

Desarrollo y Codificación de un Modelo Matemático para la Optimización de un Problema de Ruteo de Vehículos con Múltiples Depósitos

Santiago Nieto Isaza

Corporación Universitaria de la Costa, Barranquilla, Colombia, snieto2@cuc.edu.co

Julián López Franco

Universidad de La Salle, Bogotá D.C., Colombia, jullopez@unisalle.edu.co

Nilson Herazo Padilla

Corporación Universitaria de la Costa, Barranquilla, Colombia, nherazo1@cuc.edu.co

RESUMEN

Este artículo presenta el desarrollo y codificación de una estricta formulación matemática de Programación Lineal Entera Mixta, basada en el modelo propuesto por Dondo y Cerdá, para la optimización de un VRP con múltiples depósitos, flota heterogénea y ventanas de tiempo. El objetivo del desarrollo matemático completo, a pesar de su complejidad computacional para la resolución del mismo, es la evaluación del desempeño para trabajos futuros basados en procedimientos heurísticos y meta-heurísticos para el MD-VRP, en cuanto a su capacidad para generar soluciones muy cercanas al óptimo global. En este trabajo se resuelven a nivel óptimo instancias conocidas de hasta 20 clientes en tiempos entre 0,5 a 3.000 segundos, comparando diferentes estrategias de ramificación y acotamiento.

Palabras claves: Ruteo de Vehículos, Múltiples Depósitos, Programación Entera Mixta, Logística de Distribución.

ABSTRACT

This paper presents the development and codification of a strict Mixed Integer Linear Programming formulation, based on the Dondo and Cerdá approach, for the optimization of the multiple depots, heterogeneous fleet and time windows VRP. The aim of this mathematical approach is to evaluate the performance of future works based on heuristic and meta-heuristic algorithms for the MD-VRP, measured as optimality gap capability. In this work, many known instances up to 20 clients are solved to optimality in a time range of 0,5 to 3.000 seconds, comparing different branch and bound strategies.

Keywords: Vehicle Routing, Multiple Depots, Mixed Integer Linear Programming, Distribution Logistics.

1. INTRODUCCIÓN

En la administración de operaciones logísticas, la distribución de mercancía es un tópico crítico para la eficiencia y la eficacia en una cadena de abastecimiento, básicamente debido a que, en términos generales, a medida que un eslabón de la cadena se acerca al cliente final, el número de clientes aumenta dramáticamente y los tiempos de respuesta exigidos deben ser mucho menores, haciendo que los vehículos que se necesitan sean de menor capacidad y por lo tanto tiendan a ser menos eficientes en términos de su costo de operación; además, la cantidad de activos logísticos necesarios para garantizar la operación es mucho mayor que en la logística de abastecimiento, añadiendo que, la infraestructura vial es mucho más compleja y más restrictiva. Todo lo anterior implica que, medidas de eficiencia como el costo de operación y medidas de eficacia o servicio al cliente, como

tiempos de respuesta sean extremadamente sensibles a la administración de los recursos logísticos, como se observa en los trabajos realizados por (Wasner & Zapfel, 2004).

Debido a lo anterior, los encargados de administrar las operaciones de distribución se enfrentan a gran cantidad de decisiones complejas en horizontes cortos, como la asignación de clientes a diferentes vehículos con capacidades distintas, el orden en que deben ser visitados estos clientes, si se entrega y recibe mercancía al mismo tiempo, si se admiten entregas parciales, etc. Por esto, ha sido de gran interés, formular y resolver los problemas de ruteo de vehículos o VRP y sus distintas variantes como el CVRP (VRP capacitado), VRPTW (VRP con ventanas de tiempo), MDVRP (VRP con múltiples depósitos), PDVRP (VRP con entrega y recogida simultánea de mercancía), SDVRP (VRP con demanda fraccionada), entre otros, en tiempos razonables con el horizonte de planeación, lo cual hace que los VRP no sólo tengan importancia y relevancia en el ámbito logístico sino en el campo de conocimiento de la Optimización Combinatoria, debido a su gran complejidad para ser resueltos en un tiempo computacional razonable, (Dondo & Cerdá, 2007a).

