

Nuevas Ecuaciones de Inyección de Energía para Facilitar las Tareas de Automatización

Juan Manuel Andrade Morales, MSc. Ingeniería de Sistemas¹

¹Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Colombia, juan.andrade@escuelaing.edu.co

Abstract— La investigación propone nuevas ecuaciones de inyección de energía de los sistemas de control de variables continuas cuando se usa una interfaz digital PWM de modulación de ancho de pulso agregada a un microprocesador, para facilitar las tareas de automatización. Estas nuevas ecuaciones deben ser conocidas por estudiantes e ingenieros debido a que existe una gran posibilidad de hacer aplicaciones de control automático rápidas, baratas y eficientes que deben estar al alcance de todos. Los libros actuales de control automático son un compendio de modelamiento matemático, ninguno muestra una integración entre modelamiento matemático, análisis físico, electrónica digital, electrónica analógica, electrónica de potencia y diseño de algoritmos en lenguaje de máquina. Esta investigación hace un esfuerzo por integrar los anteriores conocimientos y aporta la deducción de nuevas ecuaciones para poder hacer realidad las estrategias de control proporcional integral (PI) y proporcional integral derivativo (PID) en un microprocesador que posee una interfaz digital PWM.

Keywords— Microprocesadores, Interfaz Digital PWM, Control Automático, Control de variables continuas, Automatización.

I. INTRODUCCIÓN

Siempre que un ingeniero de automatización industrial diseña un algoritmo para controlar variables de máquinas, tiene que enfrentarse a un reto permanente: “¿Cómo dosificar la energía para inyectársela a la planta que se está controlando?”.

En la Fig. 1 se puede apreciar que al encender una máquina a plena energía, el comportamiento de la misma puede ser el de la curva 4. Por otro lado, si se desea que la curva 4 no sobrepase la recta 5 (valor deseado), se deben aplicar trozos parciales de energía y es posible que la curva 4 se transforme “mágicamente” en la curva 1.

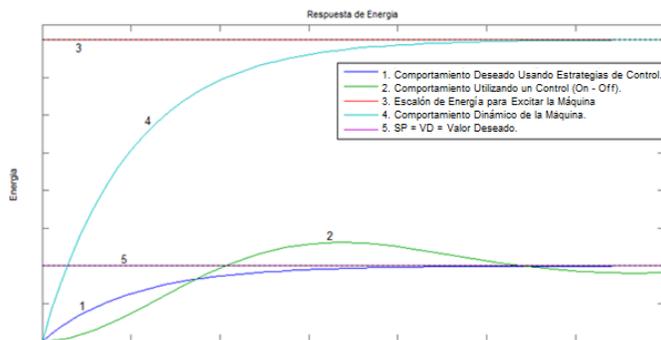


Fig. 1. Respuestas de los sistemas dinámicos a diferentes formas de inyección de energía.

Para hacer este “encantamiento”, se requiere de amplio conocimiento, gran experiencia y sobre todo, mucha ayuda. Una de las ayudas, entre otras, son los sistemas de dosificación de energía.

Hasta hace unos años, el sistema “campeón” se construía con base en amplificadores operacionales y amplificadores de potencia, sin embargo, con la aparición de los computadores digitales este campeón está pasando al olvido, y hoy, los nuevos protagonistas son: El convertor Digital-Analógico y el Modulador de ancho de pulso, con sus respectivas adaptaciones de potencia.

Es importante aclarar que para poder entender la magnitud de esta investigación se requiere que el lector domine la Electrónica de la interfaz digital PWM y sus adaptaciones con electrónica de potencia para cargas de alta potencia (Ver Fig. 1A, 1B, 1C y 1D).

