

Ventanas de lanzamiento óptimas para el envío de una sonda hacia Marte

M. D. J. Ibarra, Estudiante universitario¹, E. A. Gil, Estudiante universitario², H. A. Álvarez, Estudiante Universitario³, y D. A. Moreno, Estudiante Universitario⁴

^{1,2,3,4} Fundación Universitaria Los Libertadores, Colombia, mdibarrag@libertadores.edu.co, eagil@libertadores.edu.co, haalvarezp@libertadores.edu.co, damorenof02@libertadores.edu.co

Resumen– El cálculo de trayectorias interplanetarias es tema activo de investigación en mecánica orbital. Este trabajo implementa algoritmos computacionales para encontrar los elementos orbitales del envío de una sonda desde la Tierra hacia el planeta Marte, fijando la fecha de llegada a la esfera de influencia marciana y haciendo un barrido a intervalos de 5 días durante un periodo aproximado de un año para el tiempo de salida. Específicamente, se obtienen gráficas para el exceso de velocidad hiperbólica de la sonda en función de la fecha de salida y a partir de ellas se encuentra la ventana de lanzamiento óptima de la misión. Se muestran también los elementos orbitales y la gráfica de la trayectoria. Los resultados se corroboran con los parámetros orbitales de las misiones Mars Global Surveyor y Mars Pathfinder efectuadas por la NASA en la década de los 90. Finalmente, para una futura misión hipotética a Marte con llegada el 06 de junio de 2019, se halla que la fecha óptima para el envío de la sonda se encuentra alrededor del 20 de junio de 2018.

Palabras Claves- Trayectorias interplanetarias, Sonda, Misión interplanetaria, Elementos orbitales, Exceso de velocidad hiperbólica.

I. INTRODUCCIÓN

El lanzamiento de una sonda de investigación planetaria implica una serie de análisis que incluyen telemetría, sistemas de posicionamiento, ventanas de lanzamiento adecuadas, entre otros [1]. Una de las variables críticas para lograr poner en órbita una sonda alrededor de un planeta del sistema solar es encontrar una correcta trayectoria de lanzamiento, las cuales a menudo implican el uso transferencia de Hohmann [2, 3, 4]. Sin embargo, en ocasiones no se desea hacer uso de estas trayectorias por diversos motivos, entre ellos el querer considerar la inclinación de los objetos respecto al plano de la eclíptica, así como también el tener una fecha final específica de arribo para la misión. En este sentido, el uso de trayectorias no-Hohmann también ha sido extensamente utilizado [5].

Este trabajo concierne a la implementación de rutinas computacionales para encontrar los elementos orbitales de una sonda enviada al planeta Marte. Específicamente, el interés de encontrar estos parámetros será el obtener a partir de ellos la ventana de observación óptima para el lanzamiento de las misiones Mars Global Surveyor [6] y Mars Pathfinder [7], y una futura misión hipotética que denominamos *Misión Futura*. La fecha de lanzamiento adecuada se hallará asumiendo el valor mínimo del exceso de velocidad hiperbólica para las diferentes fechas de lanzamiento consideradas.

Desde el punto de vista académico-investigativo, el cálculo de estos elementos orbitales es altamente relevante

puesto que se trata de un tema permanente de investigación dado el constante envío de sondas para la exploración planetaria, entre ellas las desarrolladas por las agencias internacionales NASA (National Aeronautics and Space Administration), ESA (European Space Agency), State Space Corporation ROSCOSMOS, y JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency). Los resultados de trabajos de estas características son de constante consulta por los investigadores en los campos de la astronáutica para el desarrollo de futuras misiones.

Desde el punto de vista de la investigación formativa, y en calidad de estudiantes de Ingeniería Aeronáutica, este trabajo adquiere importancia al permitir una primera aproximación a la implementación de herramientas computacionales para el estudio de la mecánica orbital asociada al envío de una sonda, herramientas que fortalecerán habilidades en nuestro futuro quehacer profesional e investigativo.

Este artículo está estructurado de la siguiente manera: la Sección I contiene la Introducción; la Sección II trata sobre las efemérides planetarias y las ecuaciones relevantes para el trabajo, otras expresiones matemáticas utilizadas ya están incorporadas dentro del código computacional. La Sección III describe en forma concisa la implementación del código computacional. En la sección IV se abordan las misiones de interés con sus elementos orbitales. A continuación, la Sección V muestra los resultados y sus análisis, mientras que en la Sección VI se dan a conocer las conclusiones de esta investigación. Finalmente, se indican los agradecimientos y las referencias bibliográficas.