Numerosas técnicas han sido utilizadas para la solución de estos problemas, las cuales se pueden clasificar en *Técnicas Exactas* y *Técnicas Aproximadas*, (Laporte, 1992). *Técnicas Exactas*, como las utilizadas en trabajos realizados por: (Desrosiers et al., 1988), (Ozyurt & Aksen, 2007), (Laporte & Nobert, 1983), (Lim & Wang, 2005), (Parthanadee & Logendram, 2006), (Irnich, 2000), (Gulczynski et al., 2011), (Dondo & Cerdá, 2007a), (Dondo & Cerdá, 2009b); y *Técnicas Aproximadas*, que pueden ser heurísticas y/o meta-heurísticas, como se observa en trabajos como los de (Renaud et al., 1996), (Cordeau et al., 1997), (Thangiah & Salhi, 2001), (Crevier et al., 2007), (Mirabi et al., 2010), (Salhi & Sari, 1997), entre muchos otros. Es una tendencia marcada en la solución de problemas de Ruteo de Vehículos la utilización de técnicas aproximadas, debido a la gran complejidad computacional que implica su solución de manera exacta, sin embargo, con este tipo de métodos no es posible saber con certeza qué tan cerca (o tan lejos) del óptimo global se encuentra una determinada solución, por esta razón se hace necesario comparar los resultados ya sea con una solución de una instancia real conocida, si el único objetivo es mejorar un resultado actual, o, si el objetivo es probar la efectividad de un algoritmo nuevo, se hace necesario realizar comparaciones con resultados exactos, los cuales sólo pueden ser encontrados con métodos matemáticos exactos basados ya sea en programación dinámica (DP) o en programación lineal entera mixta (MILP).

El trabajo presentado en este artículo surge como una necesidad para soportar y comparar resultados obtenidos con soluciones aproximadas basadas en técnicas heurísticas y meta-heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos con Múltiples Depósitos (MDVRP). Inicialmente se ha codificado un modelo matemático de programación lineal entera mixta (MILP), que resuelve en tiempo computacional razonable (para el propósito de estudio) instancias relativamente pequeñas (hasta 20 nodos) de un Problema de Ruteo de Vehículos con Flota Heterogénea, Ventanas de Tiempo y Múltiples Depósitos (H-MD-VRP-TW), el cual es extremadamente complejo en su resolución. Aunque comparado con un problema de distribución real, el tamaño de las instancias resueltas con el modelo matemático es pequeño, brindará un soporte comparativo para soluciones obtenidas con técnicas aproximadas en trabajos futuros; esta comparación, incluso con instancias pequeñas permitirá revisar y mejorar el desempeño de estos algoritmos aproximados, permitiendo comprobar si el análisis combinatorio realizado por el algoritmo es bueno.

El presente artículo se abordará en 4 secciones: *¿Por qué múltiples depósitos?*, donde se discutirán aspectos sobre la relevancia e importancia actual de los problemas de ruteo de vehículos dentro de la tendencia de la logística actual y algunas diferencias con los problemas de ruteo de vehículos con 1 solo depósito. *Formulación y codificación del modelo*, en esta sección se explicará el problema H-MD-VRP-TW, la formulación matemática y su codificación. *Resultados*, en esta sección se mostraran resultados con distintas instancias, realizando comparaciones experimentales con parámetros del solver. Finalmente se presentará una sección de *Conclusiones y Trabajos Futuros*.

2. ¿POR QUÉ MÚLTIPLES DEPÓSITOS?

Los problemas de enrutamiento de vehículos han sido estudiados desde mediados del siglo XX, desde los trabajos publicados por (Dantzig et al., 1954), (Clarke & Wright, 1964), (Christofides, 1976), entre otros, con la particularidad de que todos planteaban un problema de optimización combinatoria considerando vehículos siendo despachados desde un solo punto geográfico; sin embargo, las operaciones logísticas, que iniciaron siendo concebidas y planeadas de manera segmentada, han evolucionado, debido a la dinámica actual de los mercados, a conceptos y estrategias completamente integrales como la *Gestión de Cadenas de Abastecimiento* o *SCM*, por sus siglas en inglés. Por lo anterior, la consideración de problemas de enrutamiento de vehículos para la optimización del flujo de productos, considerando un solo depósito ya no es del todo realista, ya que la implementación de estrategias de integración de la cadena de abastecimiento implica el diseño de operaciones de redistribución o despacho en múltiples *centros de distribución*, *hubs* o *plataformas de crossdocking* (Wasner & Zapfel, 2004), (Ambrosino & Scutellà, 2005).

