

# Evaluación de Algoritmos de Fusión de Datos de Medición Inercial para Vehículos Aéreos no Tripulados

Humberto Rodríguez, Cristóbal Chérigo,  
Universidad Tecnológica de Panamá, Panamá, humberto.rodriguez@utp.ac.pa

**Resumen**– El objetivo de este trabajo es evaluar y comparar los tres algoritmos de procesamiento de datos más usados en sistemas de referencia de orientación y rumbo (AHRS, por sus siglas en inglés), para vehículos aéreos no tripulados (UAVs, por sus siglas en inglés), los cuales implementan procesos de filtrado y de fusión de datos. Estos algoritmos son el Filtro de Kalman, el de Mahony y el de Madgwick.

Comercialmente, existen varios tipos de sensores IMU-Magnetómetros que proporcionan una muy buena retroalimentación de los estados de una aeronave, sin embargo suelen ser muy costosos, por lo que en este trabajo nos concentraremos en aquellos que tienen un costo medio y una buena relación costo/funcionamiento.

**Palabras claves**– UAVs, AHRS, Filtro de Kalman, algoritmo de Mahony, algoritmo de Madgwick.

## I. INTRODUCTION

El principal objetivo de los algoritmos de fusión de datos es el de mejorar la calidad de la información obtenida de procesos con múltiples sensores, conocidos como sinérgicos. El utilizar más de un sensor no sólo aumenta la cobertura espacial y temporal de las variables estudiadas, sino que permite aumentar a su vez la supresión del ruido y la precisión del sistema de medición [1]. Hoy en día, uno de los principales instrumentos de vuelo en los vehículos aéreos no tripulados (UAVs) es la unidad de medición inercial (IMU, por sus siglas en inglés), la cual cuando incorpora además un magnetómetro, toma el nombre de “Sensores de medición de gravedad, velocidad angular y magnetismo” (MARG, por sus siglas en inglés). La información que proporcionan los sensores que componen el MARG nos da la posibilidad de obtener la orientación y rumbo de cualquier vehículo. Sin embargo, estos sensores suelen ser muy susceptibles al ruido y a las perturbaciones. El objetivo de este trabajo es evaluar y comparar los algoritmos de tratamiento de información más usados en sistemas de referencia de orientación y rumbo (AHRS, por sus siglas en inglés), los cuales implementan procesos de filtrado y de fusión de datos.

Comercialmente, existen varios tipos de sensores IMU-Magnetómetros que proporcionan una muy buena retroalimentación del estado de una aeronave [2], sin embargo suelen ser muy costosos, por lo que en este trabajo nos concentraremos en aquellos que tienen un costo medio y una buena relación costo/funcionamiento.

Los algoritmos para la mejora de la medición inercial, hacen uso de cálculos matemáticos del álgebra de cuaterniones, álgebra lineal, procesos estocásticos y estadística

inferencial, lo cual aumenta el costo computacional y el tiempo de desarrollo de los proyectos.

Los sensores de medición inercial están compuestos usualmente por giroscopios y acelerómetros. Por una parte, los giroscopios se encargan de la medición de la velocidad angular, la cual es integrada para obtener la orientación de la aeronave, pero estos suelen ser susceptibles a sesgos en la medida con el transcurso del tiempo.

Por otra parte, los acelerómetros sienten el cambio en la orientación con respecto al vector de la fuerza gravitacional, pero tienden a distorsionar la medida cuando actúan fuerzas externas. La combinación o fusión de las mediciones del giroscopio y del acelerómetro busca mejorar la estimación de la orientación real. Sin embargo, el acelerómetro sirve sólo para medir la rotación alrededor de los ejes  $x(\phi)$  y  $y(\theta)$  (ver la figura 1), debido a que el vector gravitacional, que constituye la referencia, es paralelo al eje  $z$ . Por lo tanto, no tenemos forma de medir la rotación alrededor del eje  $z(\psi)$  con el acelerómetro, razón por la cual se utiliza el magnetómetro. El campo magnético de la tierra posee componentes tanto en  $x$  como en  $z$ , permitiendo así obtener la rotación alrededor de  $z(\psi)$ .

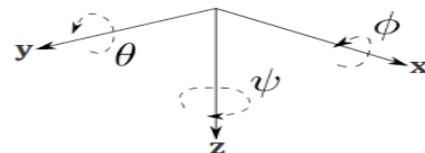


Fig. 1 Sistema de referencia xyz y sus respectivos ángulos de rotación.

Existe una amplia variedad de algoritmos para fusión y filtrado de datos de sensores inerciales, por lo cual con base en la información encontrada en la literatura [2, 3] decidimos enfocarnos en aquellos algoritmos que se utilizan en AHRS comerciales de alto costo, pero que de igual manera suelen ser implementados en IMU-Magnetómetros de costo medio. Con estos algoritmos se logra mejorar la estimación de la orientación cuando se utilizan con sensores un tanto más económicos. Por lo anterior, los algoritmos que serán implementados y evaluados en este trabajo, son el filtro de Kalman, el algoritmo de Madgwick, y el algoritmo de Mahony. En la siguiente sección se explicará en qué consiste cada uno de estos algoritmos.