II. EFEMÉRIDES PLANETARIAS

A. Elementos orbitales

Con el fin de diseñar misiones interplanetarias realistas, se hace necesario describir los vectores de posición y velocidad de los cuerpos involucrados como función del tiempo. En este sentido, la posición orbital \mathbf{R} y la velocidad \mathbf{V} de un planeta o sonda, son definidas respecto a un marco de referencia eclíptico y heliocéntrico, como se indica en la Fig. 1.

La Tabla I contiene los elementos orbitales mostrados en la Fig. 1. Para los planetas Tierra y Marte, estos parámetros son consultados de la Tabla 8.1 en [8], mientras que para la sonda, serán datos de salida del código computacional.

B. Tiempo Sideral

El día Juliano JD está dado por la siguiente expresión:

$$JD = J_0 + \frac{UT}{24}, \quad (1)$$

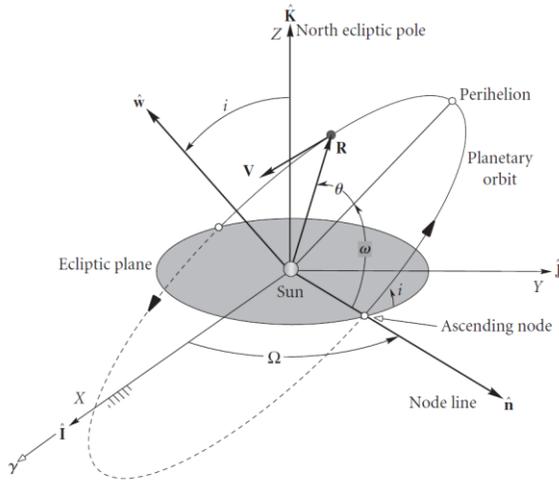


Fig. 1 Elementos orbitales en el marco eclíptico y heliocéntrico. Tomado de [8].

TABLA I
ELEMENTOS ORBITALES DE LA FIG. 1.

Elemento	Descripción (unidad de medida)
h	Momento angular (km^2/s)
e	Excentricidad (adimensional)
Ω	Ascensión recta del nodo ascendente ($^\circ$)
i	Inclinación respecto al plano de la eclíptica ($^\circ$)
ω	Argumento del perihelio ($^\circ$)
θ	Anomalía verdadera ($^\circ$)
a	Semieje mayor (km)
T	Periodo (d)

donde J_0 es el número del día Juliano a las 0 hr del Tiempo Universal UT. J_0 es obtenido de la fecha ordinaria año (a), mes (m), día (d), a través de la expresión [8]:

$$J_0 = 367y - INT \left\{ \frac{7[y + INT(\frac{m+9}{12})]}{4} \right\} + INT \left(\frac{275m}{9} \right) + d + 1721013.5 \quad (2)$$

donde y , m y d , son enteros en los rangos: $1901 \leq y \leq 2099$, $1 \leq m \leq 12$, $1 \leq d \leq 31$. $INT(x)$ es la función parte entera sin redondear del número real x .

C. Exceso de velocidad hiperbólica

El exceso de velocidad hiperbólica v_∞ da cuenta del exceso de energía cinética que es requerida para que un objeto escape de un centro de atracción gravitacional. También puede considerarse como la rapidez con la cual un cuerpo en trayectoria hiperbólica llega al infinito. Este parámetro es el más relevante de nuestro estudio puesto que todo lanzamiento interplanetario busca minimizar su valor con el fin de reducir

costos energéticos de la misión. Su expresión para la sonda en su salida y llegada está dada por:

$$v_\infty^{salida} \equiv v_\infty^i = |\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_1| \quad (3)$$

$$v_\infty^{llegada} \equiv v_\infty^f = |\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_2| \quad (4)$$

donde \mathbf{V}_i y \mathbf{V}_f son los vectores velocidad de la sonda a la salida y llegada, respectivamente. \mathbf{V}_1 y \mathbf{V}_2 son las velocidades de los planetas 1 y 2 a la salida y llegada, respectivamente.

III. IMPLEMENTACIÓN DEL CÓDIGO COMPUTACIONAL Y PASOS METODOLÓGICOS PARA EL ANÁLISIS DE CADA MISIÓN

Los algoritmos computacionales implementados se encuentran en [8]. En todo lo que sigue, los subíndices 1 y 2 hacen referencia a los planetas Tierra y Marte, respectivamente. A continuación se detalla la función específica de cada uno de estos algoritmos en el cálculo de los elementos orbitales.

A. Algoritmo 1.

Determina los vectores de estado $\mathbf{R}_1, \mathbf{V}_1$ a la salida de la sonda y los vectores de estado $\mathbf{R}_2, \mathbf{V}_2$ en el arribo de la misma. Este algoritmo hace uso de (1) y (2) para encontrar el número correspondiente a JD y así, permite hallar los vectores en mención en la fecha indicada por el usuario.

