

# **Uso de AHP y Conjuntos Difusos para Mejorar la Toma de Decisiones. Caso: Selección de Empresas Contratistas de Construcción en la Administración Pública Venezolana**

**Díaz Mora, Rubén**

Departamento de Ingeniería Industrial, UNEXPO – Caracas, Venezuela, vekio2@gmail.com

**Piña, José Gregorio**

Departamento de Construcción Civil, UNEXPO – Charallave, Venezuela, arquijosgre@gmail.com

**Ríos B., David**

Departamento de Construcción Civil, UNEXPO – Charallave, Venezuela, dr2000@cantv.net

**Serafin P., Manuel**

Departamento de Ciencias Básicas, UNEXPO – Caracas, Venezuela, mansera@gmail.com

## **RESUMEN**

La administración pública se distingue por estar muy sujeta a regulación, obligando a los funcionarios a seguir procedimientos establecidos en leyes y reglamentos. En Venezuela existe una Ley para promover transparencia en los procesos de adquisición de bienes y servicios, que establece procedimientos para la selección de contratistas incluyendo aspectos legales, financieros y técnicos. Los procedimientos de evaluación se consagran en un pliego de condiciones que los potenciales oferentes obtienen con antelación a la presentación de la oferta informándose sobre los aspectos particulares del contrato y las condiciones que se emplearán en la selección de la “mejor oferta”. El mecanismo adoptado consiste en un baremo donde con puntuaciones para determinadas características de las empresas y sus ofertas. Éste trabajo surge del cuestionamiento sobre la consistencia y adecuación de los factores, y su ponderación, dentro del baremo técnico para seleccionar contratistas para la realización de obras civiles. Se propone emplear un método específico para ayudar a tomar decisiones cuantitativas (AHP), empleando un enfoque matemático que representa mejor el modo de razonar de los seres humanos (Conjuntos Difusos), a fin de determinar un buen baremo para seleccionar la contratista. Finalmente, se utiliza la metodología en un caso real de la Universidad.

**Palabras Clave:** Toma de decisiones, Selección de Contratistas, AHP, Conjuntos Difusos.

## **ABSTRACT**

The public administration is distinguished to be very subject to regulation, forcing the officials to follow procedures settled down in laws and regulations. In Venezuela an specific Law exists to promote transparency and quick processing to procure goods and services. It establishes procedures for contractors selection including legal, financial and technical conditions. The evaluation procedures are described in writing form to guarantee the potential offerers to be informed about the contract characteristics and how will be the offers evaluated in order to select the "better offer". The adopted mechanism consists on a scale where certain characteristics of the companies and the offer will be ranked. This works discuss about coherence and suitability of factors and their weighting-values included in the technical evaluation of contractors for construction projects and it intends to help in taking quantitative decisions by means of a specific method (AHP), using a mathematical framework that represents better the human beings' reasoning (Fuzzy Sets), in order to determine a suitable and coherent scale to contractor selection. Finally, the methodology is used in a real case at University.

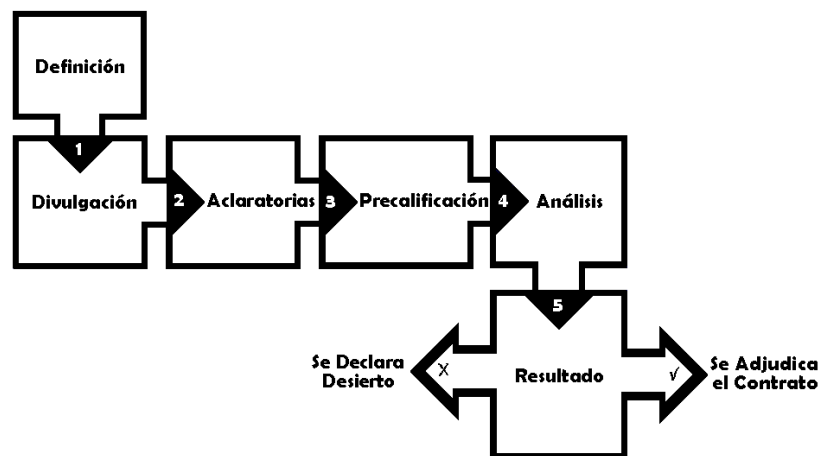
**Keywords:** Decision Making, Contractor Selection, AHP, Fuzzy Sets.