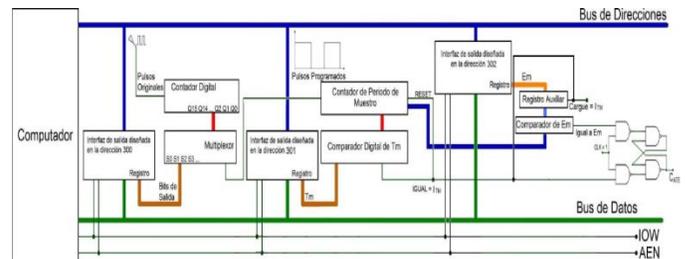


Fig. 1A. Interfaz Digital PWM

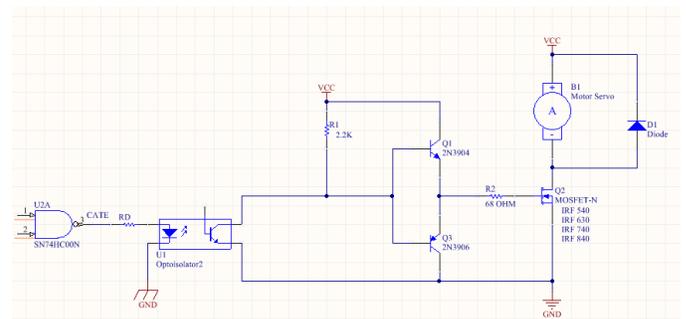


Fig. 1B. Uso de un MOSFET de potencia o un IGBT con cargas de alta potencia y de alta frecuencia desde una interfaz digital PWM.

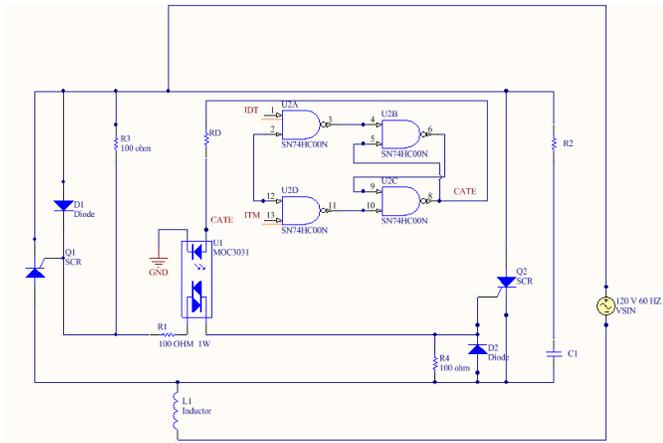


Fig. 1C. Utilización de 2 SCR's en anti paralelo para gobernar cargas de alta potencia desde una interfaz PWM Digital.

II. REPLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE INYECCIÓN DE ENERGÍA CUANDO SE USA UNA INTERFAZ DIGITAL PWM

El objetivo de esta nueva estrategia es el de integrar conceptos físicos y matemáticos a los nuevos avances en ingeniería electrónica, específicamente a las nuevas herramientas para dosificar energía en los microprocesadores.

Si se va a emplear el sistema de dosificación de energía de la interfaz digital PWM, las ecuaciones deben armonizarse para ser coherentes con esta interfaz.

Si recordamos los conceptos explicados de la interfaz digital PWM, al registro de periodo de muestreo debe llegar un número binario lo más cercano a FF si este registro es de 8 Bits, o lo más cercano a FFFF si este registro es de 16 Bits, y así sucesivamente. En consecuencia, esto permitirá tener aproximadamente 256 anchos de pulsos diferentes, en registros de 8 Bits y aproximadamente 65,536 anchos de pulso diferentes, en registros de 16 Bits (recordar conceptos del diseño digital del sistema PWM agregado a un microprocesador o a un DSC (Digital Signal Control)).

La expresión matemática que representa la energía a inyectar al sistema dinámico tiene que acomodarse para ser tratada en sistemas digitales y mediante algoritmos que manejen números fraccionarios.

Una expresión de energía a inyectar a un sistema dinámico, en el tiempo continuo, con la estrategia de control PID y cuya construcción real se lleva a cabo mediante amplificadores operacionales, del tipo,

$$E = K_c \left(e + T_D \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_I} \int edt \right) \quad (1)$$

No sirve para ser tratada mediante un microprocesador programado en lenguaje de máquina (que sería el algoritmo más rápido posible).

Donde:

E: Energía, (debe transformarse para poder ser aplicada desde un microprocesador digital en una expresión de tiempo discreto) tal como:

$$E = \left[e_i + T_D \left(\frac{e_i - e_{i-1}}{T_m} \right) + \frac{1}{T_I} \sum_{n=p}^{n=i} e_n T_m \right] K_c \quad (2)$$

Aquí se puede observar que se ha hecho un cambio sencillo: La derivada $\frac{de}{dt}$ se ha reemplazado por la definición original de derivada $\left(\frac{e_i - e_{i-1}}{T_m} \right)$ (derivada simplemente es la razón de cambio de una variable en un período de tiempo T_m).