Debido a la relevancia del estudio de los problemas de distribución con múltiples depósitos, en los últimos 6 años el número de publicaciones en el tema se ha incrementado dramáticamente, como se expone en el trabajo de revisión literaria de los MD-VRP propuesto por (Montoya-Torres et al., 2011), en la Figura 1, se observa la distribución de las publicaciones de acuerdo al tipo de publicación y al año.

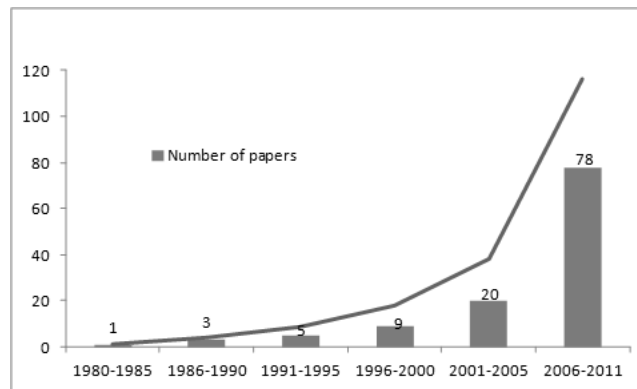


Figura 1. Distribución de publicación de trabajos en MDVRP por año.
Tomada de (Montoya-Torres et al., 2011)

3. FORMULACIÓN Y CODIFICACIÓN DEL MODELO

3.1 Descripción del Problema

El tipo de VRP que se estudia en el presente trabajo es una extensión del mismo llamada MDHVRPTW, el cual considera múltiples depósitos, una flota heterogénea de vehículos y ventanas de tiempo. Este problema puede ser representando a través de un grafo dirigido $G(A,I,D)$, donde: $I = \{1,2,3, \dots, n\}$ representa el conjunto de nodos (clientes o ciudades en algunos casos generalizados), el conjunto de depósitos $D = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_l\}$ y $A = \{(i,j)/i, j \in (I \cup D)\}$ el conjuntos de arcos. Los clientes o nodos $i = 1, 2, \dots, n$ poseen cada uno una demanda $W_i > 0$ la cual debe ser suministrada dentro de una ventana de tiempo $\{a_i, b_i\}$, donde a_i es el horario mas temprano y b_i el horario mas tardío dentro del cual se debe empezar la atención al cliente. El conjunto de arcos representa el desplazamiento de un nodo i hasta un nodo j , donde, se da por sentado que dicho arco es la ruta de menor costo conectando los nodos i y j . De igual forma se cuenta con una flota heterogénea de vehículos $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_m\}$ con diferentes capacidades (q_v) ubicados en múltiples depósitos $d \in D$ disponibles para cumplir las labores de entrega de mercancía. Se establece para este modelo el hecho de que cada vehículo debe iniciar y terminar su ruta en el depósito asignado, por lo cual la ruta asignada para el vehículo debe estar representada por el tour $r = \{d, i, (i + 1), \dots, d\}$ conectados por los arcos dirigidos pertenecientes al conjunto A los cuales comienzan y terminan en el depósito d asignado. Se establece también para el modelo que asociado al conjunto de arcos dirigidos $a_{ij} \in A$ se

tienen las matrices o parámetros $C = \{c_{ij}^v\}$ y $\beta = \{t_{ij}^v\}$ las cuales constituyen costos y tiempos de viaje desde el nodo i al nodo j utilizando el vehículo v donde se asume que dichas matrices cumplen la desigualdades triangulares $c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij}$ y $t_{ik} + t_{kj} \geq t_{ij}$ con lo cual se asegura que el arco a_{ij} es la ruta de menor costo y tiempo entre el cliente i y el cliente j como se mencionó anteriormente. La demanda y el tiempo de servicio son parámetros del modelo el cual debe cumplir las siguientes restricciones: Cada ruta debe empezar y terminar en el mismo depósito; Cada nodo debe pertenecer exactamente a una ruta; El total de carga asignada a un vehículo no debe exceder su capacidad; La duración del viaje para cada vehículo debe ser menor al tiempo de ruta máximo permitido; El nodo i debe ser atendido dentro de una ventana de tiempo, de otra forma se incurre en costos de penalización.

El objetivo del presente problema es el de minimizar el costo total del servicio de entrega de mercancías a todos los clientes en donde se consideran costos de distancias y tiempos de rutas, costos fijos por uso de vehículos, costos de tiempos de espera y costos de penalización por violación a tiempos de trabajo y de servicio.

