntar” al marcador.
- Desarrollo de funciones e inclusión de elementos de interfaz gráfica, para la toma de fotografías relacionadas con la experiencia aumentada.

Se comenzó adicionalmente, el desarrollo de una plataforma en la WEB para la incorporación de nuevos modelos tridimensionales y de esta manera permitir la actualización en el dispositivo móvil cuando el profesor lo necesite. De esta forma se permite la actualización de los contenidos de manera remota sin modificar la aplicación implementada.

III. RESULTADOS

Se creó una base de datos con 30 figuras geométricas. Se construyeron códigos QR para incorporar a los apuntes y a partir de los cuales se “acoplaron” las figuras (ver figura 1). Los códigos QR fueron generados desde el sitio <https://www.qrcode-monkey.com> utilizando distintos diseños e información variada.

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).
ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).

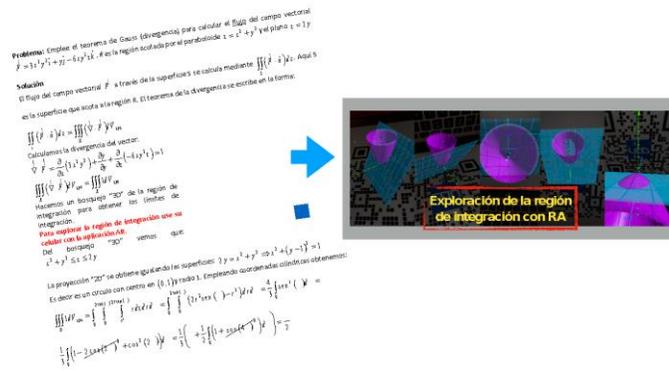


Fig. 2 Ejemplo del uso de la app en la resolución de ejercicios de cálculo multivariable.

Usando Unity 3D se construyó una aplicación móvil para Android con los modelos tridimensionales incluidos y representados a partir de la RA [10]. Paralelamente, se escribieron los apuntes adjuntando los códigos QR y las figuras [11]. Los apuntes incluyen más de 100 ejercicios resueltos y propuestos en los temas anteriormente mencionados para la práctica de los estudiantes.

Para la difusión del recurso elaborado se creó un video con instrucciones para el uso de la app [12]. Se realizaron talleres, durante las clases de Cálculo Multivariable con el uso de los apuntes y el app para evaluar el efecto del recurso durante la resolución de ejercicios. Un ejemplo del tipo de ejercicio y el uso del app se muestra en la figura 2.

Paralelamente a partir de una encuesta en línea se solicitó a un grupo de docentes del área de matemática evaluar el uso de la aplicación [13]. Un ejemplo del tipo de preguntas en esta encuesta se muestra en la figura 3.

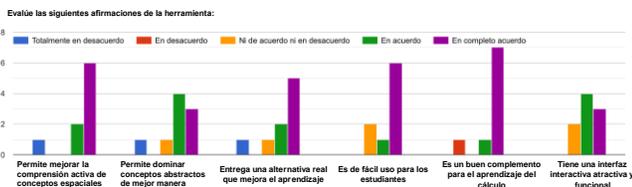


Fig. 3 Evaluación de los docentes respecto del uso de la herramienta en la resolución de ejercicios de cálculo multivariable.

IV. CONCLUSIONES

De acuerdo a investigaciones anteriores, las habilidades espaciales pueden ser sustancialmente desarrolladas, favoreciendo la interacción con objetos espaciales físicos y virtuales. El rendimiento en la asignatura de Cálculo Multivariable es particularmente sensible al desarrollo de esta habilidad, que históricamente se ha dado por lograda e incorporada entre las herramientas cognitivas del estudiante, pero que en la práctica está lejos de ser así.