Cuando se empiezan a trabajar estas ecuaciones con microprocesadores, las derivadas de las variables sólo se pueden calcular cuando se tiene acceso a dos valores consecutivos de la variable, en este caso $e_i - e_{i-1}$, y el intervalo de tiempo en que se toman estos dos valores no puede ser mayor al período de muestreo T_m (recordar el teorema del muestreo). En consecuencia, la derivada en tiempo continuo queda transformada en:

$$\left(\frac{e_i - e_{i-1}}{T_m} \right) \quad (3)$$

Ahora, se debe reemplazar la integral $\int edt$.

Recordemos que una integral es una sumatoria de áreas que tiene de largo e y de ancho dt, por lo tanto, puedo reemplazar la integral por:

$$\sum_{n=p}^{n=i} e_n T_m \quad (4)$$

Donde p puede ser igual a cero o desde otro valor que el diseñador considere pertinente.

T_c : Intervalo de tiempo que para el caso no puede ser mayor que el período de muestreo

T_m : Deducido del ancho de banda del comportamiento dinámico que exhibe la variable.

En consecuencia, la integral será reemplazada por $\sum_{n=p}^{n=i} e_n T_m$.

Ahora se debe pensar en que la expresión resultante:

$$E = \left[e_i + T_D \left(\frac{e_i - e_{i-1}}{T_m} \right) + \frac{1}{T_I} \sum_{n=p}^{n=i} e_n T_m \right] K_c \quad (5)$$

Está en las mismas unidades del error (si estoy controlando presión, estará en libras sobre pulgada cuadrada, si estoy controlando temperatura, estará en grados centígrados o en grados Kelvin, si estoy controlando humedad, estará en porcentaje de agua por centímetro cúbico de aire, si estoy

controlando velocidad de motores, estará en revoluciones por minuto, etc). Esta expresión en estas unidades, no sirve para ser usada con una interfaz digital PWM. Con esta interfaz, estamos obligados a llevar cualquier unidad, por más extraña que sea, a unidades de tiempo en segundos. Esto implica que a la expresión anterior se le debe encontrar un denominador formalmente deducido, que anule las unidades en que está escrita la expresión del numerador y además se necesita que la expresión resultante sea menor o igual a 1 (recordemos que en las interfaces digitales PWM el ancho del pulso sólo puede ser menor o igual al período de muestreo). Este es el reto.

Para solucionar este acertijo de manera formal para que los estudiantes sientan la belleza de la deducción y no sientan la frustración de que la solución salió de la manga de la camisa. Se seguirá el siguiente proceso:

A. Deducción

1. Si existe un denominador que vuelva la expresión menor o igual a 1, ¿qué significado a nivel físico tendría esto?
2. ¿Cómo se deduce?
3. Como el período de muestreo es el máximo ancho de pulso (Tiempo Útil= Duty Time= DT_i), ¿Cómo hago coherente la expresión deducida en los puntos 1 y 2 con éste concepto?

Todos los sistemas dinámicos controlados inexorablemente, con las primeras inyecciones de energía, siguen la misma trayectoria del sistema dinámico no controlado. Si se observa detenidamente la Fig. 2 ella sugiere que existe un instante en que el sistema controlado se separa del sistema no controlado. ¿Por qué se separa?

Pues porque se ha empezado a dosificar la inyección de energía. Entonces ¿En qué momento empiezo a dosificar la energía?

Esta respuesta ya no es fácil, se necesita recurrir a todo el modelamiento matemático de los sistemas físicos:

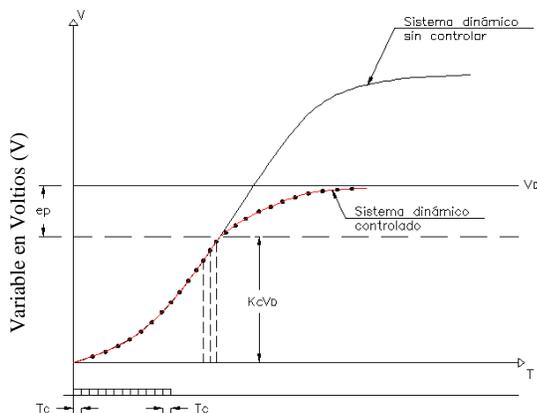


Fig. 2. Separación del comportamiento del sistema dinámico controlado del sistema dinámico no controlado. Tiempo en segundos (T).

