

# Modelado Físico y Matemático del Sistema de Suspensión de un Cuarto de Vehículo

Jorge Hurel, PhD<sup>1</sup>, Efraín Terán, MSc<sup>1</sup>, Francisca Flores, MSc<sup>2</sup>, Juan Peralta, PhD<sup>1</sup>, and Bolívar Flores, MSc<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción, Escuela Superior Politécnica del Litoral, km 30.5 vía perimetral, Guayaquil, Ecuador, [jhurel@espol.edu.ec](mailto:jhurel@espol.edu.ec), [eaterac@espol.edu.ec](mailto:eaterac@espol.edu.ec), [jperal@espol.edu.ec](mailto:jperal@espol.edu.ec)

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Escuela Superior Politécnica del Litoral, km 30.5 vía perimetral, Guayaquil, Ecuador, [ffloresn@espol.edu.ec](mailto:ffloresn@espol.edu.ec), [bcflores@espol.edu.ec](mailto:bcflores@espol.edu.ec)

**Resumen** – El propósito de este artículo es generar los modelos matemático y físico del sistema de suspensión de un cuarto de vehículo. Se realiza una clasificación de los diferentes tipos de sistemas de suspensión: pasiva, activa y semiactiva. Se presentan los diferentes aportes de la comunidad científica a las aplicaciones de los sistemas activos y semiactivos de suspensión. Se incluye una revisión de los trabajos realizados en la simulación de los sistemas de dinámica vehicular, principalmente en lo que se refiere a los sistemas suspensión. Se desarrollan los modelos matemático y físico del sistema de suspensión de un cuarto de vehículo usando los programas Simulink y SimMechanics, respectivamente, y se comparan sus respuestas.

**Palabras clave** -- Simulación. Suspensión activa. Modelos. Suspensión pasiva. Robótica.

## 1. INTRODUCCIÓN

El sistema de suspensión de un vehículo proporciona las características de buen desempeño y confort en conducción. Esto se consigue aislando el cuerpo del vehículo de las irregularidades del camino y de las aceleraciones producidas durante la conducción. Se debe controlar el movimiento vertical excesivo de la rueda para: eliminar las fallas de contacto entre el neumático y la carretera, mantener buenas características de conducción, y evitar daños a la suspensión o al camino. Los sistemas de suspensión de un vehículo se pueden clasificar en: pasivos, activos y semiactivos

Los sistemas de suspensión pasivos almacenan energía en resortes y la disipan mediante amortiguadores. La rigidez de la suspensión está caracterizada por el resorte, mientras que la respuesta dinámica del sistema está regulada por el amortiguador, y el movimiento de la masa no suspendida (neumático) está restringido por el brazo de control. Estos elementos constitutivos del sistema de suspensión se observan en la Figura 1.

Los parámetros de una suspensión pasiva se escogen para asumir un compromiso entre las características del terreno, la carga soportada y el confort de los pasajeros. El confort se obtiene con una suspensión suave del vehículo, la insensibilidad a la carga requiere una suspensión rígida, y una buena maniobrabilidad la proporciona una suspensión de rigidez intermedia. Estos requerimientos son imposibles de satisfacer de manera simultánea, lo que ha llevado a los investigadores a pensar en los sistemas de suspensión activa y semiactiva, como alternativas indicadas para resolver estos problemas en [1].

Los sistemas de suspensión activa utilizan sensores y actuadores para adaptarse a las características del terreno y del conductor. Estos sistemas han sido objeto de intensa investigación y desarrollo. Este crecimiento tiene dos causas: la industria, deseando mejorar el rendimiento y calidad de sus productos; y la comunidad científica, la cual percibe el control automático de la suspensión de vehículos como una meta obtenible gracias a los desarrollos en electrónica de bajo costo. Los sistemas activos permiten controlar la suspensión en un amplio rango de frecuencias. Sin embargo, los mayores obstáculos para su aplicación comercial son: su costo, los requerimientos de alta potencia, la necesidad de sensores, actuadores y controladores. La alternativa más utilizada, por tener menores costos y por su facilidad de implantación, es el amortiguamiento semiactivo o control semiactivo [2], que es un sistema caracterizado por amortiguadores magnetorreológicos y electrorreológicos [3, 4].

La mayoría de las investigaciones sobre el sistema de suspensión se realizan en base al modelo de un cuarto de vehículo. Las simplificaciones de masas puntuales y movimiento unidimensional permiten una buena representación del problema de controlar las variaciones de carga en las ruedas y controlar las fuerzas actuando en el sistema de suspensión.

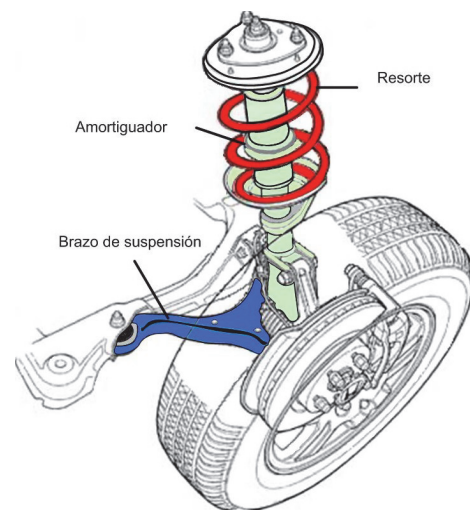


Fig. 1 Sistema de suspensión McPherson

En este trabajo se efectúa una revisión de los sistemas de suspensión activa y semiactiva, y de sus aplicaciones. Se presentan los avances realizados en el modelado y simulación de la dinámica vehicular. Se diseñan los modelos matemático y físico del sistema de suspensión usando los programas Simulink y SimMechanics, respectivamente, y se describe la implementación a partir de comandos de Matlab del modelo de un cuarto de vehículo de acuerdo a la función de transferencia y a la ecuación de estados del sistema, comparando las respuestas obtenidas. Finalmente, se efectúa una revisión de los diferentes sistemas de control aplicados en los sistemas de suspensión activa y semiactiva.