3.2 FORMULACIÓN

3.2.1 NOMENCLATURA

Conjuntos

I	Conjunto de nodos
V	Conjuntos de vehículos
P	Conjunto de depósitos

Parámetros

q_v	Capacidad del vehículo v
c_{f_v}	Costo fijo por uso del vehículo v
a_i	Horario más temprano posible de llegada al nodo i
b_i	Horario más tardío posible de llegada al nodo i
tv_v^{max}	Tiempo de ruta máximo para el vehículo v
d_{ij}	Distancia del arco de mínimo costo entre los nodos i y j
d_{ip}	Distancia del arco de mínimo costo entre el nodo i y el depósito p
c_t	Costo de hora de trabajo por vehículo
c_{ij}^v	Costo unitario de ruta para el arco $i-j$ y el vehículo v
c_{ip}^v	Costo unitario de ruta para el arco $i-p$ y el vehículo v
t_{ij}^v	Tiempo de viaje de mínimo costo del nodo i al nodo j
t_{pi}^v	Tiempo de viaje de mínimo costo del nodo i al nodo j
TV_v^{max}	Tiempo máximo de trabajo para el vehículo v
st_i^v	Tiempo de servicio en el nodo i el vehículo v
tf_i	Tiempo fijo de parada en el nodo i
ρ_i	Costo unitario de multa debido a la violación de una restricción de ventana de tiempo para el nodo i
ρ_v	Costo unitario de multa debido a la violación de una restricción de tiempo de ruta para el vehículo v
w_i	Demanda en el nodo i

Variables

X_{pv}	Variable binaria que denota que el vehículo v se asigna al depósito p
Y_{iv}	Variable binaria que denota que el nodo i es visitado por el vehículo v
S_{ij}	Variable binaria que denota que el nodo i es visitado antes del nodo j ($S_{ij} = 1$) o después del nodo j ($S_{ij} = 0$) cuando ambos están en el mismo tour
C_i	Costo de visita al nodo i
CV_v	Costo de viaje asociado al vehículo v
T_i	Tiempo de visita al nodo i
TV_v	Tiempo de ruta para el vehículo v
Δa_i	Violación de la restricción de ventana de tiempo debido a una llegada antes de a_i
Δb_i	Violación de la restricción de ventana de tiempo debido a una llegada después de b_i
ΔT_v	Variable positiva que denota violación de la restricción de tiempo de ruta para el vehículo v
L_v	Carga asignada cada vehículo

3.2.2 DESCRIPCIÓN

Función objetivo

$$\text{Min} \sum_{v \in V} \left(c_{fv} \sum_{p \in P} X_{pv} + c_t TV_v + CV_v \right) + \rho_v \Delta T_v + \sum_{i \in I} \rho_i (\Delta a_i + \Delta b_i)$$

En la función objetivo la meta o el problema que se pretende resolver es minimizar el costo total de proveer el servicio de entrega de mercancía en cada nodo o cliente. Se consideran tres tipos de costos: el costo fijo asociado al uso de cada vehículo $c_{fv} \sum_{p \in P} X_{pv}$ con datos de cálculos de costos fijos mensuales para tres tipos de vehículos de carga tomados según el ministerio de transporte, costos de viaje por cada ruta seleccionada CV_v que vienen dados por costos variables por distancia recorrida según el ministerio de transporte para cada tipo de vehículo, los costos de horas trabajadas $c_t TV_v$ según salarios establecidos para transportadores de carga pesada y los costos de multas asociadas a la violación de una ventana de tiempo $\sum_{i \in I} \rho_i (\Delta a_i + \Delta b_i)$ y del tiempo de ruta máximo permitido para cada vehículo $\rho_v \Delta T_v$.

Asignación de los nodos a los vehículos

$$\sum_{v \in V} Y_{iv} = 1 \quad \forall i \in I$$

Cada nodo debe estar asociado solamente a un tour o a un solo vehículo.

Asignación de vehículos a los depósitos

$$\sum_{p \in P} X_{pv} \leq 1 \quad \forall v \in V$$

Cada vehículo puede ser asignado máximo a un depósito, el modelo permite que se asigne o no un depósito dependiendo de si es o no conveniente para el objetivo que se persigue.