## 1. INTRODUCCIÓN

La administración pública es un sector que está sumamente normado obligando a que la actuación de los funcionarios esté inserta en el marco regulatorio legal. Histórica y mundialmente existe y ha existido una preocupación por el manejo probo y eficiente de los recursos públicos que ha promovido la creación de mecanismos y procedimientos que, simultáneamente, permitan la ejecución en tiempos razonables de los recursos financieros del Estado, mientras se procura usar eficientemente el patrimonio público haciendo el gasto en las condiciones más favorables que puedan obtenerse.

Para la adquisición de bienes y servicios en el sector público es una práctica común el proceso de licitaciones. En Venezuela, la normativa está impuesta en el Decreto con Rango, Valor y Fuerza de Ley, de Ley de Contrataciones Públicas N° 5.929 de fecha 11 de marzo de 2008, publicado en la Gaceta Oficial Extraordinaria de la República Bolivariana de Venezuela N° 38.895 de fecha 25 de marzo del mismo año. El objeto del Decreto Ley es “regular la actividad del Estado para la adquisición de bienes, prestación de servicios y ejecución de obras, con la finalidad de preservar el patrimonio público, fortalecer la soberanía, desarrollar la capacidad productiva y asegurar la transparencia de las actuaciones de los órganos y entes sujetos” al Decreto Ley. La norma establece distintas categorías para seleccionar a los contratistas, a saber: Concurso Abierto, Concurso Cerrado, Consulta de Precios y Contratación Directa, la última es de carácter excepcional y las primeras se establecen en función del monto del bien, el servicio o la obra a contratar. Los concursos, que en Venezuela son el análogo de las Licitaciones, tienen unas bases que varían según la naturaleza y monto del contrato y que se describen en un documento llamado pliego de condiciones. El pliego es una lista que contiene los requisitos para ser parte de la licitación, el bien, la obra o servicio del cual se trata, plazos, y las condiciones a través de las cuales se calificarán las ofertas de las diferentes empresas. Una vez finalizado el plazo se abren públicamente los sobres, contentivos de las ofertas y sus documentos de soporte, y se otorga el contrato a quien ofreció mejores condiciones, según el dictamen de la evaluación.

La contratación pública es un proceso en etapas secuenciales que se muestra en la *Figura 1*. En la primera etapa, se debe garantizar la inclusión de todos los aspectos necesarios para cubrir la necesidad por la que se apertura un proceso de esta naturaleza. En ella se manejan los componentes más importantes del proceso como lo son el pliego de condiciones y los baremos que se establecen para la respectiva calificación de las ofertas. Es justamente en estos dos aspectos de la primera etapa, donde reside el peso principal para que se logren decisión más acertada a la hora de una contratación, y la razón por la cual éste estudio se propone como objetivo general establecer un buen baremo que permita la posterior selección de la “mejor oferta”.



**Figura 1: Secuencias del Proceso de Contratación Pública en Venezuela**

Es importante que el Decreto Ley no exige que la oferta seleccionada sea la de menor precio, con la evidente excepción de que las ofertas sean de la misma calidad y circunstancias. De hecho el artículo 85 señala “*Debe otorgarse la adjudicación a la oferta que resulte con la primera opción al aplicar los criterios de evaluación y cumpla los requisitos establecidos en el pliego de condiciones*”, por esa razón es tan importante que específicamente el baremo de calificación técnica sea un instrumento que refleje aspectos que garanticen la

contratación – a los efectos de éste trabajo – de una empresa capaz de realizar obras con la calidad deseada, convirtiéndose en el objetivo de éste trabajo obtener un buen baremo determinando la ponderación más adecuada de los factores mediante AHP (Saaty, 1980) modificado en el contexto de los conjuntos difusos (Zadeh, 1965).