B. Algoritmo 2.

Haciendo uso del Algoritmo 1, encuentra las velocidades \mathbf{V}_i y \mathbf{V}_f , que como se indicó, hacen referencia a las velocidades de salida y llegada de la sonda, entre las esferas de influencia de los planetas.

C. Algoritmo 3.

Utilizando los resultados de los Algoritmos 1 y 2, y dada la fecha de salida y llegada de la sonda, determina todos los elementos orbitales de la trayectoria listados en la Tabla I. Adicionalmente, calcula el exceso de velocidad hiperbólica v_∞ de la sonda en su salida y llegada usando (3) y (4).

Cada uno de estos algoritmos se encuentran implementados en códigos computacionales en el software Matlab [9] y se denotan en este trabajo como *Códigos 1, 2 y 3*, en correspondencia con la numeración de los algoritmos.

El procedimiento a seguir para el análisis de cada una las tres misiones es el siguiente:

- 1) Se fija la fecha de llegada de la sonda.
- 2) Adicionalmente, como datos de entrada, se ingresa la fecha de salida de la sonda, tomando intervalos de lanzamiento de cinco días durante aproximadamente un año. En la Sección V se indican de forma específica las fechas de lanzamiento.

- 3) De los resultados arrojados por el Código 3, se extrae el elemento orbital *exceso de velocidad hiperbólica* v_{∞} para cada lanzamiento.
- 4) Se obtiene una gráfica de v_{∞} en la esfera de influencia del planeta Tierra en función de la fecha de lanzamiento.
- 5) A partir de la gráfica v_{∞} vs. fecha de lanzamiento, se encuentra el tiempo óptimo de salida.
- 6) Con los elementos orbitales de la Tierra y Marte, así como los encontrados para sonda en la fecha óptima de salida, se obtiene la gráfica de la trayectoria de la misión.

IV. MISIONES OBJETO DE ESTUDIO

A continuación se listan las misiones objeto de estudio, dos de ellas ya efectuadas y de las cuales se conocen sus elementos orbitales.

1) *Misión Mars Global Surveyor*

Misión de no amortizaje, su contribución en la exploración del planeta rojo fue de suma importancia [6].

Fecha de lanzamiento: 7 de noviembre de 1996.

Fecha de arribo: 12 de septiembre de 1997.

2) *Misión Mars Pathfinder.*

Se trató de la primera de una serie de misiones a Marte que incluyeron vehículos robóticos de exploración [7].

Fecha de lanzamiento: 4 de diciembre de 1996.

Fecha de arribo: 4 de julio de 1997.

3) *Misión Futura*

Como ejercicio predictivo, en este trabajo se plantea el lanzamiento de una sonda con fecha específica de arribo. El código computacional permitirá hallar su fecha óptima de salida.

Fecha de lanzamiento: a determinar

Fecha de arribo: 6 de junio de 2019.

V. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Se muestran los resultados para cada una de las misiones objeto de estudio.

A. *Misión Mars Global Surveyor.*

La Tabla II muestra el cálculo de v_{∞} tomando como fecha de llegada el dato listado en la sección anterior y haciendo un barrido hipotético de lanzamiento a intervalos de 5 días desde el 07 de mayo de 1996 hasta el 07 de mayo de 1997. Los lanzamientos se listan ordenadamente en la segunda columna de la tabla.

A partir de esta tabla se encuentra la gráfica que se muestra en la Fig. 2 para el exceso de v_{∞} de la sonda a la salida del planeta Tierra en función de fecha de salida.

Se observa claramente en la Fig. 2 que el mínimo v_{∞} ocurre en el lanzamiento N° 40, esto es, el 18 de noviembre de 1996.

Adicionalmente, los datos permiten inferir una ventana óptima entre los lanzamientos N° 37 y 42, correspondientes al periodo comprendido entre el 03 y el 28 de noviembre de 1996, puesto que se observa que el parámetro v_{∞} adquiere su mínimo en este intervalo y su valor no difiere significativamente en el mismo.

Si se tiene en cuenta que esta misión fue lanzada el 07 de noviembre de 1996, fecha perteneciente al intervalo óptimo encontrado, entonces la implementación de los códigos computacionales permite calcular de forma adecuada la fecha óptima de lanzamiento.