Costo de ruta mínimo para visitar el nodo i

$$C_i \geq c_{pi}^v (X_{pv} + Y_{iv} - 1) \quad \forall i \in I, p \in P, v \in V$$

El costo de cualquier ruta hacia el nodo i será mayor o igual al costo de la ruta del arco de mínimo costo c_{ip}^v que conecta el depósito p con el nodo i .

Relación entre los costos de visita para los nodos (i, j)

$$C_j \geq C_i + c_{ij}^v - M_c(1 - S_{ij}) - M_c(2 - Y_{iv} - Y_{jv})$$

$$C_i \geq C_j + c_{ji}^v - M_c(S_{ij}) - M_c(2 - Y_{iv} - Y_{jv}) \quad \forall i, j \in I, v \in V: i < j$$

El costo de la ruta realizada desde el depósito al nodo j por un vehículo no será menor al costo de visitar el nodo i si ambos nodos pertenecen al mismo tour ($Y_{iv} = Y_{jv} = 1$) y el nodo i es visitado antes que j , ($S_{ij} = 1$) De otra forma el caso contrario también será cierto. Se introduce M_c como un valor muy grande por la cual se multiplica las variables binarias definido como 1.15 veces el costo de la distancia recorrida en el tiempo máximo de trabajo, en aquellos casos en que los nodos no pertenecen al mismo tour o el nodo i no es visitado antes que el nodo j o viceversa (Artificio Matemático para evitar que la restricción tenga en cuenta secuencias diferentes o diferentes vehículos).

Costo total de ruta debido al uso del vehículo v

$$CV_v \geq C_i + c_{ip}^v - M_c(2 - X_{pv} - Y_{iv}) \quad \forall i \in I, p \in P, v \in V$$

El costo total de viaje CV_v no debe ser menor al costo de visitar cualquier nodo i más el costo de retornar al depósito por la ruta de mínimo costo entre el nodo i y el depósito p . Los costos tanto mínimos de recorrido desde el depósito hasta cualquier nodo i como los costos acumulados de visita de cualquier nodo i vienen dados por la distancia recorrida por el vehículo multiplicada por el costo variable de recorrido de un vehículo de carga dado en costo por distancia recorrida; los datos para estos costos fueron tomados de datos del ministerio de transporte.

Tiempo mínimo de visita para el nodo i

$$T_i \geq t_{pi}^v (X_{pv} + Y_{iv} - 1) \quad \forall i \in I, p \in P, v \in V$$

El tiempo de cualquier ruta hacia el nodo i será mayor o igual al tiempo de la ruta del arco de mínima duración t_{ip}^v que conecta el depósito p con el nodo i .

Relación entre los tiempos de visita para los nodos (i, j)

$$\begin{aligned} T_j &\geq T_i + st_i + t_{ij}^v - M_T(1 - S_{ij}) - M_T(2 - Y_{iv} - Y_{jv}) \\ T_i &\geq T_j + st_j + t_{ji}^v - M_T(S_{ij}) - M_T(2 - Y_{iv} - Y_{jv}) \end{aligned} \quad \forall i, j \in I, v \in V: i < j$$

El horario en que se visita al nodo j por un vehículo no será menor al tiempo de visita del nodo i si ambos nodos pertenecen al mismo tour ($Y_{iv} = Y_{jv} = 1$) y el nodo i es visitado antes que j , ($S_{ij} = 1$) De otra forma el caso contrario también será cierto. Se introduce M_T como un valor muy grande por la cual se multiplica las variables binarias definido como 1.15 veces el tiempo máximo de trabajo, en aquellos casos en que los nodos no pertenecen al mismo tour o el nodo i no es visitado antes que el nodo j o viceversa (Artificio Matemático para evitar que la restricción tenga en cuenta secuencias diferentes o diferentes vehículos).

Tiempo total de ruta debido al uso del vehículo v

$$TV_v \geq T_i + st_i + t_{ip}^v - M_T(2 - X_{pv} - Y_{iv}) \quad \forall i \in I, p \in P, v \in V$$

El tiempo total de viaje TV_v no debe ser menor al costo de visitar cualquier nodo i más el tiempo de servicio y el tiempo que toma retornar al depósito por la ruta de mínimo costo entre el nodo i y el depósito p . Tanto el tiempo mínimo de visita desde el depósito hasta cualquier nodo i como el tiempo total de viaje se obtienen de la distancia recorrida por el vehículo dividida entre una velocidad promedio de recorrido.

