

Gráficos de control R con intervalos de muestreo variables y amplitudes desiguales en sus áreas de muestreo

Sandra Guadalupe Hernández-Aguilar

Instituto Tecnológico de Celaya, Celaya, Guanajuato, México, sandraghaguilar@hotmail.com

José Antonio Vázquez-López

Instituto Tecnológico de Celaya, Celaya, Guanajuato, México, antonio.vazquez@itcelaya.edu.mx

Vicente Figueroa-Fernández

Instituto Tecnológico de Celaya, Celaya, Guanajuato, México, vicente.figueroa@itcelaya.edu.mx

Miguel Ángel Melchor-Navarro

Instituto Tecnológico de Celaya, Celaya, Guanajuato, México, miguel.melchor@itcelaya.edu.mx

Paloma Teresita Gutiérrez-Rosas

Instituto Tecnológico de Celaya, Celaya, Guanajuato, México, palomagt89@hotmail.com

RESUMEN

En esta investigación se compararon los gráficos de control R (GC R) con intervalos de muestreo fijos (IMF) contra los GC R con intervalos de muestreo variables (IMV) determinando su eficiencia para detectar señales de fuera de control ante cambios pequeños y grandes en la varianza de un proceso. Dentro del control estadístico de procesos es importante una detección pronta de estas señales para tomar a la brevedad posible las acciones que ubiquen al proceso bajo control y así evitar pérdidas por la manufactura de producto fuera de especificaciones. Se analizó también el comportamiento de los GC R con IMV modificándolos en las amplitudes de las áreas de muestreo que se generan al utilizar IMV. Estas áreas son una de las diferencias más importantes entre un GC R tradicional y el GC R bajo estudio. La modificación realizada en las áreas de muestreo se analizó con la finalidad de determinar las amplitudes más convenientes a utilizar en un GC R para una pronta detección de señales de fuera de control y una reducción del número de muestras para señal. Se obtuvieron resultados más favorables en la eficiencia de GC R con IMV que los GC R con IMF.

Palabras claves: Intervalos de muestreo, señal de fuera de control, tiempo de señal, número de muestras para señal.

ABSTRACT

In this investigation compared the control charts R with fixed sampling intervals versus the control charts R with variable sampling intervals was determined its efficiency to detect signal out the control limits with small and large changes in the variance of a process. In statistical process control is important detect early these signals to take action as soon as possible for locate the process under control to avoid loss of product manufacturing outside specs. We also analyzed the behavior of the control charts R with variable sampling intervals by modifying sampling areas amplitudes generated by using variable sampling intervals. These areas are one of the most important differences between control charts R traditional and the control charts under studied. The modifications made to the sampling areas were analyzed to determine amplitudes most convenient to use in control charts R for early detection of signals out of control and reduced number of samples to signal. Favorable results were obtained in the efficiency of control charts R with variable sampling intervals over control charts R with fixed sampling intervals.

Keywords: Sampling Intervals, signal of out the control limits, time to signal, number of samples to signal.

1. INTRODUCCIÓN

Las cartas o gráficos de control (GC) de Shewhart (1931) se utilizan en el control estadístico de procesos para analizar el comportamiento de una variable aleatoria usando muestras extraídas del proceso con determinada frecuencia Quintana et al.,(2011). Este trabajo se centra en los GC de rangos (R) en los que se analiza la varianza del proceso utilizando el rango de pequeños subgrupos de muestras extraídos al mismo tiempo Ryan (2011).

En los GC R se utiliza una línea central que representa el valor esperado del rango y dos líneas de control ubicadas a más y menos una distancia múltiplo de la desviación estándar del rango medio, que son nombradas como límites de control Montgomery (2004), Gutiérrez-Pulido (2005). Entre estas líneas se grafica la información obtenida de las muestras del proceso bajo estudio, es decir cada rango se ubica en el GC R y cuando uno de ellos se encuentre fuera de los límites de control entonces se dice que hay una señal de fuera de control, Western Electric (1956). En esta investigación al tiempo transcurrido desde el inicio del proceso hasta que se presenta la señal de fuera de control se nombra tiempo de señal (TS) y al número de muestras extraídas desde el inicio del proceso hasta que se presenta la señal de fuera de control se nombra como número de muestras para señal (NMS) Lazariv et al., (2012).