TABLA II
EXCESO DE VELOCIDAD HIPERBÓLICA A LA SALIDA, PARA CADA FECHA HIPOTÉTICA DE LANZAMIENTO DE LA MISIÓN MARS GLOBAL SURVEYOR

Fecha (d/m/a)	N° de Lanzamiento	Exceso de velocidad hiperbólica (km/s)
7/05/96	1	37.0432
12/05/96	2	37.9113
17/05/96	3	38.7778
22/05/96	4	39.6421
27/05/96	5	40.5034
1/06/96	6	41.3611
6/06/96	7	42.2145
11/06/96	8	43.0627
16/06/96	9	42.6938
21/06/96	10	37.5009
26/06/96	11	32.4521
1/07/96	12	27.9668
6/07/96	13	24.1937
11/07/96	14	21.0979
16/07/96	15	18.5727
21/07/96	16	16.5032
26/07/96	17	14.7905
31/07/96	18	13.3562
5/08/96	19	12.1398
10/08/96	20	11.0956
15/08/96	21	10.1885
20/08/96	22	9.39192
25/08/96	23	8.68515
30/08/96	24	8.05213
4/09/96	25	7.48021
9/09/96	26	6.95943
14/09/96	27	6.48187
19/09/96	28	6.04128
24/09/96	29	5.63277
29/09/96	30	5.25258
4/10/96	31	4.89803
9/10/96	32	4.56741
14/10/96	33	4.26003
19/10/96	34	3.97632
24/10/96	35	3.71797
29/10/96	36	3.48826
3/11/96	37	3.29239
8/11/96	38	3.13805

13/11/96	39	3.03618
18/11/96	40	3.00259
23/11/96	41	3.06231
28/11/96	42	3.26358
3/12/96	43	3.73104
8/12/96	44	4.93354
13/12/96	45	10.3801
18/12/96	46	16.6266
23/12/96	47	5.98292
28/12/96	48	4.79706
2/01/97	49	4.69743
7/01/97	50	4.90427
12/01/97	51	5.24088
17/01/97	52	5.65074
22/01/97	53	6.11165
27/01/97	54	6.61364
1/02/97	55	7.15184
6/02/97	56	7.72386
11/02/97	57	8.32857
16/02/97	58	8.96557
21/02/97	59	9.63492
26/02/97	60	10.337
3/03/97	61	11.0723
8/03/97	62	11.8416
13/03/97	63	12.6458
18/03/97	64	13.4857
23/03/97	65	14.3626
28/03/97	66	15.2776
2/04/97	67	16.2321
7/04/97	68	17.2276
12/04/97	69	18.2661
17/04/97	70	19.3495
22/04/97	71	20.4803
27/04/97	72	21.6614
2/05/97	73	22.8962
7/05/97	74	24.1889

Tabla III
ELEMENTOS ORBITALES PARA TRAYECTORIA DE LA MISIÓN MARS
GLOBAL SURVEYOR

Elemento	Valor numérico
h	4.84554e+09 km ² /s
e	0.205785
Ω	44.8942°
i	1.6621°
ω	19.9738°
θ	340.039°
a	1.84742e+08 km
T	501.252 d

Con los anteriores parámetros, y teniendo en cuenta los elementos orbitales de la Tierra y Marte, se obtiene la Fig. 3, la cual muestra la trayectoria de transferencia de la misión.

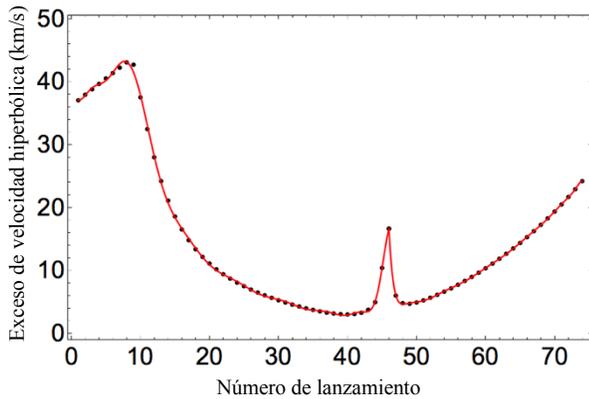


Fig. 2 Exceso de velocidad hiperbólica como función del número asociado a la fecha de lanzamiento para la misión Mars Global Surveyor.

La Tabla III muestra los resultados del cálculo de los elementos orbitales que se listan en la Tabla 1, en la fecha real de salida y llegada.