En la literatura se encuentran escasos trabajos sobre comparación de los algoritmos de Madgwick, Mahony y

**DOI:** <http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2017.1.1.455>  
**ISBN:** 13 978-0-9822896-9-3 **ISSN:** 2414-6390

Kalman, [4, 5], y los trabajos existentes difieren en la metodología de evaluación, por lo que es difícil extraer conclusiones que puedan utilizarse en otros contextos. Cavallo et al. [4], diseñaron un banco de prueba para robótica móvil y no UAVs, lo cual restringe los resultados a este tipo de vehículos. Madgwick en [5], compara su propio algoritmo con un filtro de Kalman, utilizando como referencia los resultados obtenidos a partir de algoritmos de procesamiento de imágenes.

#### ALGORITMOS DE AHRS

##### A. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un estimador recursivo que utiliza una serie de observaciones de un proceso y a partir de ellas, utiliza inferencia Bayesiana para estimar las variables de estado del proceso [6]. El mismo hace uso de las características estocásticas tanto de las señales como del ruido y toma en cuenta la dinámica tanto del proceso, como del proceso de medición.

El filtro de Kalman asume que los estados del sistema en un tiempo  $t$  se relacionan con los estados a priori del sistema en un tiempo  $t-1$  de acuerdo con el siguiente modelo del proceso [7]:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{F}_t \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{B}_t \mathbf{u}_t + \mathbf{w}_t, \quad (1)$$

en donde

- $\mathbf{x}_t$  : Vector de estado,
- $\mathbf{F}_t$  : Matriz de transición de estado,
- $\mathbf{x}_{t-1}$  : Vector del estado previo en  $t-1$ ,
- $\mathbf{B}_t$  : Matriz de control del modelo,
- $\mathbf{u}_t$  : Vector de control,
- $\mathbf{w}_t$  : Vector del ruido del proceso,

Otro modelo describe como las mediciones u observaciones se relacionan con el estado del proceso:

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t, \quad (2)$$

en donde:

- $\mathbf{z}_t$  : Vector de medición,
- $\mathbf{H}_t$  : Matriz de Observación que relaciona  $\mathbf{x}_t$  con  $\mathbf{z}_t$ .
- $\mathbf{v}_t$  : Vector del ruido de la medición.

A esta última ecuación se le conoce como el modelo de medición. Por otro lado, las variables  $\mathbf{w}_t$  y  $\mathbf{v}_t$  se asume que son estadísticamente independientes y que poseen media aritmética cero y distribución de probabilidad gaussiana [7]. Las matrices de covarianza de los vectores  $\mathbf{w}_t$  y  $\mathbf{v}_t$ , en el instante  $t$ , se denotarán como  $\mathbf{Q}_t$  y  $\mathbf{R}_t$ , respectivamente.

Una vez definidos los modelos del proceso y de la medición, se estiman valores para  $\mathbf{Q}_t$  y  $\mathbf{R}_t$  y se realiza un proceso iterativo el cual está compuesto de dos etapas, a saber, la de predicción y la de corrección de las mediciones, como se muestra en la figura 2.

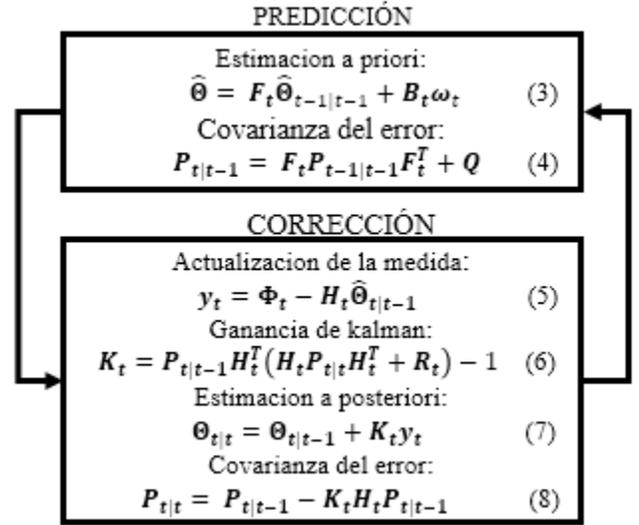


Fig. 2 Etapas de predicción y corrección del filtro de Kalman

En este trabajo el vector de estados  $\mathbf{x}$  viene dado por:

$$\Theta = \{\phi, \theta, \psi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}\}. \quad (3)$$

Estos son los ángulos y velocidades angulares del vehículo con respecto al sistemas de referencia inercial. Y el vector de mediciones  $\mathbf{z}$  es

$$\Phi = \{\phi_m, \theta_m, \psi_m\}, \quad (4)$$

el cual contiene los ángulos medidos a partir de la información suministrada por el acelerómetro y magnetómetro. Por otro lado, el vector

$$\omega_t = \{\dot{\phi}_m, \dot{\theta}_m, \dot{\psi}_m\} \quad (5)$$

contiene las velocidades medidas por el giroscopio.

Los conceptos presentados sobre el filtro de Kalman sólo son una introducción que ayuda a explicar la implementación realizada en este estudio. Cabe señalar que, el filtro de Kalman ha sido empleado como base para la mayoría de los filtros de orientación [8, 9, 10] de sensores comerciales, tales como, xsens [11], micro-strian [12] y Crossbow [13].