Empecemos por recordar los amplificadores operacionales y sus aplicaciones al control automático de variables continuas. (Ver Fig. 3)

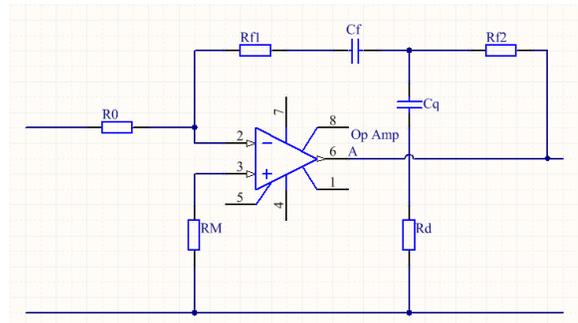


Fig. 3. Control PID Analógico.

En este tipo de control, la salida es un voltaje que debe ser adaptado a nivel de electrónica de potencia para actuar sobre la máquina a controlar. Las constantes K_c , T_I y T_D son introducidas al circuito jugando con los valores de las resistencias y los condensadores del lazo de realimentación y con la ganancia de voltaje del circuito.

Pensemos por un instante ¿cuál será la primera orden de inyección de energía que este sistema entrega a la planta?

Pues esta respuesta es fácil si pensamos que en este primer instante, el tiempo es igual a cero ($t=0$). Por lo tanto, la expresión que corre un circuito de control con base en amplificadores operacionales para $t=0$ será:

$$E = K_c \left(e + T_D \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_I} \int edt \right) \quad (6)$$

El error (e) será el valor deseado (V_D), porque todavía no se ha inyectado energía, hasta ahora va a aparecer la primera orden.

La derivada $\frac{de}{dt}$ es igual a cero ($\frac{de}{dt} = 0$) porque todavía no hay diferencia entre el error anterior y el error actual.

La integral $\frac{1}{T_I} \int edt$ es $\left(\frac{V_D * dt}{T_I} \right)$ que si se lleva al mundo digital sería $\left(\frac{V_D * T_m}{T_I} \right)$

Por consiguiente, la energía a inyectar en el instante inicial será:

$$\left[V_D + \left(\frac{V_D * T_m}{T_I} \right) \right] K_c \quad (7)$$

Esto significa que un sistema de control PID con base en amplificadores operacionales intentará llevar la planta hasta el valor (7), que representa la máxima inyección de energía a la planta. A partir de ahí el sistema de control entregará menores dosis de energía y el sistema de control empezará a dosificar la inyección de energía.

Si se llevan los anteriores conceptos al mundo digital creado por los microprocesadores y las interfaces digitales PWM, significa que a partir del anterior valor, los trozos de energía a inyectar son de un ancho de pulso menor que T_m y antes de llegar al anterior valor, los trozos de energía serán iguales al período de muestreo T_m .

Si se observa la Fig. 2 existe una zona entre el valor deseado V_D y el valor $\left[V_D + \left(\frac{V_D * T_m}{T_I}\right)\right] K_c$ en donde se hace la dosificación de energía. En esta zona el error es menor que:

$$V_D - \left[V_D + \left(\frac{V_D * T_m}{T_I}\right)\right] K_c \quad (8)$$

Por consiguiente, los algoritmos de control deberán preguntar permanentemente si el error es menor que la anterior expresión. Si la respuesta a la anterior pregunta es que el error es mayor que la anterior expresión, se deben entregar trozos de energía completos con ancho de pulso iguales a T_m . Si el error (valor deseado – valor medido) es menor que la anterior expresión, se debe calcular la expresión para control PID:

$$DT_i = \left[\frac{e_i + T_D \left(\frac{e_i - e_{i-1}}{T_m} \right) + \frac{1}{T_I} \sum_{n=1}^i e_n T_m}{V_D - \left[V_D + \left(\frac{V_D * T_m}{T_I} \right) \right] K_c} \right] T_m \quad (9)$$

Y para control PI la siguiente expresión:

$$DT_i = \left[\frac{e_i + \frac{1}{T_I} \sum_{n=1}^i e_n T_m}{V_D - \left[V_D + \left(\frac{V_D * T_m}{T_I} \right) \right] K_c} \right] T_m \quad (10)$$

Los microprocesadores que se deben escoger para hacer estas operaciones, implican algunas particularidades que se deben tener en cuenta con detenimiento:

1. Deben ser capaces de hacer multiplicaciones y acumular las respuestas parciales para poder hacer las sumatorias. Instrucción de multiplicación con acumulación.
2. El microprocesador debe ser capaz de hacer divisiones.
3. El microprocesador debe tener instrucciones con números fraccionarios o el ingeniero debe tener muy claro cómo se representan números fraccionarios en números binarios si va a usar lenguaje de máquina.