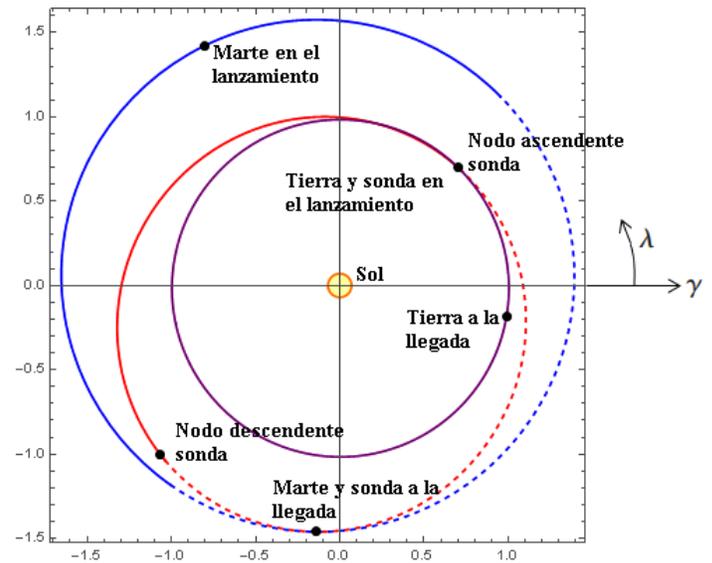


Fig. 3. Órbita de transferencia de la misión Mars Global Surveyor en la fecha real de salida y llegada, desde una vista superior al plano de la eclíptica. En color púrpura y azul las trayectorias de la Tierra y Marte, respectivamente; en rojo la trayectoria de la sonda. Las líneas punteadas indican las porciones de trayectoria que están por debajo del plano de la eclíptica. La escala está en Unidades Astronómicas (u.a.) y el sentido de giro de todos los cuerpos es antihorario.

B. Misión Mars Pathfinder.

La Tabla IV muestra ahora el resultado del cálculo de v_{∞} asumiendo como fecha de llegada el dato de la misión Mars Mars Pathfinder y efectuando un barrido a intervalos de 5 días desde el 04 de junio de 1996 hasta el 05 de mayo de 1997. Nuevamente, los lanzamientos se listan de forma ordenada en la segunda columna de la tabla.

A partir de la Tabla IV se encuentra la gráfica mostrada en la Fig. 4 para el exceso de velocidad hiperbólica de la sonda a la salida del planeta Tierra como función de la fecha de lanzamiento.

Se observa claramente en la Fig. 4 que el mínimo v_{∞} ocurre alrededor del lanzamiento N° 37, correspondiente al 01 de diciembre de 1996. De los datos obtenidos se puede inferir

una ventana óptima de lanzamiento de un mes alrededor del lanzamiento N° 37, correspondiente al intervalo temporal comprendido entre el 16 de noviembre y el 16 de diciembre de 2016.

TABLE IV
EXCESO DE VELOCIDAD HIPERBÓLICA A LA SALIDA, PARA CADA FECHA HIPOTÉTICA DE LANZAMIENTO DE LA MISIÓN MARS PATHFINDER

Fecha (d/m/a)	N° de Lanzamiento	Exceso de velocidad hiperbólica (km/s)
4/06/96	1	22.7919
9/06/96	2	20.4454
14/06/96	3	18.4838
19/06/96	4	16.8358
24/06/96	5	15.4409
29/06/96	6	14.2499
4/07/96	7	13.2237
9/07/96	8	12.3312
14/07/96	9	11.5482
19/07/96	10	10.8553
24/07/96	11	10.2369
29/07/96	12	9.68077
3/08/96	13	9.17671
8/08/96	14	8.71649
13/08/96	15	8.29332
18/08/96	16	7.90153
23/08/96	17	7.53641
28/08/96	18	7.19397
2/09/96	19	6.87085
7/09/96	20	6.5642
12/09/96	21	6.27162
17/09/96	22	5.99108
22/09/96	23	5.7209
27/09/96	24	5.45974
2/10/96	25	5.20661
7/10/96	26	4.96085
12/10/96	27	4.72222
17/10/96	28	4.49098
22/10/96	29	4.26805
27/10/96	30	4.05544
1/11/96	31	3.85824
6/11/96	32	3.71473
11/11/96	33	3.7939
16/11/96	34	3.36859
21/11/96	35	3.24765
26/11/96	36	3.17675
1/12/96	37	3.15794
6/12/96	38	3.19827
11/12/96	39	3.30363
16/12/96	40	3.47729
21/12/96	41	3.71972
26/12/96	42	4.02923
31/12/96	43	4.40292
5/01/97	44	4.8376
10/01/97	45	5.33043
15/01/97	46	5.87917
20/01/97	47	6.48234
25/01/97	48	7.13918
30/01/97	49	7.84956
4/02/97	50	8.61397
9/02/97	51	9.43342
14/02/97	52	10.3094
19/02/97	53	11.2441

24/02/97	54	12.2399
1/03/97	55	13.3003
6/03/97	56	14.429
11/03/97	57	15.6311
16/03/97	58	16.9126
21/03/97	59	18.2809
26/03/97	60	19.7454
31/03/97	61	21.3179
5/04/97	62	23.0133
10/04/97	63	24.8504
15/04/97	64	26.8538
20/04/97	65	29.0553
25/04/97	66	31.4971
30/04/97	67	34.2351
5/05/97	68	37.3456