##### B. Algoritmo de Madgwick

Este algoritmo, desarrollado por *Sebastián* Madgwick [5], emplea una representación de la orientación por medio de cuaterniones, por lo cual no está sujeto a los problemas de

singularidad presentes en las representaciones basadas en matrices de cosenos directores. El algoritmo utiliza el método del gradiente descendente para calcular la dirección del error de la medición del giroscopio.

El algoritmo de Madwick está dividido en cuatro partes principales que son: la integración de las velocidades angulares medidas por el giroscopio; el cálculo de la corrección de estas mediciones con base en los vectores del campo gravitacional medido y del campo magnético; la combinación de las dos estimaciones anteriores y por último la normalización de los cuaterniones. A continuación detallaremos cada una de las partes del algoritmo.

### B.1 Integración de las velocidades angulares

La velocidad angular en el sistema de referencia local se expresa de la siguiente forma

$$S_\omega = [0 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z] \quad (6)$$

De la matemática de cuaterniones tenemos que la multiplicación del cuaternión por el vector de velocidades angulares nos da la derivada del cuaternión.

$$\dot{\hat{q}}_{\omega,k} = \frac{1}{2} \hat{q}_{k-1} \otimes S_\omega \quad (7)$$

El cual podemos integrar con respecto al tiempo si conocemos el intervalo de muestreo ( $\Delta t$ ).

$$\hat{q}_k = \hat{q}_{k-1} + \dot{\hat{q}}_{\omega,k} \Delta t \quad (8)$$

### B.2 Corrección de los cuaterniones

Se calcula un estimado del cuaternión actual usando los vectores medidos del campo gravitacional y el campo magnético

$$f(\hat{q}_{k-1}, {}^E d, {}^B s) = \hat{q}_{k-1} \otimes {}^E d \otimes \hat{q}_{k-1}^{-B} s \quad (9)$$

$$\hat{q}_{\nabla,k-1} = \hat{q}_{k-1} - \mu \frac{\nabla f(\hat{q}_{k-1}, {}^E d, {}^B s)}{\|\nabla f(\hat{q}_{k-1}, {}^E d, {}^B s)\|} \quad (10)$$

En donde  $d$  hace referencia al vector del campo magnético o del campo gravitacional, mientras que  $f$  no es otra cosa que nuestra función objetivo y  $\mu$  la dirección del gradiente.

### B.3 Combinación de las dos estimaciones

$$\hat{q}_k = \gamma \hat{q}_{\nabla,k} + (1-\gamma) \hat{q}_{\omega,k} \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (11)$$

$$\gamma_t = \frac{\beta}{\frac{\mu}{\Delta t} + \beta} \quad (12)$$

En donde el coeficiente  $\gamma$  depende de la constante  $\beta$ , la cual se calcula de la siguiente forma

$$\beta = \sqrt{\frac{3}{4}} \omega_\beta, \quad (13)$$

en donde  $\omega_\beta$  representa la media del error de las medidas hechas con el giroscopio.

### B.4 Normalización del cuaternión

En este paso se obtiene el cuaternión normalizado. Simplemente:

$$\hat{q}_{\omega,k} = \frac{\hat{q}_{\omega,k}}{\|\hat{q}_{\omega,k}\|} \quad (14)$$

### D. Algoritmo de Mahony

Este algoritmo, desarrollado por Robert Mahony, es un filtro complementario, el cual mejora la estimación de la orientación aplicando un filtro pasa bajo a las estimaciones obtenidas de los acelerómetros y magnetómetros. Al mismo tiempo se aplica un filtro pasa alto a las estimaciones obtenidas del giroscopio y por último se fusionan ambas estimaciones [14].

De igual forma que el filtro de Madgwick, el filtro de Mahony se basa en una representación en forma de cuaterniones.

$$\dot{\hat{q}}_\omega = \frac{1}{2} \hat{q} \otimes (s_\omega + \delta) \quad (15)$$

Donde  $\delta$  es un término de corrección de las velocidades angulares generado por un bloque integral- proporcional que actúa sobre el error,  $e$ , de ambas estimaciones, el cual tiene la siguiente forma:

$$\delta = k_p e + k_i \int e \quad (16)$$

En el bloque PI, el término que corresponde a la parte proporcional gobierna la frecuencia de cruce entre el estimador acelerómetro/magnetómetro y el estimador basado en el giroscopio. En tanto que el término integral compensa el sesgo del giroscopio.

### III. PLATAFORMA EXPERIMENTAL

La importancia de este trabajo radica en el hecho de que las condiciones bajo las cuales se evaluarán y compararan los algoritmos se asemejan a las condiciones de vuelo de los UAV y son similares para las pruebas con todos los algoritmos. Para realizar las pruebas experimentales se diseñó y construyó una plataforma, la cual permite monitorear las mediciones tanto del IMU-Magnetómetro, como de un codificador óptico, con su respectivo decodificador de cuadratura. Las mediciones de este último se utilizaron como referencia para poder determinar la exactitud de los algoritmos y caracterizarlos para futuros proyectos con UAVs. En la figura 3 detallamos la arquitectura de la plataforma experimental.

La plataforma fue diseñada de tal forma que nos permitiera monitorear cada uno de los ángulos alrededor de los ejes principales x, y, z, por separado. En el diseño optamos por utilizar el marco para quadrotor hobbyPower x450, que gracias a su estructura tubular nos permitió conectarle de forma rígida el codificador óptico.