Basados en estos antecedentes, este estudio se orientó a incorporar RA con el objetivo de enriquecer la experiencia de interacción activa con objetos matemáticos tridimensionales del cálculo multivariable. Entre los resultados obtenidos en este estudio tenemos:

1. Se identificaron conceptos y objetos matemáticos del cálculo en varias variables que requieren del desarrollo de las habilidades de visualización espacial para su correcta comprensión y que podían enriquecerse con el uso de RA.
2. Se construyó un texto/apuntes con explicaciones de los conceptos y fórmulas que adquirieron “vida tridimensional” a partir del uso de la RA.
3. Se creó una aplicación prototipo para Android y se implementó un funcionamiento lógico que permite visualizar objetos matemáticos al tener un marcador (código QR) enfocado. Cuando el foco se retira del marcador, la app muestra información con las propiedades y otros detalles de la figura.
4. Se incorporó de manera armónica el uso del app con RA en la dinámica de resolución de ejercicios de la asignatura generando un entorno virtual controlado y diseñado para enseñar conceptos básicos, por ejemplo: localización y límites de la región de integración, intersecciones complejas entre varias superficies, cambio de orientación y diferentes perspectivas con ejes coordenados acoplados, etc.

El recurso diseñado y creado en este estudio está continuamente perfeccionándose. Como trabajo futuro se plantea desarrollar la aplicación en iOS (ahora solo está para Android), así como incorporar nuevos y más sofisticados elementos. Por ejemplo, parte de la “exploración matemática” propuesta con esta tecnología consistirá en cortar las denominadas superficies cuadráticas (representadas por ecuaciones de segundo grado en varias variables) de diferentes maneras empleando planos paralelos e indicando las curvas de nivel. Mostrando, además, el “armado” y “desarmado” de las superficies a partir de estos cortes sucesivos. En esta exploración se incluirán también, rotaciones y proyecciones ortogonales a planos coordenados, entre otras herramientas de exploración.

Por otro lado, ya estamos haciendo avances en incorporar facilidades de usuario para que el profesor pueda cambiar los modelos tridimensionales incorporados sin necesidad de alterar el código de la aplicación.

Actualmente se están diseñando experiencias para evaluar el impacto producido por el uso de los recursos creados en este estudio en el desarrollo de las habilidades de visualización espacial esenciales del cálculo en los alumnos del curso.

ACKNOWLEDGMENT

Este estudio fue apoyado por el proyecto del Centro del Desarrollo de Docencia (CDD) de la Universidad del Desarrollo.

REFERENCES

- [1] Salkind N J. (1976). A cross-dimensional study of spatial visualization in young children. *J. Genet. Psychol*; 129:339 – 40.
- [2] Kaufmann H, Schmalstieg D. (2003). Mathematics and geometry education with collaborative augmented reality. *Computers and Graphics*; 27: 339 – 45.
- [3] Park J, Carter G, Butler S, Slykhuis D, Reid-Griffin A. (2008). Re-dimensional thinking in earth science: From 3-d virtual reality panoramas to 2-d contour maps. *Journal of Interactive Learning Research*.
- [4] Thornton T, Ernst J V, Clark A C. (2012) Augmented Reality as a visual and spatial learning tool in technology education. *Technology and Engineering Teacher*.
- [5] Samsudin K, Rafi A, Hanif A S. (2011). Training in mental rotation and spatial visualization and its impact on orthographic drawing performance. *Educational Technology*.
- [6] Chen Y, Chi H. (2011). Use of tangible and augmented reality models in engineering graphics courses. *Journal of Professional Issues in Engineering Education and Practice*; 137:267–77.
- [7] Onyancha R M, Derov M, Kinsey B. (2009). Improvements in spatial ability as a result of targeted training and computer-aided design software use: Analyses of object geometries and rotation types. *J. Eng. Educ*.
- [8] Gutiérrez J M, Meneses Fernández M D. (2014). Applying Augmented Reality in engineering education to improve academic performance & student motivation. *International Journal of Engineering Education*.
- [9] Mejías Borrero A, Andújar Márquez J. M. (2012). A pilot study of the effectiveness of Augmented Reality to enhance the use of remote labs in electrical engineering education. *Journal of Science Education and Technology*.
- [10] La app puede descargarse usando el link:
www.shorturl.at/sDIQ2
- [11] Los apuntes con los códigos QR pueden ser descargados desde:
www.shorturl.at/FG126
- [12] Un video con el uso de la app puede ser visto en:
https://www.youtube.com/watch?v=kbC_zE7TX2I
- [13] La encuesta hecha a los docentes, puede encontrarse en el link:
<https://forms.gle/fUM1hwTCU3SV2yAP9>