El trabajo se organiza de esta manera: los tipos de suspensiones se presentan en la sección 2; sus aplicaciones se revisan en la sección 3; el modelado y simulación de un cuarto de vehículo se realiza en la sección 4; finalmente, se presentan las conclusiones.

## 2. CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE SUSPENSIÓN

Los sistemas de suspensión vehicular se pueden clasificar de acuerdo al tipo de control que se ejerce sobre sus parámetros:

- La suspensión pasiva no efectúa ningún tipo de control. Sus parámetros son fijos y predeterminados.
- La suspensión activa controla las características de la suspensión mediante un actuador que incorpora energía al sistema.
- La suspensión semiactiva controla la rigidez del resorte o el coeficiente de amortiguamiento del amortiguador, sin ingresar energía mecánica al sistema.

### 2.1. El sistema de suspensión pasiva

La suspensión pasiva se caracteriza por no recibir directamente aplicación alguna de energía externa y está formada por un conjunto resorte, amortiguador y elementos de conexión, cuyos parámetros están fijados para absorber las perturbaciones generadas por el camino. La Figura 2 muestra un modelo de un sistema de suspensión pasiva en donde:  $M_2$  es la masa suspendida (chasis del vehículo);  $M_1$  es la masa no suspendida (neumático);  $K_2$  es la rigidez de la suspensión;  $K_1$  es la rigidez del neumático;  $B_2$  es el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión;  $B_1$  es el coeficiente de amortiguamiento del neumático. La línea curva en la parte inferior representa el terreno sobre el que se desplaza el neumático.

En un sistema de suspensión pasiva la variación de la carga estática se puede resolver mediante un mecanismo de regulación de nivel usando un sensor de posición [5]. Con la misma carrera de trabajo se han efectuado comparaciones del sistema de suspensión modificando la rigidez o el coeficiente de amortiguamiento y, a menos que la rugosidad del camino

favorezca la adherencia, los sistemas de suspensión pasiva tienen problemas en el confort o en la maniobrabilidad [1].

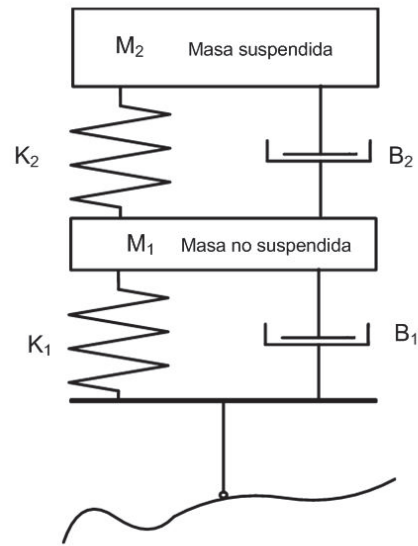


Fig. 2 Representación esquemática del sistema de suspensión pasivo

### 2.2. El sistema de suspensión activa

Una suspensión activa almacena, disipa e introduce energía al sistema por medio de actuadores, sensores y controladores. Los actuadores son cilindros (hidráulicos, neumáticos, eléctricos o magnéticos) que necesitan de energía externa para operar en el sistema. La Figura 3 muestra una representación esquemática del sistema de suspensión activa. Este modelo incluye un actuador mecánico cuyo accionar es determinado por los sensores y el controlador.

Los sensores se encargan de monitorizar el perfil de la carretera y, por medio de una realimentación de control a través de un computador, se producen señales eléctricas que se envían a los actuadores de las suspensiones delantera y posterior del vehículo.

Las aplicaciones prácticas de los sistemas de suspensión activa han sido facilitadas por el desarrollo en microprocesadores y electrónica desde mediados de los 1980's [6]. La suspensión activa permite resolver las numerosas restricciones que tiene el sistema de suspensión de un vehículo [7], debiendo considerar en su diseño las características del terreno. Además, este tipo de suspensión permite controlar las fuerzas que genera el camino [8].

Una suspensión activa puede incorporar en su diseño:

- Un actuador electro hidráulico con válvulas de control de presión reguladas por un controlador borroso-PID [9].
- Un actuador neumático electrónicamente controlado para regular la fuerza [10].
- Un control de presión en los neumáticos, para variar la amortiguación del sistema (neumáticos activos) [11].