El muestreo para los GC se realiza cada un determinado intervalo de tiempo, Orlandoni-Merli (2012), sin embargo Reynolds et al.,(1988) demostraron que una carta de control \bar{X} con dos intervalos de tiempo diferentes para el muestreo conduce con mayor rapidez a detectar una muestra fuera de control que una carta que define un solo intervalo de tiempo para muestreo. Ellos proponen un GC \bar{X} en el que el tiempo que transcurre para el muestreo depende de lo observado en la última muestra, utilizaron los límites de control tradicionales de $\mu \pm 3\sigma$ y dos límites más definidos como $\mu \pm \gamma\sigma$ donde γ es un múltiplo de la desviación estándar. Siguiendo su metodología el GC se divide en dos áreas de muestreo indicadas como área 1 (A1) que abarca del límite inferior de control hasta $\mu - \gamma\sigma$ y de $\mu + \gamma\sigma$ hasta el límite superior de control y como área 2 (A2) el área comprendida desde $\mu - \gamma\sigma$ hasta $\mu + \gamma\sigma$ esto puede visualizarse en la figura 1 que denota las áreas de muestreo del GC R. El valor de γ que propicia que la probabilidad de que un rango se ubique tanto en A1 como en A2 sea la misma es 0.6766 de acuerdo a Prybutok et al.,(1997)

Los intervalos de tiempo para muestreo Gutiérrez & Vara (2009) son definidos en función de la longitud de muestreo L usada para una carta con intervalos de muestreo fijo (IMF), denotando $d_1 = 0.1L$ como el intervalo corto utilizado cuando la última muestra se ubica en el área más cercana a los límites de control ubicados en $\mu \pm 3\sigma$ (A1) con el supuesto que la siguiente muestra es más susceptible de encontrarse fuera de los límites de control y se denota $d_2 = 1.9L$ como el intervalo más largo que se aplica cuando la última muestra se ubicó en el área A2 y por lo tanto es menos posible que la siguiente muestra aparezca fuera de los límites de control.

De igual forma Moreno-Cortés & Vargas-Navas (2000) desarrollaron una propuesta de utilizar intervalos de muestreo variables (IMV) en los GC R con las bases teóricas de Reynolds et al., (1988) quienes utilizaron IMV en los GC \bar{X} para comparar la eficiencia que presenta un GC \bar{X} con IMF y un GC \bar{X} con IMV.

El propósito de esta investigación fue comparar los GC R con IMV contra los GC R con IMF para conocer la eficiencia de un GC R frente otro y aprobar la propuesta de Moreno-Cortés & Vargas-Navas (2000), así como continuar el análisis que ellos sugieren; el cual consiste en analizar el comportamiento de los GC R con IMV cuando las amplitudes de las áreas 1 y 2 son modificadas a través del valor de γ , es decir que la probabilidad de que el rango de la muestra se ubique en cualquiera de las dos áreas del gráfico sea diferente y de esta manera establecer propuestas de las amplitudes más convenientes para el área 1 y 2.

Este artículo está dividido en cuatro secciones incluyendo esta introducción, en la segunda sección de éste trabajo se aborda la metodología utilizada tanto para generar las muestras como los resultados a través de simulación de datos, en la tercer parte se describen los resultados obtenidos del análisis de los GC R y finalmente aparece la discusión donde se presenta la comparación entre los resultados obtenidos con esta investigación y la información de las investigaciones previas a cerca de los GC con IMV.

2. MÉTODO

Para la comparación de la GC R con IMV e IMF se construyeron los GC de acuerdo con Reynolds et al., (1988) con respecto al número de regiones o áreas de muestreo, se propone una carta R con dos intervalos de muestreo que generan dos áreas de muestreo definidas de la siguiente manera:

$$A_1 = (0; \bar{R} - \beta' \sigma_R] U [\bar{R} + \beta' \sigma_R; \bar{R} + 3\sigma_R) \quad e \quad A_2 = (\bar{R} - \beta' \sigma_R] U [\bar{R} + \beta' \sigma_R)$$

Donde \bar{R} denota el rango medio del proceso, σ_R es la desviación estándar de los rangos y β' es un múltiplo de la desviación estándar y se define haciendo que la probabilidad de que una muestra se ubique en cualquiera de las dos áreas sea igual. Para la carta \bar{X} Prybutok et al.,(1997), muestran que el valor que satisface esta condición es 0.6766. Este valor se utilizará para la primer parte de esta investigación mientras que en la segunda parte se utilizan valores de β' diferentes para variar las probabilidades de que un rango se encuentre en una área u otra.