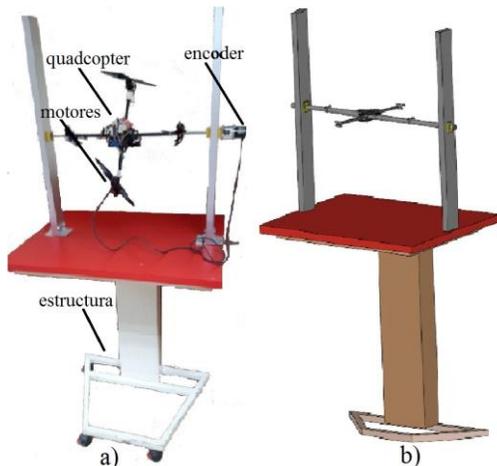


Fig. 3 Plataforma experimental para evaluación y comparación de algoritmos AHRS: a) Prototipo, b) Modelo de CAD.

La función del codificador óptico en la plataforma es la de suministrar los valores de referencia para la comparación de cada uno de los algoritmos, para lo cual seleccionamos el codificador YUMO-E6C2-CWZ. Este tiene una resolución de 1024 pulsos por revolución que acompañado de un decodificador de cuadratura nos permite obtener unos 4096 pulsos por revolución, lo cual se traduce en unos 0.087 grados de resolución. Esto nos permite llevar a cabo estudios con una amplia gama de AHRS comerciales. El IMU-magnetómetro con el cual decidimos trabajar viene incorporado en el controlador de vuelo Flymaple. El Flymaple viene con un procesador ARM-Cortex-M3 (72MHz), un giroscopio ITG-3200, un acelerómetro ADXL345 y un magnetómetro HMC5883L.

Los motores con sus hélices se instalaron en la estructura del quadrotor para adicionar vibración al sistema, por lo cual durante las pruebas los mismos operan a diferentes rangos de velocidades, buscando asemejarse a condiciones de vuelo reales. Para ello utilizamos motores sin escobillas modelo SunnySky X2212.

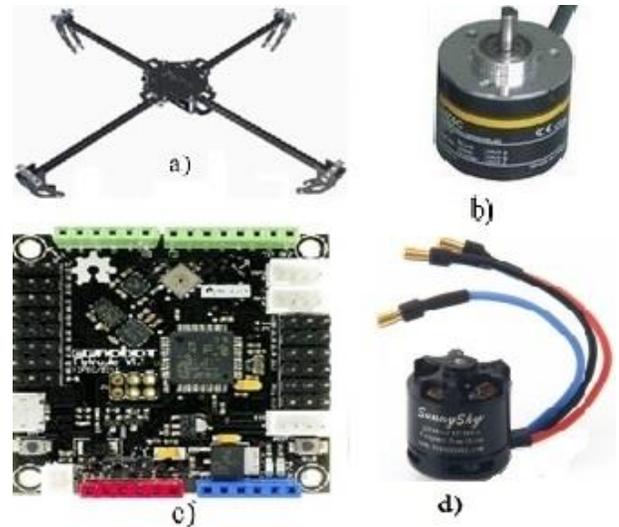


Fig. 4 Instrumentación de la plataforma experimental: a) Quadrotor hobbyPower x450, b) Encoder YUMO-E6C2-CWZ, c) Controlador de vuelo Flymaple, d) motor SunnySky X2212.

### IV. METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN

Son muchas las reglas y los procedimientos que existen para evaluar un algoritmo, pero para efectos prácticos o ingenieriles, lo que nos debe preocupar son los requerimientos del controlador y del sistema de medición para que el programa se ejecute en tiempo real con la rapidez adecuada. En nuestro caso la velocidad de ejecución y el espacio en memoria son los aspectos más importantes. Por otra parte, hay características propias según el tipo de algoritmo que nos interesan, como lo son, el tiempo que le toma en converger a una respuesta y el error con respecto a un valor de referencia. A continuación, detallaremos el procedimiento para la evaluación de los algoritmos.

- La actualización de la lectura de los sensores, se hizo fuera de línea dado que este esquema facilita la evaluación de los algoritmos en un mismo ciclo.
- En cada una de las pruebas que se detallarán a continuación los motores instalados en la estructura del quadrotor estaban girando de forma aleatoria entre 4000rpm y 7000rpm, esto para añadir vibraciones al sistema.
- Todos los algoritmos serán implementados en un determinado rango de frecuencias de muestreo, para comparar el error de cada algoritmo bajo las mismas condiciones.

- El quadrotor será llevado de una posición angular A a una posición angular B y se determinará el número de iteraciones que le toma al algoritmo en converger a la posición B.
- Los valores de las constantes de la ecuación (16) se seleccionaron con base en lo que el mismo Mahony resalta en más de una ocasión en sus publicaciones [15], que independientemente de los valores escogidos de  $k_p$  y  $k_i$  se obtendrán resultados similares siempre y cuando se cumpla que  $k_p, k_i > 0$ . En otro de sus trabajos, Mahony [14] recomienda que para aplicaciones con UAV,  $k_i$  sea de 10 a 100 veces más baja que  $k_p$ . Los valores seleccionados fueron los siguientes:  $k_p = 1 \text{ rad} / \text{s}$  y  $k_i = 0.1 \text{ rad} / \text{s}$ .
- En tanto que con el algoritmo de Madgwick se utilizó  $\beta = 0.041$ , el cual es un valor óptimo, calculado por el propio Madgwick [5].
- Para el filtro de Kalman se definió  $Q = 0.003$  y  $R = 0.0009$  basándonos en ganancias definidas en trabajos previos con el filtro de Kalman, para aplicaciones similares [10, 16, 17].