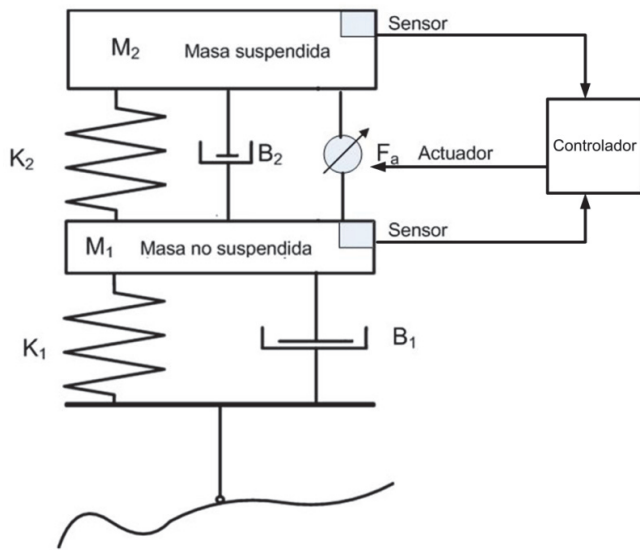


Fig. 3 Representación esquemática del sistema de suspensión activo

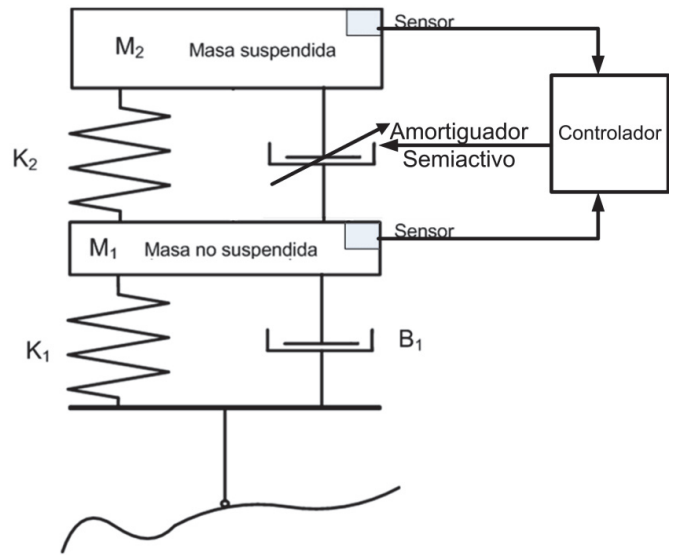


Fig. 4 Representación esquemática del sistema de suspensión semiactivo

- Un actuador electrodinámico o electromagnético, para producir energía eléctrica usando la energía de la vibración de la suspensión [12].
- Un condensador que almacena la energía de vibración, la cual es utilizada para generar la fuerza activa del sistema [13].

### 2.3. El sistema de suspensión semiactiva

Este tipo de suspensión se caracteriza por poseer amortiguadores cuyo coeficiente de amortiguamiento es modificado por un control externo. En estas suspensiones se controla únicamente la baja frecuencia con elementos activos, mientras que las frecuencias altas se regulan con elementos pasivos, por lo que usan resortes convencionales. La Figura 4 muestra una representación esquemática del sistema de suspensión semiactivo, en donde se observan los sensores y el amortiguador semiactivo.

Los amortiguadores semiactivos pueden ser clasificados de acuerdo al tipo de fluido en su interior:

- Los amortiguadores magnetorreológicos usan un fluido ferromagnético. El amortiguamiento es regulado por un electroimán, que controla el comportamiento de la suspensión [14].
- Los amortiguadores electrorreológicos. El amortiguamiento puede ser ajustado, variando el voltaje aplicado al fluido [15].
- Los amortiguadores hidro-neumáticos controlados electrónicamente [16].
- Los amortiguadores de fricción seca servo-controlados [17].

Para proporcionar un incremento en la calidad de conducción y maniobrabilidad, las estrategias de control de una suspensión semiactiva pueden usar:

- La relación de posición [18].
- La caída de presión a lo largo de una trayectoria y el control de la resistencia hidráulica [19].
- La velocidad vertical [20].
- Elementos internos piezoeléctricos que dan una rápida respuesta y una elevada fuerza de actuación [21].

El carácter no lineal de los amortiguadores semiactivos genera un comportamiento discontinuo de la fuerza produciendo un ruido audible, el cual se puede eliminar a partir de modificaciones del algoritmo de control básico y cambios en el hardware [22].

### 3. APLICACIONES DE LA SUSPENSIÓN ACTIVA-SEMIACTIVA

Las cargas dinámicas que se producen en máquinas, equipos y construcciones civiles ocasionan vibraciones que generan problemas estructurales o de funcionamiento, siendo necesaria la absorción o eliminación de estas vibraciones mediante un sistema de control activo para:

1. Evitar su propagación en la estructura como es el caso de:

- Un puente dotado de una suspensión flexible [23].
- La estructura de un edificio [24].
- Un microscopio de barrido tipo túnel [25].
- Una plataforma de lanzamiento espacial [26].
- Una plataforma flotante [27].
- Un pantógrafo de alta velocidad [28].

2. Obtener comodidad, estabilidad y seguridad como es el caso de:

- El sistema de suspensión de: un vehículo de transporte lunar de 6 ruedas [29]; un vehículo ligero [30]; un camión [31]; un tren de alta velocidad [32]; o una maquinaria agrícola [33].
- El asiento del conductor de un vehículo [34].
- Un manipulador montado sobre una plataforma móvil [35].
- Una estructura bio-mecánica [36].

### 3.1. Aplicaciones de la suspensión activa-semiactiva en la robótica móvil

Los robots móviles tienen alguna forma de suspensión activa y utilizan como medios de locomoción ruedas, orugas, patas y sistemas híbridos. La elección del tipo de locomoción depende de las condiciones de operación y de las características del terreno.

Los vehículos robóticos de ruedas-orugas se usan principalmente sobre superficies continuas poco inclinadas y para un amplio rango de velocidades. Usan los datos obtenidos por los sensores internos para:

- Suprimir la vibración del vehículo causada por la rugosidad del camino [37].
- Optimizar la movilidad vehicular de acuerdo con el tipo de terreno y con el rendimiento que se trata de obtener [38].
- Pasar sobre obstáculos más grandes que otros vehículos con suspensión pasiva o sin suspensión [39].
- Superar las desigualdades del terreno con estabilidad del cuerpo y de la carga del robot [40].