Violación a restricción de ventana de tiempo por llegar antes de tiempo

$$\Delta a_i \geq a_i - T_i \quad \forall i \in I$$

La cantidad de tiempo de violación a la ventana de tiempo a_i será mayor igual a la diferencia entre el horario más temprano de servicio a_i y el tiempo de visita al nodo i , T_i .

Violación a restricción de tiempo por llegada tardía

$$\Delta b_i \geq T_i - b_i \quad \forall i \in I$$

La cantidad de tiempo de violación a la ventana de tiempo b_i será mayor igual a la diferencia entre el tiempo de visita al nodo i , T_i y el horario más tardío de servicio b_i .

Violación a la restricción de tiempo de ruta

$$\Delta T_v \geq TV_v - tv_v^{max} \quad \forall v \in V$$

La cantidad de tiempo de violación al tiempo máximo permitido de ruta tv_v^{max} será mayor igual a la diferencia entre el tiempo de ruta, TV_v y el tiempo máximo permitido de ruta tv_v^{max} .

Restricciones de capacidad

$$L_v = \sum_{i \in I} w_i Y_{iv} \quad \forall v \in V$$

$$L_v \leq q_v \sum_{p \in P} X_{pv} \quad \forall v \in V$$

La cantidad total de artículos cargados no debe exceder la capacidad del vehículo si el mismo es asignado. Para mejorar el rendimiento computacional del modelo propuesto y de igual manera tener una lectura clara de la carga asignada a cada vehículo se introduce la variable L_v .

3.3 CODIFICACIÓN

La codificación y solución del problema en cuestión se realizó a través del programa de modelado avanzado para programación y optimización GAMS (General Algebraic Modeling System), generando las soluciones a través del solver Cplex, integrado al mismo. Se utilizó en la codificación del modelo propuesto una herramienta para importar datos de Excel ya que debido a la naturaleza del problema, la cantidad de parámetros (datos) que se ingresan al código es bastante grande, lo cual resulta un proceso tedioso si se quiere ingresarlos en estructuras de datos para un modelo complejo de ruteo de vehículos. Otra de las ventajas que ofrece el empleo de esta herramienta es que permite que haya independencia entre el código en GAMS y la manipulación de los datos de entrada del modelo ya que los parámetros se cargan en Excel de tal manera que al momento de generar la solución en el software no sea necesario modificar el código. Debido a la complejidad computacional del modelo los tiempos de solución para instancias grandes son muy altos por lo cual, con el fin de disminuir los mismos se introdujo al código opciones para modificar el desempeño del algoritmo Branch and Cut que ejecuta el solver Cplex para solucionar problemas del tipo MILP, así como sus estrategias de ramificación. Se ejecutó el solver en una computadora personal con 1 Gb de memoria RAM efectiva y un procesador INTEL Pentium de 2 Ghz.

4. RESULTADOS

El presente modelo propuesto para solucionar problemas de ruteo de vehículos con restricciones de ventanas de tiempos, flota heterogénea y múltiples depósitos presenta un buen desempeño computacional para instancias de hasta 20 nodos, para probar dicho desempeño se resolvieron instancias de referencia de las propuestas por Solomon (Solomon, 1987). Las primeras pruebas se realizaron sobre la instancia r101 que corresponde a datos aleatorios para modelos matemáticos arrojando soluciones óptimas en tiempos computacionales despreciables en soluciones a problemas de 5 a 10 nodos. Por la naturaleza compleja de este tipo de problemas que hace que el tiempo computacional de los mismos crezca exponencialmente, las instancias de 15 a 20 nodos tomaron tiempos computacionales aunque relativamente un poco más grandes son en general tiempos aceptables.

Para las instancias de más de 10 nodos se experimentó con parámetros del solver cplex 10.0 que implementan diferentes estrategias para el algoritmo de ramificación. Los parámetros con los que se experimentó son *Varsel*, el cual permite seleccionar la regla de selección para ramificar en un nodo seleccionado; se experimentó con el valor por defecto 0 (cero), el cual selecciona automáticamente cplex de acuerdo al progreso del problema y con el valor 3 (tres), el cual realiza una ramificación fuerte eligiendo el nodo mediante la resolución de varios subproblemas previamente. También se experimentó con el parámetro *MIPEmphasis*, el cual permite modificar la estrategia con distintos enfoques; se utilizó el parámetro en 0 (cero), el cual es el valor por defecto y busca un balance entre optimalidad y factibilidad y con el valor 1 (uno), el cual prioriza en encontrar soluciones factibles. En la Tabla 1 y la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 1. Resultados para instancias de 5 y 10 nodos (valores de parámetros por defecto).