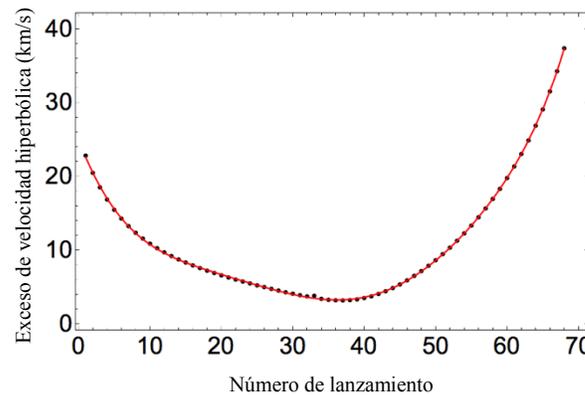


Fig. 4. Exceso de velocidad hiperbólica como función del número asociado a la fecha de lanzamiento para la misión Mars Pathfinder.

Como se indicó anteriormente, la misión Mars Pathfinder fue lanzada el 04 de diciembre de 1996, fecha bastante cercana al punto mínimo encontrado para v_{∞} . De esta manera, para esta misión los resultados de la implementación de los códigos computacionales también resultan ser lo suficientemente precisos.

La Tabla V muestra los resultados del cálculo de los elementos orbitales en la fecha real de salida y llegada.

TABLE V
ELEMENTOS ORBITALES PARA TRAYECTORIA DE LA MISIÓN MARS PATHFINDER

Elemento	Valor numérico
h	4.92071e+09 km ² /s
e	0.237469
Ω	72.0095°
i	0.167014°
ω	359.646°
θ	0.507499°
a	1.93353e+08 km
T	536.708 d

La Fig. 5 muestra la trayectoria de transferencia de la misión.

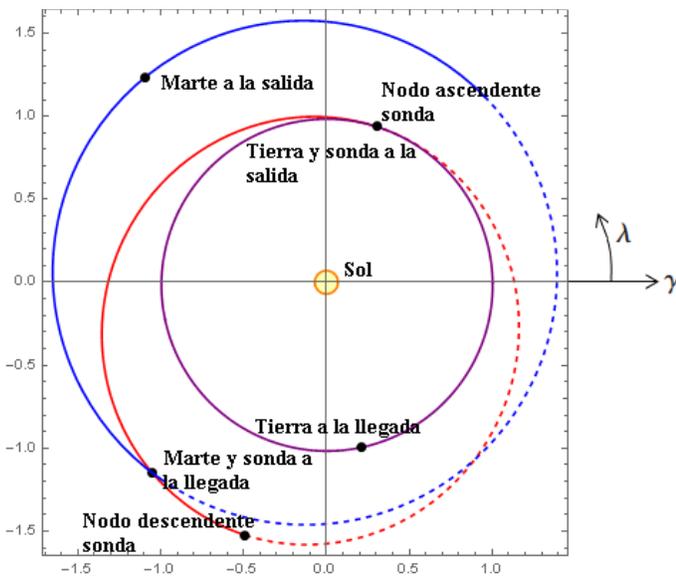


Fig. 5. Órbita de transferencia de la misión Mars Pathfinder en la fecha real de salida y llegada, desde una vista superior al plano de la eclíptica. En color púrpura y azul las trayectorias de la Tierra y Marte, respectivamente; en rojo la trayectoria de la sonda. Las líneas punteadas indican las porciones de trayectoria que están por debajo del plano de la eclíptica. La escala está en Unidades Astronómicas (u.a) y el sentido de giro de todos los cuerpos es antihorario.

C. Misión Futura.

Finalmente, la Tabla VI muestra el resultado del cálculo de v_{∞} para una futura misión hipotética asumiendo como fecha de llegada el 06 de junio de 2019. De forma análoga a los casos anteriores, se hace un barrido a intervalos de 5 días desde el 06 de enero de 2018 hasta el 16 de enero de 2019. También se listan ordenadamente los lanzamientos en la segunda columna de la tabla.

La Fig. 6 es construida a partir de la Tabla VI. En ella también se muestra el exceso de v_{∞} de la sonda a la salida del planeta Tierra como función de la fecha de lanzamiento.

Se observa claramente en la Fig. 6 que el mínimo de v_{∞} ocurre alrededor del lanzamiento N° 34, el cual corresponde al 20 de junio de 2018.