Los vehículos robóticos de patas se usan principalmente sobre superficies discontinuas e irregulares y para velocidades bajas y medias. Se usan los datos obtenidos por los sensores internos para:

- Conservar la estabilidad de la postura del cuerpo del robot [41].
- Controlar la fuerza para evitar el deslizamiento entre la pata del robot y el terreno [42, 43].
- Obtener una gran movilidad debido a que poseen mecanismos omnidireccionales [44].

Los vehículos robóticos híbridos tienen la ventaja de poder aprovechar el sistema de locomoción más apropiado a cada situación; resultan de la combinación de los sistemas anteriores. Por ejemplo, robots articulados y con orugas [45].

## 4. EL MODELADO Y SIMULACIÓN DE UN CUARTO DE VEHÍCULO

El modelo de un cuarto de vehículo, es generalmente usado para el análisis teórico y diseño del sistema de suspensión activa [46]. Este modelo ofrece una representación adecuada del problema de controlar las variaciones de carga en las ruedas y las fuerzas en el sistema de suspensión.

Sin considerar el amortiguamiento del neumático en el modelo de un cuarto vehículo, la teoría de control establece limitaciones debido a la falta de adaptabilidad de los coeficientes de la función de transferencia normalizada [47]. Si se considera el amortiguamiento del neumático, se logra reducir la aceleración vertical de la masa suspendida sin incrementar la carrera de la suspensión y la deflexión de la llanta [48].

La suspensión activa puede ser modelada como un sistema doble masa-resorte-amortiguador, como se muestra en la Figura 5. Las variables introducidas representan:  $Z_r$  el desplazamiento del camino,  $Z_1$  el desplazamiento del neumático,  $Z_2$  el desplazamiento del chasis,  $F_a$  la fuerza del actuador.

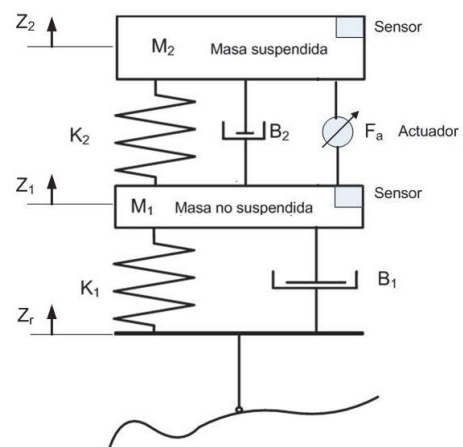


Fig. 5 Modelo de un cuarto de vehículo con suspensión activa.

Cuando el sistema se encuentra en equilibrio, en los resortes actúa una fuerza inicial que está dada por:

$$F_{01} = (M_2 + M_1)g \quad F_{02} = M_2g \quad (1)$$

considerando la fuerza en el actuador del sistema  $F_a = 0$ .

Las ecuaciones diferenciales del modelo pueden ser representadas como:



$$M_2 \ddot{Z}_2 = F_a - B_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) - (-F_{02} + K_2(Z_2 - Z_1)) \quad (2)$$

$$M_1 \ddot{Z}_1 = -F_a + B_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) + (-F_{02} + K_2(Z_2 - Z_1)) - M_1 g - B_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_r) - (-F_{01} + K_1(Z_1 - Z_r)) \quad (3)$$

Al simplificar, las fuerzas gravitacionales se eliminan, por lo tanto no afectan al comportamiento dinámico del sistema.

$$M_2 \ddot{Z}_2 = F_a - B_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) - K_2(Z_2 - Z_1) \quad (4)$$

$$M_1 \ddot{Z}_1 = -F_a + B_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) + K_2(Z_2 - Z_1) - B_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_r) - K_1(Z_1 - Z_r) \quad (5)$$

En la Figura 6 se muestran los modelos físico y matemático del sistema de un cuarto de vehículo implementados en dos programas de simulación conocidos. El primer modelo (parte superior de la figura) es desarrollado mediante el programa SimMechanics; el segundo modelo (parte inferior) se genera representando las ecuaciones diferenciales (4) y (5) en el programa Simulink. Los parámetros utilizados para la simulación de la suspensión se muestran en la Tabla 1.

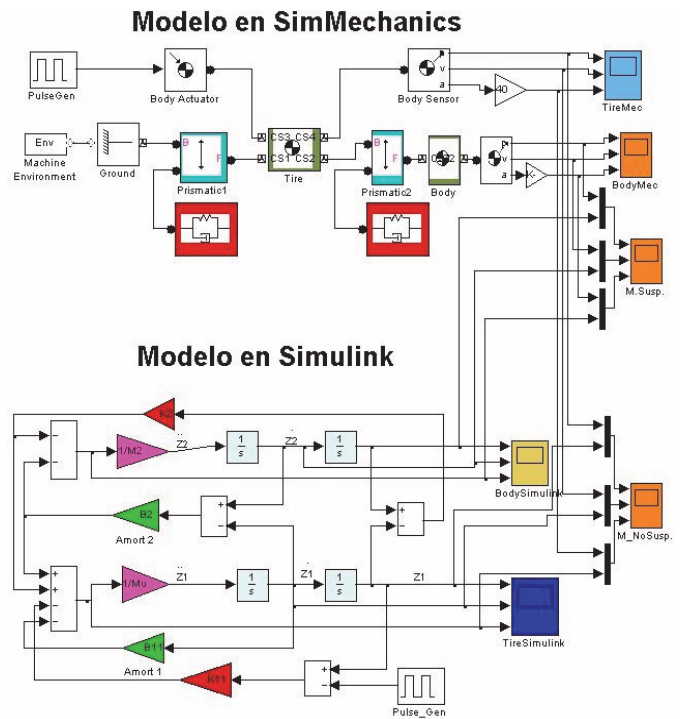


Fig. 6 Modelado de la suspensión en SimMechanics y Simulink.