	Costo Total	gap	Tiempo
5 Nodos	\$ 3.296.732,08	0%	0,59
10 Nodos	\$ 4.991.158,15	0%	23,98

Tabla 2. Resultados para instancias de 15 y 20 nodos con variación de parámetros del solver

	Varsel	MIPEmphasis	Costo total	Cota	gap	Tiempo (Segundos)
15 Nodos	0	0	\$ 8.296.242,57	\$ 6.709.172,66	19,13%	3.000
	0	1	\$ 8.299.500,97	\$ 8.047.587,55	3,04%	3.000
	3	0	\$ 8.296.242,57	\$ 6.709.172,66	19,13%	3.000
	3	1	\$ 8.303.097,10	\$ 6.676.682,11	19,59%	3.000
20 Nodos	0	0	\$ 11.263.814,98	\$ 9.688.983,28	13,98%	3.000
	0	1	\$ 11.176.800,35	\$ 10.800.858,23	3,36%	3.000
	3	0	\$ 11.101.674,59	\$ 10.805.681,76	2,66%	3.000
	3	1	\$ 11.132.250,43	\$ 10.792.091,49	3,06%	3.000

Se observa en los resultados que para instancias de entre 5 y 10 nodos, el solver encuentra soluciones óptimas en tiempos mínimos; por otra parte, para instancias de entre 15 y 20 nodos, para un tiempo máximo de 3.000 segundos las mejores soluciones encontradas se obtienen estableciendo el parámetro *MIPEmphasis* en 0 (buscando lo más pronto posible el óptimo) y *Varsel* en 3 (realizando ramificación fuerte). En la tabla 3 y 4, se muestra una matriz con el tiempo que emplea el solver con los parámetros que generaron la mejor solución en obtener soluciones inferiores generadas con diferentes parámetros.

Tabla 3. Tiempos empleados por la mejor configuración (15 Nodos)

Mejor Solución Encontrada: Varsel=3, MipEmphasis=0. Costo=\$8.296.242,57			
Varsel	MIPEmphasis	Mejor Solución Encontrada	Tiempo (en segundos)
n.a.	0	\$ 8.296.242,57	3000
n.a.	1	\$ 8.299.500,97	2915,34
3	1	\$ 8.303.097,10	2900

Tabla 4. Tiempos empleados por la mejor configuración (20 Nodos)

Mejor Solución Encontrada: Varsel=3, MipEmphasis=0. Costo=\$11.101.674,59			
Varsel	MIPEmphasis	Mejor Solución Encontrada	Tiempo (en segundos)
3	1	\$ 11.132.250,43	1100
n.a.	1	\$ 11.176.800,35	552
n.a.	0	\$ 11.263.814,98	135

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Se propuso un modelo basado en una formulación matemática de programación lineal entera mixta MILP para la resolución de un problema de enrutamiento de vehículos con múltiples depósitos, flota heterogénea y ventanas de tiempo para la minimización del costo total de operación basada en la formulación desarrollada por (Dondo & Cerdá, 2007) con una modificación en las variables de carga por cada vehículo que logra una versión un poco más compacta y que entrega directamente información de balanceo de carga de la solución. La formulación propuesta no necesita restricciones de rompimiento de sub-tours, lo cual disminuye considerablemente el número de restricciones requeridas para el problema; por otra parte, se estableció una forma para el cálculo de las grandes "M's" basadas en tiempos máximos de ruta, lo cual permite declarar las restricciones de secuenciamiento de manera disyuntiva y que si no se calcula de manera adecuada impide encontrar soluciones factibles para el problema. Se observa que el modelo resuelve sin ningún problema instancias de hasta 10 clientes y hasta 20 clientes es posible obtener soluciones desviadas de la mejor solución posible de hasta 3% en tiempos de ejecución de hasta 3000 segundos.

Se propone como trabajo futuro utilizar reglas de eliminación exactas para disminuir el tamaño del problema en términos del número de restricciones requeridas con el fin de encontrar soluciones óptimas para instancias más grandes. También se propone utilizar técnicas de relajación como *relajación lagrangeana* o *generación de columnas* para dar soluciones con muy buenas cotas para instancias de mayor tamaño (50-100 clientes o nodos). Finalmente, se propone ejecutar el modelo en una computadora con mayor capacidad de procesamiento y mayor disponibilidad de memoria RAM.