## V. RESULTADOS

En las figuras desde la 5 hasta la 10 mostramos los gráficos de las estimaciones realizadas por cada uno de los algoritmos AHRS analizados en este trabajo. En el mismo gráfico se muestra el valor de referencia medido con el codificador óptico y la diferencia entre la estimación y el valor de referencia. Nos referiremos a cada uno de los ángulos alrededor de los ejes principales xyz mediante la nomenclatura de Tait\_Bryan (Ángulos de Euler). Las gráficas de los resultados de mediciones angulares alrededor del eje  $y(\theta)$  no serán mostrados en este trabajo, ya que dichos resultados son similares a los obtenidos para las mediciones alrededor del eje  $x(\phi)$ .

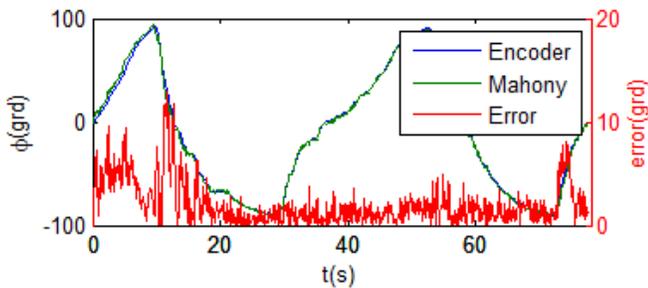


Fig. 5 Mahony: Roll y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

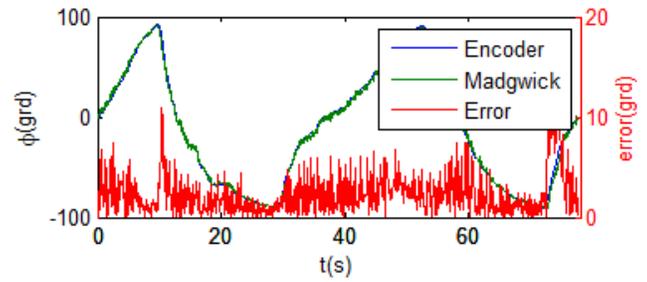


Fig. 6 Madgwick: Roll y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

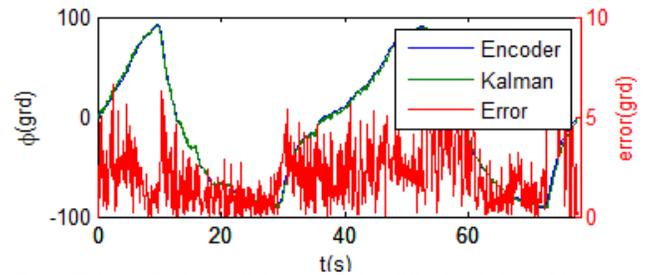


Fig. 7 Kalman: Roll y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz

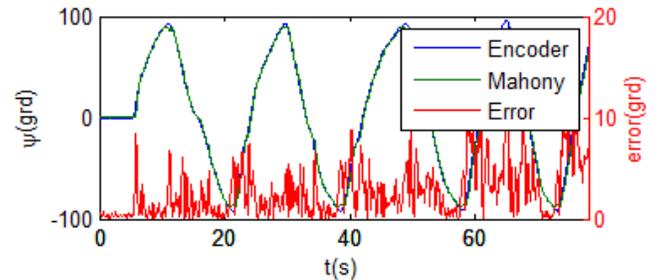


Fig. 8 Mahony :Yaw y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

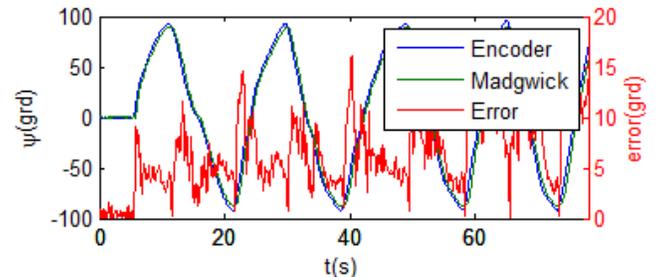


Fig. 9 Madgwick: Yaw y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

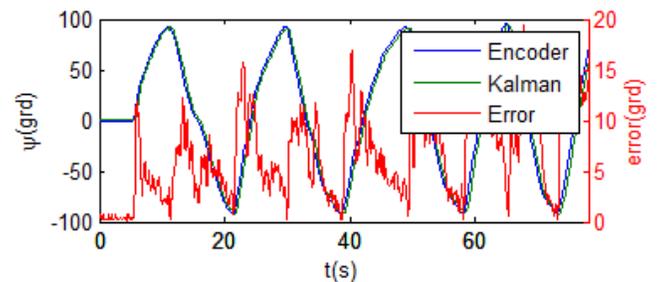


Fig. 10 Kalman Yaw y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