TABLA 1  
PARÁMETROS DEL MODELO

Denominación	Símbolo	Cantidad	Unidad
Masa suspendida	$M_2$	250	kg
Masa no suspendida	$M_1$	40	kg
Rigidez suspensión	$K_2$	28000	N/m
Rigidez neumático	$K_1$	125000	N/m
Amortig. suspensión	$B_2$	2000	N*s/m
Amortig. neumático	$B_1$	100	N*s/m

Es importante anotar que en ambos modelos se utiliza la misma señal de entrada (el camino), siendo esta perturbación simulada mediante un generador de pulsos de tipo onda cuadrada. Las salidas correspondientes de los modelos se alimentan a un mismo graficador para analizar y comparar sus respuestas.

La co-simulación de estos modelos permite efectuar la comparación del movimiento y las fuerzas actuando en la masa suspendida. El graficador denominado “M.Susp.” proporciona la Figura 7, en la cual se observan los gráficos de desplazamiento, velocidad y fuerza vs. el tiempo para la masa suspendida. La Figura 8 producida por el graficador llamado “M.NoSusp.” muestra la variación de los parámetros cinemáticos anteriores para la masa no suspendida.

Observando las Figuras 7 y 8 se nota que las respuestas de ambos modelos producen una única señal de salida en cada caso, lo que implica una correspondencia exacta entre el modelo generado por Simulink y el de SimMechanics.

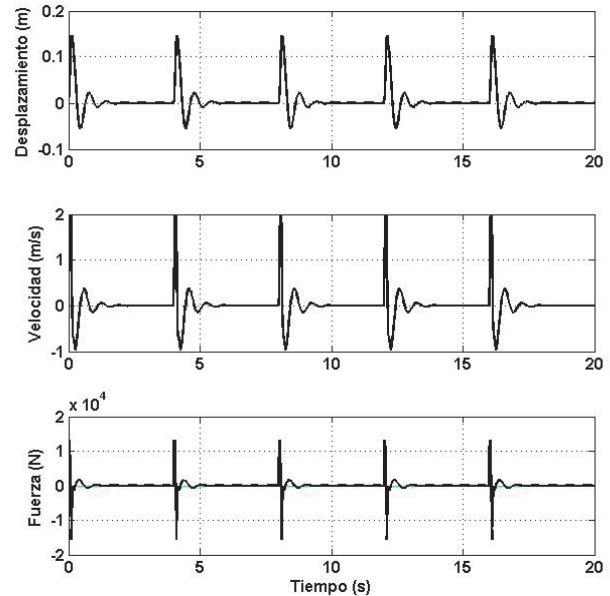


Fig. 7 Superposición de respuestas para el desplazamiento, la velocidad, y la fuerza en la masa suspendida.

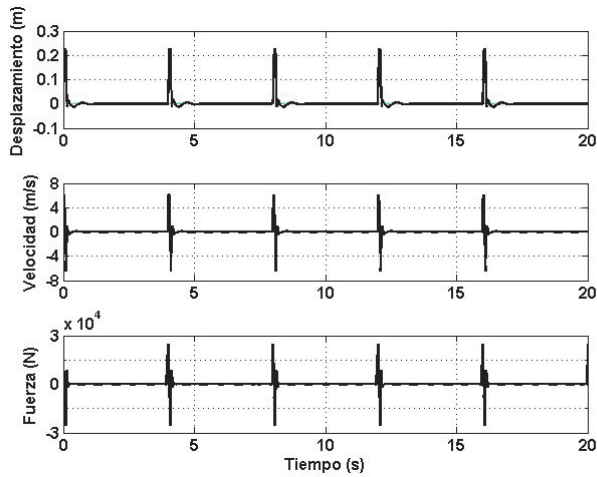


Fig. 8 Superposición de respuestas para el desplazamiento, la velocidad, y la fuerza en la masa no suspendida.

Para la determinación de la función de transferencia (FT) se aplica la transformada de Laplace al sistema de ecuaciones diferenciales del movimiento dado por las ecuaciones (4) y (5). Si, adicionalmente, se consideran nulas las condiciones iniciales se obtiene:

$$(M_2s^2 + B_2s + K_2)Z_2(s) - (B_2s + K_2)Z_1(s) = 0 \quad (6)$$

$$B_a = B_1 + B_2 \iff K_a = K_1 + K_2$$

$$(M_1s^2 + B_as + K_a)Z_1(s) - (B_2s + K_2)Z_2(s) - (B_1s + K_1)Z_r(s) = 0 \quad (7)$$

Este sistema de ecuaciones se expresa en su forma matricial así:

$$\begin{bmatrix} M_1s^2 + B_as + K_a & -(B_2s + K_2) \\ -(B_2s + K_2) & M_2s^2 + B_2s + K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(s) \\ Z_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1s + K_1 \\ 0 \end{bmatrix} Z_r(s) \quad (8)$$

Mediante la aplicación de la regla de Cramer se determinan  $Z_1(s)$  y  $Z_2(s)$ :

$$Z_1(s) = \frac{\begin{bmatrix} M_1s^2 + B_as + K_a & (B_1s + K_1)Z_r(s) \\ -(B_2s + K_2) & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} M_1s^2 + B_as + K_a & -(B_2s + K_2) \\ -(B_2s + K_2) & M_2s^2 + B_2s + K_2 \end{bmatrix}} \quad (9)$$

$$Z_2(s) = \frac{\begin{bmatrix} (B_1s + K_1)Z_r(s) & -(B_2s + K_2) \\ 0 & M_2s^2 + B_2s + K_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} M_1s^2 + B_as + K_a & -(B_2s + K_2) \\ -(B_2s + K_2) & M_2s^2 + B_2s + K_2 \end{bmatrix}} \quad (10)$$