La metodología utilizada se basa en la investigación de Moreno-Cortés & Vargas-Navas (2000) en la cual se hace uso de simulación de datos en un paquete estadístico. En la presente investigación se utilizó Matlab (The Mathworks Inc., 2009) y el método se describe de la siguiente manera:

1. Se generaron 10,000 muestras aleatorias de tamaño 5, provenientes de una distribución normal estándar, a cada una se le calculó el valor del rango muestral. A partir de estos 10,000 rangos se hace la estimación de σ_R y \bar{R} , estos valores se utilizan para construir los límites de las regiones de control. Se parte del supuesto de que los rangos de las muestras poseen igual probabilidad de pertenecer a cualquiera de las áreas de muestreo A1 o A2. El valor de β' que cumple con esta condición de igualdad es 0.68.
2. Se generaron 10,000 nuevas muestras de tamaño 5, a las que se les calcula el rango muestral. Se define la longitud del intervalo de muestreo para la GC R con IMF, L=10 de esta manera se dejan pasar 10 unidades de tiempo, se toma la muestra en la unidad de tiempo 11, se calcula su rango y se observa si el rango en tiempo 11 (R11) pertenece a A1, A2, o si no pertenece a ninguna de las dos regiones, lo que indicará que se tiene una señal de fuera de control. Cuando pertenece a A2 la siguiente muestra se toma después de 1.9L unidades de tiempo; cuando pertenece a A1 la muestra siguiente se toma después de 0.1L unidades de tiempo y cuando R11 se ubica fuera de los límites de control se detiene el proceso. Por su parte la carta con intervalos de muestreo fijo deja pasar 10 unidades de tiempo entre cada muestra y en caso de que se encuentre fuera de los límites control se detiene el proceso.
3. Cuando se calculan los 10,000 rangos se simula su ubicación en el GC R y se identifica la primera muestra fuera de los límites de control. De esta manera se identifica el valor de TS y NMS, para obtener el tiempo promedio de señal (TPS) y el número promedio de muestras para señal (NPMS) se repite el procedimiento de generación y ubicación de los 10,000 rangos 2,000 veces para sumar todos los TS y todos los NMS y promediar para hacer las comparaciones de TPS y NPMS entre las dos cartas de control tanto con IMV como con IMF.

Se compararon también los GC R con IMF e IMV introduciendo cambios en la varianza de X% de muestras distribuidas de forma aleatoria es decir: (100-X)% N(0,1) + X%, N(0,Valor de varianza), esto para conocer el comportamiento de los gráficos tras una variación poco o muy significativa en la muestra, se utilizó la misma metodología ya descrita, únicamente cambió la manera de generar las muestras insertando aleatoriamente X% de la muestra con varianza: 4, 9, 25 y 100.

Al finalizar las comparaciones del GC con IMV e IMF se continúa con la segunda parte del análisis del GC R únicamente con IMV, la metodología fue la ya descrita y se utilizó nuevamente una distribución normal estándar, la diferencia consistió en la asignación de 30 valores diferentes a β' desde 0 hasta 3, por lo tanto esto modificó la amplitud del área 1 y 2, provocando que las probabilidades de que un rango muestral se ubique en un área u otra sean diferentes como puede visualizarse en la figura 1.