Como en las anteriores misiones consideradas, aquí también la gráfica permite inferir una ventana óptima de lanzamiento, en este caso alrededor del lanzamiento N° 34, periodo que corresponde al intervalo comprendido entre el 05 de junio y el 05 de julio de 2018.

TABLA VI
EXCESO DE VELOCIDAD HIPERBÓLICA A LA SALIDA, PARA CADA FECHA HIPOTÉTICA DE LANZAMIENTO DE LA MISIÓN FUTURA

Fecha (d/m/a)	N° de Lanzamiento	Exceso de velocidad hiperbólica (km/s)
6/01/18	1	42.9102
11/01/18	2	43.8195
16/01/18	3	44.7152
21/01/18	4	45.0454
26/01/18	5	40.8903

31/01/18	6	36.7103
5/02/18	7	32.7573
10/02/18	8	29.1871
15/02/18	9	26.0558
20/02/18	10	23.3521
25/02/18	11	21.0313
2/03/18	12	19.0381
7/03/18	13	17.3189
12/03/18	14	15.8264
17/03/18	15	14.5208
22/03/18	16	13.3695
27/03/18	17	12.3462
1/04/18	18	11.4296
6/04/18	19	10.6025
11/04/18	20	9.85105
16/04/18	21	9.16414
21/04/18	22	8.53285
26/04/18	23	7.95009
1/05/18	24	7.41036
6/05/18	25	6.90958
11/05/18	26	6.44498
16/05/18	27	6.01511
21/05/18	28	5.61989
26/05/18	29	5.26084
31/05/18	30	4.94125
5/06/18	31	4.66666
10/06/18	32	4.44528
15/06/18	33	4.28885
20/06/18	34	4.2139
25/06/18	35	4.24477
30/06/18	36	4.42187
5/07/18	37	4.82673
10/07/18	38	5.66961
15/07/18	39	7.68962
20/07/18	40	15.3848
25/07/18	41	26.9767
30/07/18	42	9.80077
4/08/18	43	7.203
9/08/18	44	6.67614
14/08/18	45	6.75092
19/08/18	46	7.07178
24/08/18	47	7.52071
29/08/18	48	8.05041
3/09/18	49	8.63931
8/09/18	50	9.27664
13/09/18	51	9.5669
18/09/18	52	10.6763
23/09/18	53	11.4339
28/09/18	54	12.2284
3/10/18	55	13.0596
8/10/18	56	13.9272
13/10/18	57	14.8313
18/10/18	58	15.772
23/10/18	59	16.7494
28/10/18	60	17.7635
2/11/18	61	18.8147
7/11/18	62	19.9027
12/11/18	63	21.0277
17/11/18	64	22.1897
22/11/18	65	23.3884
27/11/18	66	24.6239
2/12/18	67	25.8959
7/12/18	68	27.2044
12/12/18	69	28.5495
17/12/18	70	29.9311

22/12/18	71	31.3495
27/12/18	72	32.8052
1/01/19	73	34.2991
6/01/19	74	35.8323

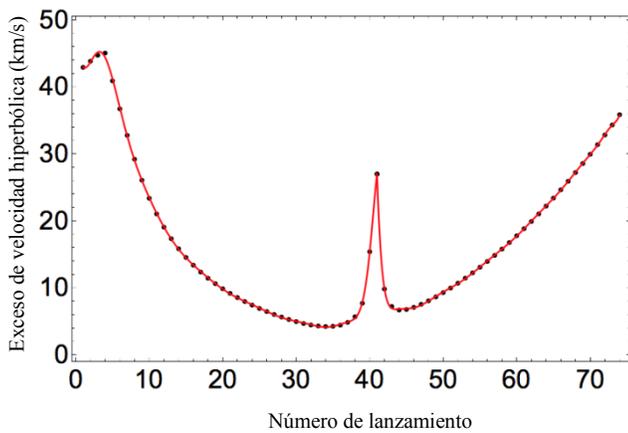


Fig. 6. Exceso de velocidad hiperbólica como función del número asociado a la fecha de lanzamiento para la Misión Futura.

El resultado es concluyente: si se desea enviar una sonda con fecha de llegada el 06 de junio de 2019, el modelo indica que la fecha de salida debe ser alrededor de 20 de junio de 2018.

La Tabla VII muestra los resultados del cálculo de los elementos orbitales en la fecha óptima de salida del 20 de junio de 2018, con llegada el 06 de junio de 2019.

TABLA VII
ELEMENTOS ORBITALES PARA TRAYECTORIA DE LA MISIÓN FUTURA

Elemento	Valor numérico
h	$5.00888e+09 \text{ km}^2/\text{s}$
e	0.246568
Ω	88.434°
i	3.30132°
ω	188.822°
θ	351.138°
a	$2.01285e+08 \text{ km}$
T	570.067 d

La Fig. 7 muestra la trayectoria de transferencia de la misión.