De donde se pueden encontrar las relaciones de funciones de transferencia correspondientes:

$$C = M_2B_1 + M_2B_2 + M_1B_2 \quad (11)$$

$$D = K_1M_2 + K_2M_2 + B_1B_2 + M_1K_2 \quad (12)$$

$$\frac{Z_1}{Z_r} = \frac{B_1B_2s^2 + (B_1K_2 + B_2K_1)s + K_1K_2}{M_1M_2s^4 + Cs^3 + Ds^2 + (B_1K_2 + B_2K_1)s + K_1K_2} \quad (13)$$

$$\frac{Z_2}{Z_r} = \frac{((B_1s + K_1)(M_2s^2 + (B_2s + K_2)))}{M_1M_2s^4 + Cs^3 + Ds^2 + (B_1K_2 + B_2K_1)s + K_1K_2} \quad (14)$$

Con los parámetros del modelo y las funciones de transferencia se genera la gráfica de la posición del chasis y del neumático para un determinado tipo de entrada, mediante el uso de los comandos de Matlab mostrados en la Figura 9.

La Figura 10 es generada usando la función de transferencia y representa la respuesta del sistema a la función de onda cuadrada.

```
num1 = [B1*B2, (B1*K2+B2*K1), K1*K2 ];
num2 = [M2*B1, M2*K1+B1*B2, B2*K1, K1*K2];
den = [M1*M2, (M2*B1+M2*B2+M1*B2),
       (K1*M2+K2*M2+B1*B2+M1*K2), (B1*K2+K1*B2), K1*K2];
G_Z2 = tf(num2,den); % tf para la posicion del chasis
G_Z1 = tf(num1,den); % tf para la posicion de la llanta
[Zr,t]=gensig('square',4,20,0.01); % Onda cuadrada para la carretera
Z2 = lsim(G_Z2,Zr,t); % posicion relativa del chasis
Z1 = lsim(G_Z1,Zr,t); % posicion relativa de la llanta
plot(t,Zr,'k-',t,Z2,'r-',t,Z1,'b-', 'linewidth',2); % grafica Zr, Z2 y Z1
title('Usando la funcion de transferencia (FT)');
grid on;
```

Fig. 9 Comandos de Matlab para la FT.

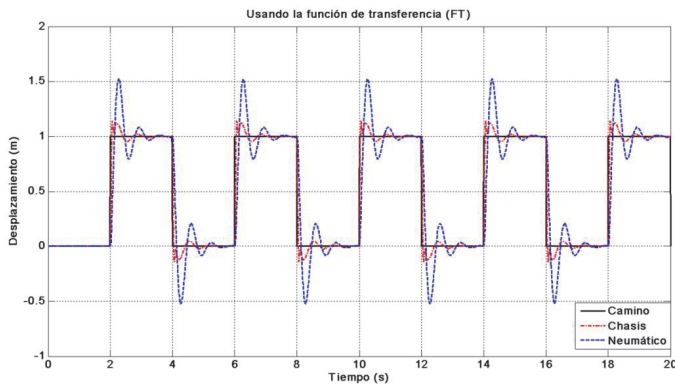


Fig. 10 Desplazamiento del chasis y del neumático con la función de transferencia.

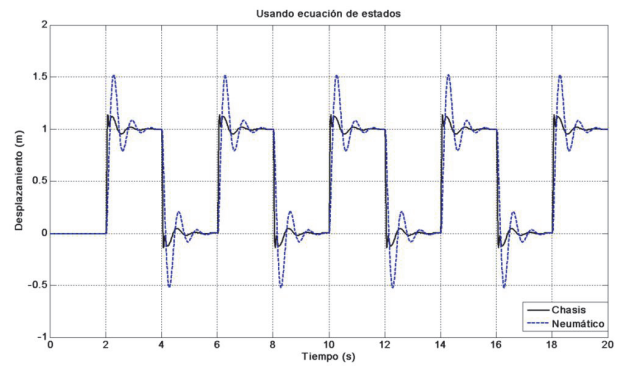


Fig. 12 Desplazamiento del chasis y del neumático con la ecuación de estados.

La representación en matrices del espacio de estados (SS) del juego de ecuaciones diferenciales lineales que describen la dinámica del sistema son:

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (15)$$

La aproximación del espacio de estados, es una forma conveniente de modelar un sistema con múltiples entradas y salidas. Los coeficientes A, B, C, y D utilizados en la ecuación (15) corresponden a las matrices indicadas en las ecuaciones (16) y (17).

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_2}{M_2} & -\frac{B_2}{M_2} & 0 & \frac{B_2}{M_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_2}{M_1} & \frac{B_2}{M_1} & -\frac{K_1}{M_1} & -\frac{(B_2+B_1)}{M_1} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ \frac{B_1}{M_1} & -1 \end{bmatrix}}_B \begin{bmatrix} \dot{Z}_r \\ F_a \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_2}{M_2} & -\frac{B_2}{M_2} & 0 & \frac{B_2}{M_2} \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_D \begin{bmatrix} \dot{Z}_r \\ F_a \end{bmatrix} \quad (17)$$

A partir de la función de transferencia, se obtiene la ecuación de estados correspondientes al sistema, y sus respuestas ante diferentes señales de entrada, usando los comandos de Matlab mostrados en la Figura 11. La Figura 12 muestra la respuesta del sistema, representado por la ecuación de estados, a la función de onda cuadrada usada en los casos anteriores. Comparando las Figuras 10 y 12 se observa una exacta correspondencia ambas respuestas.

```
figure(2);
H=[G_Z2;G_Z1];
sys=ss(H,'min');
plot(lsim(sys,Zr,t));
title('Usando ecuacion de estados');
grid on;
```

Fig. 11 Comandos de Matlab para la SS

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se realizó una descripción general de los sistemas de suspensión de un vehículo además de una revisión de las investigaciones realizadas en esta temática. Las diferencias entre los distintos tipos de sistemas de suspensión se han presentado, mostrando las ventajas de los sistemas de suspensión activa y semiactiva con respecto al sistema de suspensión pasiva para equilibrar la maniobrabilidad del vehículo con el confort de los pasajeros.