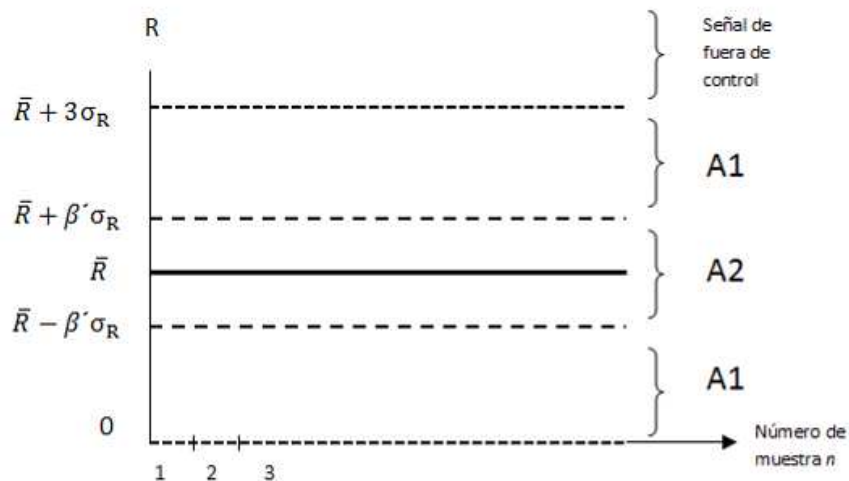


Figura 1: Gráfico de control R con IMV

En la figura 1 se aprecia que asignar con $\beta' = 0$ convierte el GC con IMV en un GC R con IMF y con $\beta' = 3$ los límites de A2 son los mismos límites del A1, esta fue la razón que delimitó los valores de β' analizados.

3. RESULTADOS

De la primer parte de la investigación que consistió en la comparación de los GC R con IMV se obtuvo como resultado la información que se presenta en la tabla 1.

Tabla 1: TPS y NPMS de GC R con IMV e IMF utilizando muestras con distribución normal estándar

TPS (Unidades de tiempo)		NPMS (Número de muestras)	
IMV	IMF	IMV	IMF
2195.6	2210	216.778	218.2722

En la tabla 1 se presenta el resultado de la comparación de las GC con IMV e IMF, en ambos gráficos se utilizaron datos provenientes de una distribución normal estándar, se obtuvo un valor menor de TPS por 14.4 unidades de tiempo cuando se utilizan IMV que usando IMF, referente al NPMS se necesitaron 1.4942 muestras menos al utilizar IMV.

Para determinar cuál de las dos GC R del estudio detecta más rápido cambios pequeños y grandes de varianza en el proceso, se modificó la varianza en las muestras de la siguiente manera: $(100-X\%) N(0,1) + X\% (0, \text{Varianza})$.

En la tabla 2 la comparación de TPS y NPMS que se realizó cuando la varianza de X% de las muestra fue 4, se obtuvo como resultado que fue menor el TPS y NPMS. Además de que disminuyó el TPS y NPMS a medida que aumenta el porcentaje de muestras alteradas en varianza.

Tabla 2: TPS y NPMS de GC R con IMV e IMF utilizando muestras con una distribución mixta (100-X) % N(0,1)+X% N(0,4)

X	TPS (Unidades de tiempo)		NPMS (Número de muestras)	
	IMV	IMF	IMV	IMF
%				
0	2195.6	2210	216.778	218.2722
5	438.26	479.94	43.2246	46.195
10	208.69	239.4952	20.5813	27.0452
15	143.223	154.7712	14.1256	14.4428
20	92.4599	103.8143	9.1191	9.3238
25	81.1592	98.4703	8.0545	8.7842
30	59.224	72.4513	5.8411	6.9722

En la tabla 3 para obtener los resultado de TPS y NPMS la comparación se hizo cuando la varianza de X% de muestra fue 9 y se obtuvo como resultado un menor valor tanto para el TPS como para el NPMS.

Tabla 3: TPS y NPMS de GC R con IMV e IMF utilizando muestras con una distribución mixta (100-X) % N (0,1)+X% N (0,9)

X	TPS (Unidades de tiempo)		NPMS (Número de muestras)	
	IMV	IMF	IMV	IMF
%				
0	2195.6	2210	216.778	218.2722
5	156.5214	162.1214	15.4373	15.7839
10	75.562	82.8517	7.4525	7.7198
15	43.826	46.994	4.5224	4.4195
20	33.7123	37.8415	3.7249	3.5641
25	21.904	26.988	2.9754	2.8377
30	13.2006	29.552	2.2929	2.0675

En tabla 4 la varianza fue alterada a 25 y de resultado se obtuvo que aun cuando las diferencias entre el IMV y el IMF son muy pequeñas continúan siendo menores los TPS y NPMS para la carta con IMV que la carta con IMF.

Tabla 4: TPS y NPMS de GC R con IMV e IMF utilizando muestras con una distribución mixta (100-X) % N (0,1)+X% N (0,25)

X	TPS (Unidades de tiempo)		NPMS (Número de muestras)	
	IMV	IMF	IMV	IMF
%				
0	2195.6	2210	216.778	218.2722
5	71.3713	73.0575	7.4943	7.339
10	31.406	33.5169	3.3638	3.367
15	17.6776	21.2225	1.978	2.1319
20	11.6296	14.8803	1.419	2.1391
25	8.579	10.2	1.0425	1.0246
30	6.2095	7.809	0.7557	0.7844

En la tabla 5 también se muestra más eficiente la carta con IMV por los valores menores de TPS y NPMS frente a IMF, aún que las diferencias son menores cuando se incrementa el porcentaje de los datos contaminados con varianza de 100.