VI. CONCLUSIONES

Se encontraron ventanas óptimas de lanzamiento para sondas enviadas desde la esfera de influencia de la Tierra hasta la esfera de influencia del planeta Marte, para las misiones Mars Global Surveyor y Mars Pathfinder, tomando en consideración el mínimo del parámetro exceso de velocidad hiperbólica. La implementación de los códigos computacionales para el cálculo de los elementos orbitales de

la sonda, permitió calcular de forma correcta la fecha de salida de estas misiones.

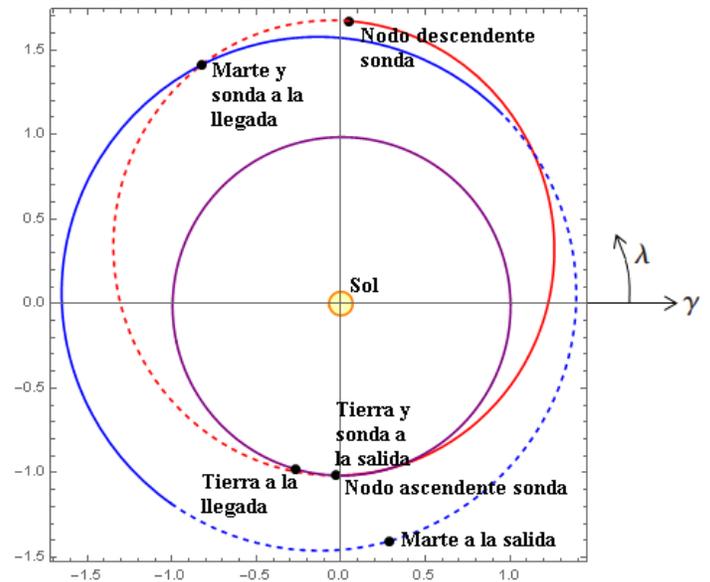


Fig. 7. Órbita de transferencia de la misión Futura en la fecha real de salida y llegada, desde una vista superior al plano de la eclíptica. En color púrpura y azul las trayectorias de la Tierra y Marte, respectivamente; en rojo la trayectoria de la sonda. Las líneas punteadas indican las porciones de trayectoria que están por debajo del plano de la eclíptica. La escala está en Unidades Astronómicas (u.a) y el sentido de giro de todos los cuerpos es antihorario.

Se encontró una ventana de lanzamiento adecuada para una misión hipotética futura al planeta Marte con fecha de arribo el día 6 de junio de 2019. El código computacional muestra que su fecha de partida debería ser alrededor del 20 de junio de 2018.

Se obtuvieron gráficas para las trayectorias de las misiones en consideración.

Como trabajo complementario y que no se realizó en esta investigación, se puede mejorar la precisión de la fecha óptima de lanzamiento si se halla una ecuación de ajuste para las curvas encontradas. No obstante, diversas condiciones, entre ellas las meteorológicas, podrían retrasar una misión en el rango de días y esto no tendría mayor impacto sobre el gasto energético de la misma, siempre que se esté lo suficientemente cerca del mínimo energético orbital.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a los integrantes del Semillero de Investigación en Física de la Fundación Universitaria Los Libertadores, y en especial a su tutor, PhD. Jorge Luis Nisperuza Toledo, cuyas disertaciones fueron de gran ayuda para el desarrollo de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Sondas Espaciales, Nasa en Español. <https://www.lanasa.net/news/sondas/>.
- [2] J. Anderson, *Hohmann transfer orbit*, pp 309-310, 2015 [Part of the series Encyclopedia of Earth Science, Editorial Springer]

- [3] W. Schulz, *Transferencias Bi-Impulsivas entre Orbitas Elípticas ñao Coplanares com Consumo Mínimo de Combustvel*, Space Mechanics and Control Division, National Institute of Space Research (INPE), Brazil, 1997.
- [4] A. Rincon, et al, *On non-coplanar Hohmann Transfer using angles as parameters*, vol. 359, Article 6, *Astrophysics and Space Science*, September 2015.
- [5] W. Schulz and W. Prado, *Optimal space maneuvers in three dimensions*, vol.28, No. 4, pp 375-377, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2006.
- [6] Mars Global Surveyor.
<https://mars.nasa.gov/programmissions/missions/past/globalsurveyor/>
- [7] Mars Pathfinder. <https://mars.nasa.gov/MPF/>
- [8] H. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students*, Editorial Elsevier-Butterworth Heineman, Sexta edici n, 2005.
- [9] The Language of Technical Computing, Math Work.
<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>