Se desarrollaron los modelos matemático y físico para la suspensión de un cuarto de vehículo y se efectuó su simulación utilizando las herramientas informáticas Simulink y SimMechanics, encontrándose una total correspondencia en sus respuestas. El análisis con el programa Matlab del modelo de un cuarto de vehículo mediante los conceptos de función de transferencia y de la ecuación de estados también muestra respuestas equivalentes. La gran similitud en los resultados de las tres aproximaciones presentadas en este trabajo permite verificar la variedad de formas en que es posible simular un sistema de suspensión.

## REFERENCIAS

- [1] Sharp, R. S., and S. A. Hassan. "The relative performance capabilities of passive, active and semi-active car suspension systems." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Transport Engineering* 200.3 (1986): 219-228.
- [2] Lou, Z., R. D. Ervin, and F. E. Filisko. "A preliminary parametric study of electrorheological dampers." *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME* 116.3 (1994): 570-576.
- [3] Lee, Hwan-Soo, and Seung-Bok Choi. "Control and response characteristics of a magneto-rheological fluid damper for passenger vehicles." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 11.1 (2000): 80-87.
- [4] Sassi, Sadok, et al. "An innovative magnetorheological damper for automotive suspension: from design to experimental characterization." *Smart Materials and Structures* 14.4 (2005): 811.
- [5] Jianmin, Sun, and Yang Qingmei. "On vibration control methods of vehicle." *Control Conference, 2007. CCC 2007. Chinese*. IEEE, 2007.
- [6] Thompson, A. G., and B. R. Davis. "A technical note on the lotus suspension patents." *Vehicle System Dynamics* 20.6 (1991): 381-383.