Tabla 5: TPS y NPMS de GC R con IMV e IMF utilizando muestras con una distribución mixta (100-X) % N (0,1)+X% N (0,100)

X	TPS (Unidades de tiempo)		NPMS (Número de muestras)	
	IMV	IMF	IMV	IMF
%				
0	2195.6	2210	216.778	218.2722
5	13.2611	17.8103	12.8664	12.8394
10	65.2056	73.8254	7.0736	7.4167
15	10.4474	11.2005	1.1614	1.1251
20	6.697	6.9187	0.7547	0.6959
25	4.848	5.3671	0.535	0.5391
30	2.6774	3.6289	0.3687	0.3645

El resultado del análisis de las GC R con IMV en las cuales se modificaron las áreas de muestreo A1 y A2 al asignar a β' valores diferentes y con ello las probabilidades de que un rango muestral pertenezca a un área u otra se expresa en la siguiente tabla. Se muestra el TPS y el NPMS para detectar la señal de muestra fuera de control en cartas de control R con IMV con el valor de β' correspondiente.

En la tabla 6 puede notarse que tanto el TPS como el NPMS permanecen constantes en el GG R con IMF pues es considerado un sólo intervalo por tanto β' no modifica el GC ni su resultado. Cabe señalar que si bien resultó más efectiva la gráfica de control con IMV que con IMF cuando se asignó un valor a β' de 0.68 (valor utilizado para la primer parte de la investigación), en la tabla 6 es posible observar que conforme se incrementó el valor de β' comienza a dejar de ser más efectiva la carta de control con IMV que la carta con IMF ya que el TPS también se incrementa, sin embargo el NPMS comienza a disminuir y viceversa, cuando disminuye el valor de β' también lo hace el TPS de IMV y se incrementa el NPMS.

Tabla 6: Diferencia de TPS y NPMS entre IMF e IMV respecto a β'

β'	TPS (Unidades de tiempo)		NPMS (Número de muestras)		DIFERENCIA (IMF-IMV)	
	IMV	IMF	IMV	IMF	TPS	NPMS
0	230.8766	2210	222.8816	218,2722	1979.1234	-4.6094
0.1	546.6642	2210	222.7711	218,2722	1663.3358	-4.4989
0.2	850.9865	2210	221.7501	218,2722	1359.0135	-3.4779
0.3	1123	2210	221.8486	218,2722	1087	-3.5764
0.4	1393.3	2210	221.3741	218,2722	816.7	-3.1019
0.5	1733.8	2210	219.0179	218,2722	476.2	-0.7457
0.6	1939.3	2210	218.0156	218,2722	270.7	0.2566
0.7	2243.2	2210	217.3669	218,2722	-33.2	0.9053
0.8	2439.2	2210	214.5855	218,2722	-229.2	3.6867
0.9	2701.1	2210	215.5902	218,2722	-491.1	2.682
1	2849.9	2210	213.5799	218,2722	-639.9	4.6923

En la figura 2 se ilustra la columna de la tabla 6 llamada “DIFERENCIA (IMF-IMV)” la cual muestra el número de unidades tanto de tiempo TPS como el número de muestras NPMS que hicieron que sea más efectivo el GC R con IMV, por lo tanto en el momento que dicho número de unidades es negativo dejó de ser más efectivo el gráfico con IMV que con IMF. Con un valor de β' menor a 0.6 el tiempo de señal es menor con las cartas de control con IMV, sin embargo comenzó a incrementar el número de las muestras transcurridas para señal; por lo tanto, la diferencia entre IMF-IMV comenzó a hacerse más negativa. Mientras que a medida que se incrementa el valor de β' , el tiempo de señal también aumenta por lo tanto la diferencia comienza a ser negativa ya que a partir de $\beta' = 0.7$ es menor el tiempo de señal en el GC R con IMF. La tabla 6 muestra que con el $\beta' = 0.6$ tanto la diferencia de los TPS como de los NPMS fueron positivos es decir que son menores cuando se utilizaron cartas de control con intervalos de muestreo variable. En la figura 2 se muestra gráficamente la tendencia del TS respecto al valor de β' .