En las figuras 11, 12 y 13 podemos observar los efectos de la frecuencia de muestreo sobre la precisión de los algoritmos AHRS, evaluados en este trabajo, los mismos se evaluaron en un rango que va desde los 10Hz hasta los 84Hz, lo cual ofrece un rango amplio de referencia para futuros proyectos con UAVs. También podemos observar que, en dichos gráficos, a mayor frecuencia dentro del rango señalado, como es de esperar, todos los algoritmos presentan mayor precisión. La raíz del error cuadrático medio para los ángulos alrededor de  $x(\phi)$  y  $y(\theta)$  es aproximadamente de  $2^\circ$ , lo cual es muy aceptable considerando los valores reportados en la literatura [4]. La estimación del ángulo alrededor de  $z(\psi)$ , obtenida con los tres algoritmos AHRS, muestra una raíz del error cuadrático medio del orden de los  $5^\circ$  a  $3^\circ$  para los tres algoritmos.

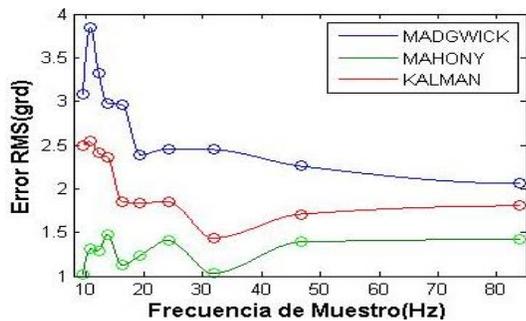


Fig. 11 Error en Roll vs. Frecuencia de muestreo.

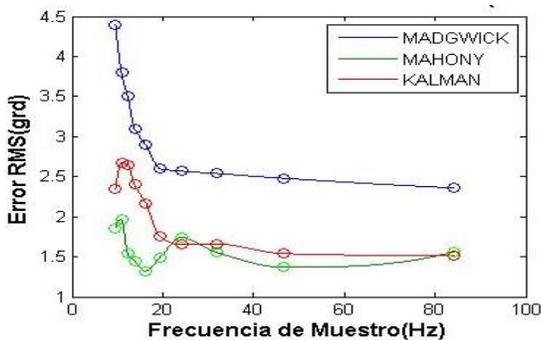


Fig. 12 Error en Pitch vs. Frecuencia de muestreo.

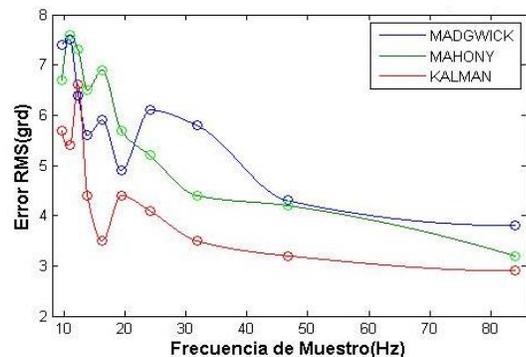


Fig. 13 Error en Yaw vs. Frecuencia de muestreo.

En los resultados de las figuras 14 a la 22, buscamos evaluar la rapidez con la que cada algoritmo converge, cuando se pasa de un ángulo  $A = 0^\circ$  a un ángulo  $B = 30^\circ$ . Entendiéndose por convergencia el instante en que se reduce el error a un valor estable. Lo que queremos determinar con estos resultados es cuánto tiempo (cuantos ciclos) tarda en converger a la respuesta, independientemente del error dinámico, estudiado en los gráficos del 5 al 10.