- [7] Ma, M-M., and H. Chen. "Disturbance attenuation control of active suspension with non-linear actuator dynamics." *IET control theory & applications* 5.1 (2011): 112-122.
- [8] Savaresi, Sergio M., et al. "New regressors for the direct identification of tire deformation in road vehicles via "in-tire" accelerometers." *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 16.4 (2008): 769-780.
- [9] Xinjie, Ji, and Li Shengjin. "Design of the fuzzy-PID controller for new vehicle active suspension with electro-hydrostatic actuator." *Industrial Electronics and Applications, 2009. ICIEA 2009. 4th IEEE Conference on*. IEEE, 2009.
- [10] Bhandari, V., and S. C. Subramanian. "Development of an electronically controlled pneumatic suspension for commercial vehicles." *Power, Control and Embedded Systems (ICPACES), 2010 International Conference on*. IEEE, 2010.
- [11] Doniselli, Carlo, and Giampiero Mastinu. "Theoretical considerations About Active Pneumatic Tyres." *Vehicle System Dynamics* 20.sup1 (1992): 114-129.
- [12] Kowal, Janusz, et al. "Energy recovering in active vibration isolation system—results of experimental research." *Journal of Vibration and Control* 14.7 (2008): 1075-1088.
- [13] Gysen, Bart LJ, et al. "Design aspects of an active electromagnetic suspension system for automotive applications." *IEEE transactions on industry applications* 45.5 (2009): 1589-1597.
- [14] Choi, Seung-Bok, Hwan-Soo Lee, and Young-Pil Park. "H8 Control Performance of a Full-Vehicle Suspension Featuring Magnetorheological Dampers." *Vehicle System Dynamics* 38.5 (2002): 341-360.
- [15] Kuo, W. H., et al. "Semi-active control of vehicle suspension system using electrorheological dampers." *Automotive Electronics, 2007 3rd Institution of Engineering and Technology Conference on*. IET, 2007.
- [16] Yan, Li, and Liu Shaojun. "Preview control of an active vehicle suspension system based on a four-degree-of-freedom half-car model." *Intelligent Computation Technology and Automation, 2009. ICICTA'09. Second International Conference on*. Vol. 1. IEEE, 2009.
- [17] Guglielmino, Emanuele, and Kevin A. Edge. "A controlled friction damper for vehicle applications." *Control Engineering Practice* 12.4 (2004): 431-443.
- [18] Fischer, Daniel, and Rolf Isermann. "Mechatronic semi-active and active vehicle suspensions." *Control engineering practice* 12.11 (2004): 1353-1367.
- [19] Redfield, Robin C. "Low-bandwidth semi-active damping for suspension control." *American Control Conference, 1990*. IEEE, 1990.
- [20] Sankaranarayanan, V., et al. "Semiactive suspension control of a light commercial vehicle." *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 13.5 (2008): 598-604.
- [21] Or, S. W., et al. "Development of magnetorheological dampers with embedded piezoelectric force sensors for structural vibration control." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 19.11 (2008): 1327-1338.
- [22] Miller, Lane R., and Charles M. Nobles. *Methods for eliminating jerk and noise in semi-active suspensions*. No. 902284. SAE Technical Paper, 1990.
- [23] Abdel-Rohman, Mohamed, Mariam J. John, and Mohamed F. Hassan. "Compensation of time delay effect in semi-active controlled suspension bridges." *Journal of Vibration and Control* 16.10 (2010): 1527-1558.
- [24] Lee, Heon-Jae, et al. "An experimental study of semiactive modal neuro-control scheme using MR damper for building structure." *Journal of intelligent material systems and structures* 19.9 (2008): 1005-1015.
- [25] Lan, Kuo-Jung, Jia-Yush Yen, and John A. Kramar. "Sliding mode control for active vibration isolation of a long range scanning tunneling microscope." *Review of scientific instruments* 75.11 (2004): 4367-4373.
- [26] Zhu, Wen-Hong and B. Tryggvason (2004). On active acceleration control of vibration isolation systems. In: *43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Vol. 4. pp. 4363 – 4368.
- [27] Song, Chunsheng, Zude Zhou, and Yefa Hu. "Semi-Active Mode Fuzzy Control for Multi-Dof Floating Raft Isolation System with Magnetic Suspension Isolators." *Power and Energy Engineering Conference, 2009. APPEEC 2009. Asia-Pacific*. IEEE, 2009.
- [28] Allotta, Benedetto, Luca Pugi, and Fabio Bartolini. "Design and experimental results of an active suspension system for a high-speed pantograph." *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics* 13.5 (2008): 548-557.
- [29] Bluethmann, Bill, et al. "An active suspension system for lunar crew mobility." *Aerospace Conference, 2010 IEEE*. IEEE, 2010.
- [30] Shiao, Yaojung, Chun-chi Lai, and Quang-Anh Nguyen. "The analysis of a semi-active suspension system." *SICE Annual Conference 2010, Proceedings of IEEE*, 2010.
- [31] Chen, Y., J. He, X. Li, Jia Peng and M. Gao (2008). A study on matching and multi-objective fuzzy control strategy of heavy truck suspension system. In: *International Symposium on Computational Intelligence and Design*. Vol. 1. pp. 91 – 94.
- [32] Yi-kai, Chen, et al. "A study on matching and multi-objective fuzzy control strategy of heavy truck suspension system." *Computational Intelligence and Design, 2008. ISC'D'08. International Symposium on*. Vol. 1. IEEE, 2008.
- [33] Biral, F., et al. "Modelling, control and design of heavy duty suspension systems." *Advanced Motion Control, 2008. AMC'08. 10th IEEE International Workshop on*. IEEE, 2008.
- [34] Tanovic, Omer, and Senad Huseinbegovic. "Hybrid fuzzy-neural network structure for vehicle seat vibration isolation." *Control and Automation, 2009. ICCA 2009. IEEE International Conference on*. IEEE, 2009.
- [35] Lew, Jae Y., and Suk-Min Moon. "Active damping control of compliant base manipulators." *Intelligent Robots and Systems, 1999. IROS'99. Proceedings. 1999 IEEE/RSJ International Conference on*. Vol. 2. IEEE, 1999.
- [36] Kazerooni, Hami, Andrew Chu, and Ryan Steger. "That which does not stabilize, will only make us stronger." *The International Journal of Robotics Research* 26.1 (2007): 75-89.
- [37] Tani, Kazuo, and Nobumasa Shirai. "Active suspension four-wheel model for a terrain robot." *Intelligent Robots and Systems' 89. The Autonomous Mobile Robots and Its Applications. IROS'89. Proceedings., IEEE/RSJ International Workshop on*. IEEE, 1989.
- [38] Zanella, M., Th Koch, and F. Scharfeld. "Development and Structuring of Mechatronic Systems, Exemplified by the modular Vehicle X-mobile." *Advanced Intelligent Mechatronics, 2001. Proceedings. 2001 IEEE/ASME International Conference on*. Vol. 2. IEEE, 2001.
- [39] Horiuchi, E., N. Shirai, K. Tani, S. Usui and S. Hirobe (1989). Computer controlled active suspension for a wheeled terrain robot vehicle. Design and Components: Computer Applications in the *Automotive Industry/Advanced Control in Automotive Technology* pp. 255–263.
- [40] Siegwart, Roland, et al. "Innovative design for wheeled locomotion in rough terrain." *Robotics and Autonomous systems* 40.2 (2002): 151-162.
- [41] Huang, Qingjiu, Yasuyuki Fukuhara, and C. H. E. N. Xuedong. "Posture and vibration control based on virtual suspension model using sliding mode control for six-legged walking robot." *Journal of System Design and Dynamics* 1.2 (2007): 180-191.
- [42] Alexandre, Paul, and André Preumont. "Force control of a six-legged walking machine." *COLLOQUIUM DIGEST-IEE. IEE INSTITUTION OF ELECTRICAL ENGINEERS*, 1996.
- [43] Waldron, Kenneth J., and Muhammad E. Abdallah. "An optimal traction control scheme for off-road operation of robotic vehicles." *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 12.2 (2007): 126-133.
- [44] Raibert, Marc, et al. "Bigdog, the rough-terrain quadruped robot." *Proceedings of the 17th world congress*. Vol. 17. No. 1. Proceedings Seoul, Korea, 2008.
- [45] Ben-Tzvi, Pinhas, Andrew A. Goldenberg, and Jean W. Zu. "Design and analysis of a hybrid mobile robot mechanism with compounded locomotion and manipulation capability." *Journal of Mechanical Design* 130.7 (2008): 072302.
- [46] Hrovat, Davor. "Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications." *Automatica* 33.10 (1997): 1781-1817.
- [47] Karnopp, Dean. "Theoretical limitations in active vehicle suspensions." *Vehicle System Dynamics* 15.1 (1986): 41-54.
- [48] Akcay, Huseyin, and Semiha Turkyay. "RMS performance limitations and constraints for quarter-car active suspensions." *Control and Automation, 2008 16th Mediterranean Conference on*. IEEE, 2008.