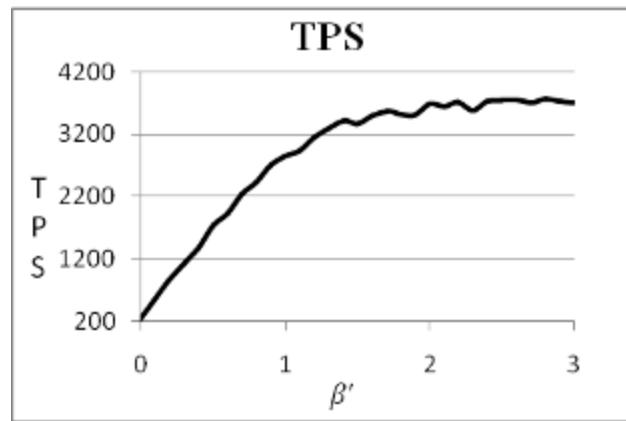


Figura 2: Gráfica de TPS respecto a β'

En la figura 2 puede observarse el comportamiento del TS en los 30 GC R con IMV y a medida que se aumentó β' desde (0, 0.1, 0.2, 0.3,...3) también aumentó el TS, debido a que habrá más probabilidad de que una muestra se ubique en el área 2, por tanto se aplicará el intervalo de muestreo más largo con mayor frecuencia.

En la figura 3 se ilustra la gráfica del comportamiento de los NPMS conforme incrementa al valor de β' .

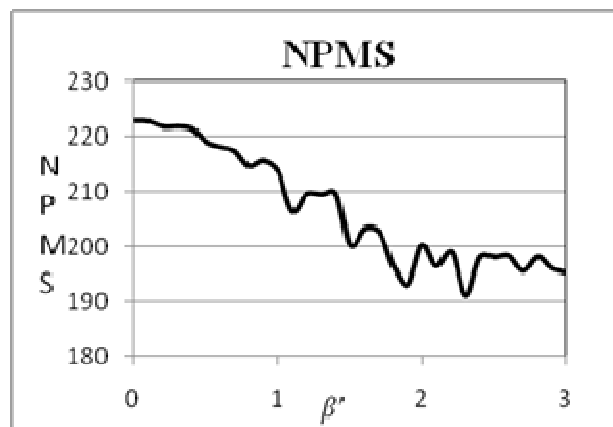


Figura 3: Gráfica de NPMS respecto a β'

En la figura 3 se aprecia que de manera inversa al TPS, el NPMS disminuyó en el grado que se aumenta β' , es decir que mientras mayor sea la probabilidad de que la muestra pertenezca al área 2 fue menor el número de muestras que se tomaron para detectar una muestra fuera de control.

Se graficaron las diferencias expresadas en la tabla 6 de TPS y NPMS entre un GC R con IMV y un GC R con IMF, dichos datos obtenidos con diferente valor de β' . En esta gráfica se visualiza el valor de β' que genera el equilibrio entre el tiempo de señal y el número de muestras para señal ya que dichas diferencias son la comparación de la efectividad de la carta de control R con IMV contra la carta con IMF.

En la figura 4 se muestra que el valor de β' donde se interseca el TPS y NPMS y que corresponde al equilibrio para que continúe siendo más efectiva la carta con IMV, este punto se ubica entre el 0.6 y 0.7.



Figura 4: TPS y NPMS para GC con IMV.

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

Como antecedente para esta investigación se tomó el trabajo de Reynolds et al., (1988) así como el trabajo de Moreno-Cortés & Vargas-Navas (2000). Del primero de ellos se utiliza la cantidad de intervalos de muestreo a utilizar, así como las amplitudes de las dos áreas de muestreo que se generan, mientras que del segundo trabajo se utiliza la metodología para la obtención de resultados así como la sugerencia de continuar y concluir con el análisis de los GC R con IMV utilizando amplitudes de las áreas de muestreo diferentes.

Moreno-Cortés & Vargas-Navas (2000), determinan que el GC R con IMV obtiene mejores resultados estadísticamente hablando que un GC R con IMF cuando un proceso presenta pequeñas o grandes alteraciones en su varianza. De la misma manera en este análisis se encuentra esa ventaja en los GC R con IMV ya que en menor tiempo así como con menor cantidad de muestras se detecta una señal fuera de control en un GC R construido tanto con datos provenientes de una distribución normal estándar como con perturbaciones en la varianza de las muestras.