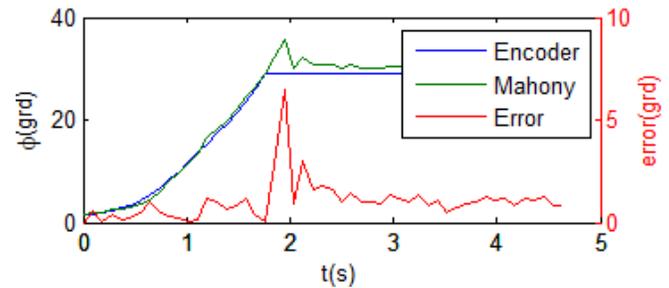


Fig. 14 Mahony Roll y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

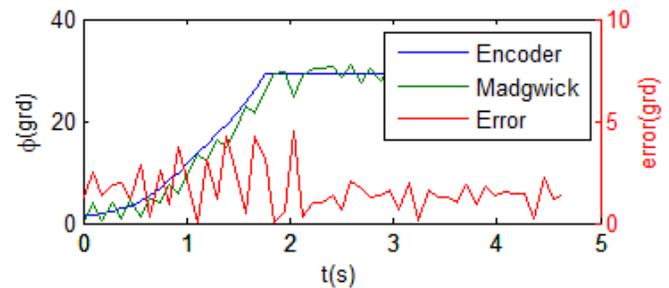


Fig. 15 Madgwick Roll y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

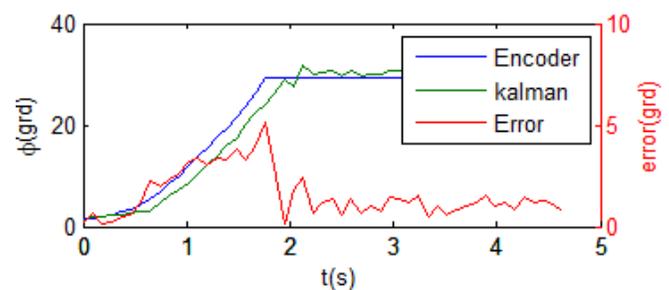


Fig. 16 Kalman Roll y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

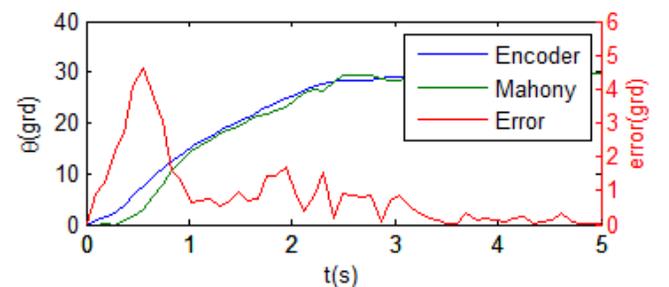


Fig. 17 Mahony Pitch y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

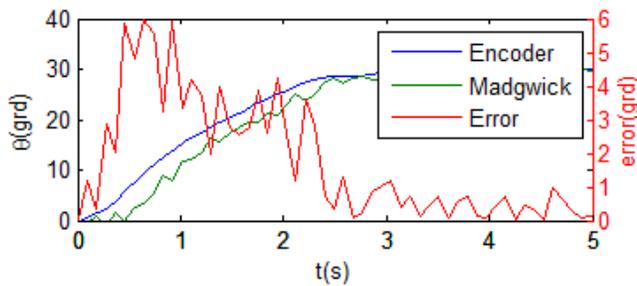


Fig.18. Madgwick Pitch y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

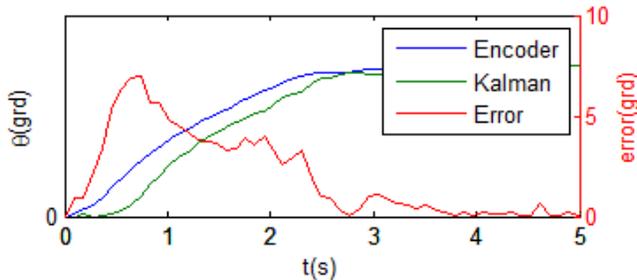


Fig. 19 Kalman Pitch vs. Encoder vs. Error, 84 Hz.

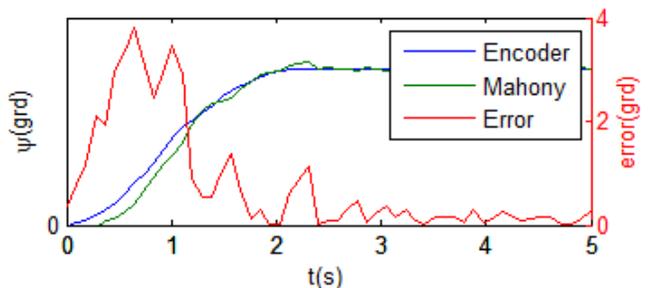


Fig. 20 Mahony Yaw vs. Encoder vs. Error, 84 Hz.

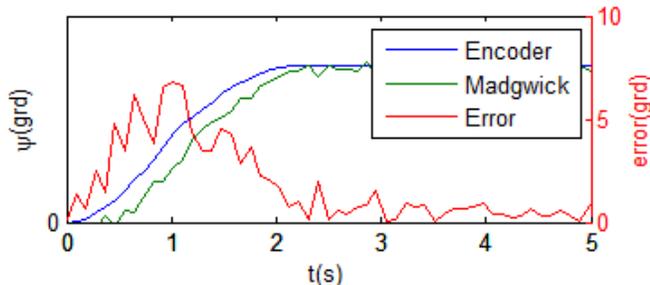


Fig. 21 Madgwick Yaw y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

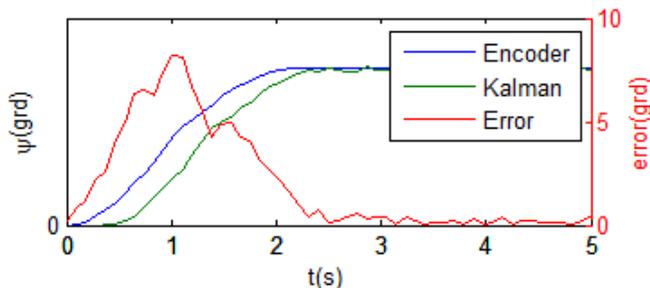


Fig. 22. Kalman Yaw y Mediciones con el codificador óptico a 84 Hz.

En la tabla 1 se muestran los resultados del tiempo de ejecución y el número de iteraciones que debe realizar cada algoritmo cuando se va de un valor A a un valor B. Adicionalmente, mostramos el error cuadrático medio para cada algoritmo para una velocidad de muestreo de 84Hz.

TABLA 1  
CICLOS PARA CONVERGER Y TIEMPO DE EJECUCIÓN.