Para facilitar los cálculos el denominador de la anterior expresión se puede simplificar, factorizando V_D , el denominador quedaría:

$$V_D \left[1 - K_c \left(1 + \frac{T_m}{T_I} \right) \right] \quad (11)$$

Donde, para una estrategia de control Proporcional Integral (PI) sobre una planta de primer orden:

$$K_c = \frac{2\zeta\omega_n\tau-1}{K} \quad (12)$$

$$T_I = \frac{2\zeta\omega_n\tau-1}{\omega_n^2\tau} \quad (13)$$

Y además, para una estrategia de control Proporcional Integral Derivativa (PID) sobre una planta de segundo orden:

$$K_c = \frac{\omega^2(1+2\alpha\zeta)T_1T_2-1}{K_p} \quad (14)$$

$$T_I = \frac{\omega^2T_1T_2(1+2\alpha\zeta)-1}{\alpha\omega^3T_1T_2} \quad (15)$$

$$T_D = \frac{T_1T_2\omega(2\zeta+\alpha)-(T_1+T_2)}{\omega^2T_1T_2(1+2\alpha\zeta)-1} \quad (16)$$

Ahora, si el cociente $\frac{T_m}{T_I}$ es mucho menor que 1 (el ingeniero deberá pre-calcular este cociente) el denominador todavía se puede simplificar más, quedaría:

$$V_D [1 - K_c] \quad (17)$$

A este denominador, simplificado o no, de aquí en adelante lo llamaremos “Coeficiente Andrade” (CA) que reemplaza a la constante empírica e_p que indicaba colocar en el denominador el 10% del valor deseado sin dar ninguna explicación. Se sugiere a los profesores, salvo que sea estrictamente necesario, evitar el uso de constantes empíricas no deducidas. Cuando las constantes provienen de una deducción, a los estudiantes les queda una sensación de orgullo intelectual de saber “de dónde salen las cosas” y los prepara para enfrentar otros retos con la confianza de encontrar nuevas y originales soluciones.

Por lo tanto las expresiones para inyección de energía usando una interfaz digital PWM agregada a un microprocesador quedarán:

Para control PID

$$DT_i = \left[\frac{e_i + T_D \left(\frac{e_i - e_{i-1}}{T_m} \right) + \frac{1}{T_I} \sum_{n=1}^i e_n T_m}{CA} \right] T_m \quad (18)$$

Para control PI

$$DT_i = \left[\frac{e_i + \frac{1}{T_I} \sum_{n=1}^i e_n T_m}{CA} \right] T_m \quad (19)$$

Digital Object Identifier: (to be inserted by LACCEI).
ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito por el apoyo a esta investigación.

REFERENCES

- [1] Fröhr , F. y Orthenburger, F. (1986). Introducción al control electrónico. Siemens y Marcombo. Pg 171.
- [2] Grupo de Desarrollo ARIAN S.A. (). Control PID, una revelación tutorial de los enigmas. ARIAN. Nota técnica 10.
- [3] Hart, D.W. (2001). Electrónica de Potencia. Pearson Educación S.A. Madrid. Pg 415
- [4] Hayes, J.(1997). Computer Architecture and Organization. McGraw Hill.
- [5] Hill and Peterson.(1987) Digital Systems: Hardware Organization and Design. Prentice Hall. Third Edition.
- [6] Jacob, J.M. (1989). Industrial Control Electronics: Applications and Design. Prentice Hall. United States.
- [7] Leigh, J.R. (1985) Applied digital control: Theory, Design and Implementation. Prentice Hall.
- [8] MICROCHIP. (2013). DSPIC30F4012. Microchip Technology Inc
- [9] Morris, M. (2003). Diseño Digital. Tercera Edición. Pearson Educación. México
- [10] Morris, M. (2004). Digital Logic and Computer Design. Prentice Hall
- [11] MOTOROLA. (1995). Thyristor. Device Data: TRIACs & SCRs.
- [12] Tan, K.K., Q. Wang y C.C. Hang. (1999). Advances in PID Control. Springer-Verlag London.