Prybutok, et al., (1997) determinan que el valor de β' es igual a 0.6766 para establecer intervalos de muestreo variables buscando que la probabilidad de que una muestra se ubique en el área 1 y en el área 2 sea igual, de manera que con el desarrollo de esta investigación se aprueba esa afirmación por el equilibrio que se encontró que debe tener β' para que los IMV resulten más eficientes que los IMF tanto en TS como en NMS.

A partir de los resultados obtenidos y de la investigación de Prybutok et al., (1997) es posible determinar el valor de $\beta' = 0.6766$ para equilibrar el TS y el NMS y evitar el incremento en cualquiera de estos dos en el resultado

del GC R con IMV, sin embargo este valor es susceptible a modificarse para presentar de esta forma una alternativa en el diseño del GC R con IMV cambiando las amplitudes de las áreas de muestreo de acuerdo a las necesidades propias de cada proceso, al costo que represente el incremento en el número de muestras y la necesidad de detectar rápidamente un proceso fuera de control, pues estadísticamente es posible encontrar más rápido una señal de fuera de control sólo disminuyendo el valor de β' o bien reducir el número de muestreos necesarios para la detección de un proceso fuera de control aumentando el valor de β' .

Algunas investigaciones con nuevos enfoques han hecho uso de intervalos de muestreo variables para la detección de señales de fuera de control o patrones de conducta indeseables en los gráficos de control como el caso de Gutiérrez-Rosas et al., (2012) quienes utilizaron la red neuronal artificial perceptrón para detección de cambios pequeños en la media en los gráficos de control.

REFERENCIAS

- Gutiérrez Pulido, Humberto. (2005). "Control Total y Productividad". Segunda Edición. Mc Graw- Hill. México.
- Gutiérrez-Rosas, P.T., Vázquez-López J.A., Hernández-Ripalda M.D., Hernández-González S., López-Juárez I. (2012). "Uso de la red neuronal perceptrón para detección de cambios pequeños en la media en los gráficos de control". 1st LACCEI International Symposium on Software Architecture and Patterns. (LACCEI-ISAP-MiniPloP2012), July 23-27, 2012. Panama City, Panama.
- Gutiérrez, H. & Vara, R. (2009). "Control Estadístico y Seis Sigma". 2da Edición. Mc Graw-Hill, México.
- Lazaivs, T., Schmid, W., Zabolotska S. (2012). "On Control Charts for Monitoring the Variance of a Time Series Cartas de Control R con Intervalos de Muestreo Variables". Cornell University Library.
- Montgomery, D. (2004). "Control estadístico de calidad". Tercera Edición. Limusa-Wiley; México.
- Moreno-Cortés, A.L. & Vargas-Nava, J.A. (2000). "Cartas de Control R con Intervalos de Muestreo Variables". Revista Colombiana de Estadística, 23, 15-25.
- Orlandoni Merli, G. (2012). "Gestión de la Calidad: Control Estadístico y Seis Sigma". Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales, 14 (2), 269 – 274.
- Prybutok, V. R., Clayton, H. R., Harvey, M.M (1997). "Comparison of Fixed Versus Variable Sampling Interval Shewhart \bar{X} Control Charts in the Presence of Positively Autocorrelates Data". Commun. Statist-Simula, 26, 83-106.
- Quintana, A., García, L., Casal, R. (2011). "Variabilidad lateral para evaluar la velocidad de respuesta de una carta de control de procesos". Ingeniería Industrial-Año 10, 2, 31-48.
- Reynolds, M.R., Amin, R. W., Arnold, J. C., Nachlas, J. A. (1988). " \bar{X} Charts With Variable Sampling Intervals". Technometrics, 30, 181-191.
- Ryan, T. (2011). "Statistical Methods for Quality Improvement". Third Edition. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Shewhart, Walter A. (1931). "Economic control of quality of manufactured product". New York: D. Van Nostrand Company. ISBN 0-87389-076-0.
- Western Electric. (1956). "Statistical Quality Control Handbook". Indianapolis, IN.: AT& T.

Autorización y Renuncia

Los autores autorizan a LACCEI para publicar el escrito en las memorias de la conferencia. LACCEI o los editores no son responsables ni por el contenido ni por las implicaciones de lo que esta expresado en el escrito.