	Mahony	Madgwick	Kalman
<b>Tiempo de ejecución (seg)</b>	0.00028	0.00037	0.00019
<b>Error-Roll (84Hz)</b>	1.737	2.058	1.804
<b>Error-Pitch (84Hz)</b>	1.567	2.362	1.510
<b>Error-Yaw (84Hz)</b>	3.280	3.811	2.958
<b>Ciclos para converger</b>	2	2	4

## CONCLUSIONES

Dado que el objetivo de este trabajo fue implementar y evaluar los algoritmos de Kalman, Mahony y Madgwick, podemos concluir que fue desarrollada una metodología, mediante la cual se pudo comparar que algoritmo es el más exacto y rápido

De acuerdo a los resultados, para los rangos de frecuencia que se evaluaron, el algoritmo que mejor funcionó es el filtro complementario de Robert Mahony debido a su mayor velocidad de convergencia.

De los tres ángulos de rotación alrededor de los ejes principales xyz, en todas las estimaciones evaluadas, el ángulo alrededor de  $z(\psi)$  fue el que presentó la magnitud del error más grande, lo cual indica que sigue existiendo cierta deficiencia en aquellas estimaciones que dependen del magnetómetro.

Podemos concluir que en el rango de frecuencia con el que se experimentó a mayor frecuencia mejores eran las estimaciones de nuestro sistema.

Durante la experimentación se pudo observar la robustez que poseen todos los filtros, ante los cambios bruscos en la dinámica del sistema.

## TRABAJO FUTURO

Como trabajo futuro proponemos el diseño y desarrollo de una interfaz gráfica para usuario (GUI por sus siglas en inglés), que facilite la recopilación y procesamiento de los

datos que suministran los sensores. También se propone la adición de un motor el cual se encargaría de añadir otras perturbaciones oscilatorias periódicas al sistema.

#### AGRADECIMIENTOS

Se le agradece a la Secretaria Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación (SENACYT) y al sistema nacional de investigación (SNI) de Panamá, quienes aportaron los fondos necesarios para que se llevara a cabo esta investigación.

#### REFERENCIAS

- [1] H.B. Mitchell, "Multi-Sensor Data Fusion An introduction", Berlin: New York, Springer Verlag, p. 3, 2007.
- [2] Damien Douxchamps, "A small list of IMU/INS/INU" [en línea], <http://damien.douxchamps.net/research/imu/>, 2016.
- [3] Rodrigo Munguía and Antoni Grau, "A Practical Method for Implementing an Attitude and Heading Reference System", Department of computer Science, CUCEI, Universidad de Guadalajara, Mexico, International journal of advanced Robotic Systems, p. 12, 2014.
- [4] A. Cavallo, A. Cirillo, P. Cirillo, G. De Maria, P. Falco, C. Natale, S. Pirozzi, "Experimental Comparison of Sensors Fusion Algorithms for Attitude Estimation", The international Federation of Automatic Control cape Town, South Africa. 19<sup>th</sup> world congress, p. 6, 2014.
- [5] S. O. H. Madgwick, A. J. L. Harrison and R. Vaidyanathan, "Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm", *Proc. IEEE Int. Conf. Rehabil. Robot.*, pp. 1-7
- [6] J. A. Camarena, "El Filtro de Kalman" [en línea], <http://dep.fie.umich.mx/~camarena/FiltroKalman.pdf>, 2014.
- [7] R. Faragher, "Understanding the basis of the kalman filter via a simple and intuitive derivation", *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 29, no. 5, pp. 128-132, 2012.
- [8] B. Barshan and H. F. Durrant-Whyte. "Inertial navigation systems for mobile robots".11(3):328-342, June 1995.
- [9] E. Foxlin, "Inertial Head-Tracker Sensor Fusion by a Complementary Separate-Bias Kalman Filter", *Proceedings of VRAIS '96*, pp. 185-194.
- [10] J. L. Marins, Xiaoping Yun, E. R. Bachmann, R. B. McGhee and M. J. Zyda, "An extended kalman filter for quaternion-based orientation estimation using marg sensors", *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on intelligent Robots and Systems*, vol. 4, pp. 2003-2011.
- [11] Xsens Technologies B.V. MTi and MTx, "User Manual and Technical Documentation.Pantheon 6a", 7521 PR Enschede, The Netherlands, 2009.
- [12] MicroStrain Inc. 3DM-GX3-25, "Miniature Attitude Heading Reference Sensor". Williston, USA, 1.04 edition, 2009.
- [13] Crossbow Technology, Inc. AHRS400 Series User Manual. San Jose, CA, USA, rev. c edition, February 2007.
- [14] R. Mahony, T. Hamel and J-M. Pflimlin, "Complimentary filter design on the special orthogonal group SO(3)",

*Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Institute of Electrical and Electronic Engineers, Seville, Spain, 2005.

- [15] Mark Euston, Paul Coote, Robert Mahony, Jhonghyuk Kim and Tarek Hamel, "A complementary Filter for Attitude Estimation of a Fixed-Wing UAV", *RAL Robotic and Autonomy Lab Australian National University*, p. 6, 2008.
- [16] Matthew T. Leccadito, "An Attitude Heading Reference System using a Low Cost Inertial Measurement Unit", *Virginia Commonwealth University, Richmond, Virginia*, 2013.
- [17] Brandon McCarron, "Low-Cost Implementation via Sensor Fusion Algorithms in the Arduino Environment", *California Polytechnic State University, San Luis Obispo*, p. 17, 2013