REFERENCIAS

- Desrosiers J., Sauvé M., Soumis F. (1988). "Lagrangian Relaxation Methods for Solving the Minimum Fleet Size Multiple Traveling Salesman Problem with Time windows". *Management Science*, Vol. 34, No. 8, pp 1005-1022.
- Wasner M., Zapfel G. (2004). "An integrated multi-depot hub-location vehicle routing model for network planning of parcel service". *International Journal of Production Economics*, Vol. 90, No. 3, pp 403-419.
- Dondo R., Cerdá J. (2007). "A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows". *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 3, pp 1478-1507.
- Dondo R., Cerdá J. (2009). "A hybrid local improvement algorithm for large-scale multi-depot vehicle routing problems with time windows". *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 33, No. 2, pp 513-530.
- Ozyurt Z., Aksen D. (2007). "Solving the Multi-Depot Location-Routing Problem with Lagrangian Relaxation". *Operations Research/Computer Science*, Vol. 37, No. 4, pp 125-144.

- Laporte G. (1992). "The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms". *European Journal of Operational Research*, Vol. 59, No. 3, pp 345-358.
- Laporte G., Nobert Y. (1983). "A branch and bound algorithm for the capacitated vehicle routing problem". *OR Spektrum*, Vol. 5, No. 2, pp 77-85.
- Lim A., Fan Wang. (2005). "Multi-depot vehicle routing problem: a one-stage approach". *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp 397- 402.
- Parthanadee P., Logendran R. (2006). "Periodic Product Distribution From Multi-Depots Under Limited Supplies". *IIE Transactions*, Vol. 38, No. 11, pp 1009 - 1026.
- Irnich S. (2000). "A multi-depot pickup and delivery problem with a single hub and heterogeneous vehicles". *European Journal of Operational Research*, Vol. 122, No. 2, pp 310-328.
- Gulczynski D., Golden B., Wasil E. (2011). "The multi-depot split delivery vehicle routing problem: An integer programming-based heuristic, new test problems, and computational results". *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 61, No. 3, pp 794-804.
- Renaud J., Laporte G., Boctor F.F. (1996). "A Tabu Search Heuristic For The Multi-Depot Vehicle Routing Problem". *Computers Operations Research*, Vol. 23, No. 3, pp 229-235.
- Cordeau J., Gendreau M., Laporte G. (1997). "A Tabu Search Heuristic for Periodic and Multi-Depot Vehicle Routing Problems". *Networks*, Vol. 30, No. 2, pp 105-119.
- Thangiah S., Salhi S. (2001). "Genetic Clustering: An Adaptive Heuristic For The Multidepot Vehicle Routing Problem". *Applied Artificial Intelligence*. Vol. 15, pp 361-383.
- Crevier B., Cordeau J., Laporte G. (2007). "The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes". *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 2, pp 756-773.
- Mirabi M., Fatemi-Ghomi S.M.T., Jolai F. (2010). "Efficient stochastic hybrid heuristics for the multi-depot vehicle routing problem". *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 26, No. 6, pp 564-569.
- Salhi S., Sari M. (1997). "A multi-level composite heuristic for the multi-depot vehicle fleet mix problem". *European Journal of Operational Research*. Vol. 103, No. 1, pp 95-112.
- Dantzig G., Fulkerson R., Johnson S. (1954). "Solution of a large-scale travelling salesman problem". *Operations Research*, Vol. 2, pp 393-410.
- Christofides N., Eilon S. (1969). "An Algorithm for the Vehicle-dispatching Problem". *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 20, pp 309-318.
- Ambrosino D., Scutellà M. (2005). "Distribution network design: New problems and related models". *European journal of operational research*, Vol. 165, No. 3, pp 610-624.
- Montoya-Torres J., López Franco J., Nieto Isaza S., Felizzola Jiménez H., Herazo Padilla N. (2011). "The vehicle routing problem with multiple depots". *Working paper submitted*, En Correcciones.
- Solomon, M., 1987. "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints". *Operations Research*, Vol. 32, pp 254-265.

Autorización y Renuncia

Los autores autorizan a LACCEI para publicar el escrito en las memorias de la conferencia. LACCEI o los editores no son responsables ni por el contenido ni por las implicaciones de lo que esta expresado en el escrito