La UNEXPO, por ser una universidad pública, es sujeto del Decreto Ley mencionado en el apartado anterior a la hora de seleccionar los contratistas que le provean de bienes y servicios. Para ello, como ente contratante requiere incorporar en su estructura una Comisión de Contrataciones que tenga representantes del área financiera, el área legal y el área técnica. Esta Comisión tutela todo el proceso, por tanto es la encargada de elaborar los pliegos de condiciones, así como de calificar a las empresas una vez que se realiza la apertura de los sobres. El miembro del área legal es el mismo en todos los procesos iniciados por la Universidad, similarmente ocurre con el representante del área financiera. No obstante, como los procesos de contratación de la UNEXPO son de una muy variada naturaleza (servicios de transporte, de comedor, remodelación y construcción de planta física, adquisición de equipos de computación, dotación de talleres y laboratorios, etc.) el representante del área técnica se selecciona de acuerdo a la naturaleza del contrato. En el caso de las obras civiles, el representante técnico suele ser el Jefe de la Oficina Central de Planta Física. La permanencia prolongada de los miembros de la Comisión de Contrataciones tiene la ventaja de que con cada proceso surge un cúmulo de experiencia útil, con todo, esa gran experiencia implica necesariamente una restricción a los cambios en los procedimientos.

Las obras de construcción y remodelación de planta física son diferentes entre sí, en virtud de su alcance y exigencias, sin embargo los pliegos permanecen invariantes en cuanto a los factores y las ponderaciones asociadas a la etapa de análisis y calificación. Los argumentos que privaron para la definición del baremo técnico no están documentados y son parte de una herencia histórica de larga data. En cualquier caso los autores de ésta investigación consideran que, a pesar de que los factores en sí mismos son el fruto de expertos en el área constructiva, con seguridad el procedimiento seguido para determinar las ponderaciones relativas a cada factor no estuvo asociado a ningún método analítico riguroso, con lo cual es muy probable que el resultado sea inconsistente. En lo sucesivo se explicará el marco teórico avanzando de lo general a lo específico.

## 2. DECISIONES COLECTIVAS DE ATRIBUTOS MÚLTIPLES

Históricamente es conocido el hecho de que algunos métodos para combinar las preferencias individuales en preferencias colectivas son inconsistentes, la más conocida de ellas, introducida por Nanson (1882) es la llamada *paradoja de la votación*. Arrow (1951) demostró que resultaba imposible concebir ningún procedimiento para combinar los ordenamientos individuales de más de dos opciones y, simultáneamente, satisfacer cinco preceptos deseables y aparentemente inofensivos: (a) producir una ordenación colectiva para cualquier conjunto lógicamente posible de ordenamientos individuales; (b) que el ordenamiento responda positivamente, o al menos no negativamente, a las alteraciones en los valores individuales<sup>1</sup>; (c) que la opción electa dentro de cualquier conjunto de posibilidades definido debe ser independiente de la existencia de alternativas fuera de dicho conjunto, es decir, si las relaciones de preferencia individuales no cambian al eliminar la consideración de una alternativa, entonces el ordenamiento colectivo debe permanecer inalterado; (d) que ningún ordenamiento puede evitar, por definición, que se exprese una preferencia para alguna alternativa dada por encima de otra; y (e) que las decisiones colectivas no pueden basarse únicamente en las preferencias de alguno de los individuos, por lo tanto no debe haber ningún individuo con la propiedad de que si el prefiere  $p$  a  $q$ , entonces el ordenamiento grupal también prefiere  $p$  a  $q$  independientemente de los ordenamientos individuales. A pesar de que el resultado de Arrow es desalentador, cuando se relaja cualquiera de sus los preceptos es factible determinar reglas de elección colectivas razonables, debido a que “*las condiciones cuya inconsistencia demostró Arrow no son condiciones que él considerase como suficientes para un sistema satisfactorio de elección colectiva, sino condiciones necesarias y plausibles.*” (Sen, 1976).

El estudio de estos problemas ha sido particularmente relevante en matemáticas, donde se denominan problemas de toma de decisiones multiatributos. Consiste en seleccionar adecuadamente una opción de un conjunto de ellas, una buena descripción del abundante pero no concluido cuerpo teórico al respecto la realizan Hwang y Yoon

---

<sup>1</sup> Esto significa que en el caso de que una FBS clasifique a una alternativa  $p$  por encima de una alternativa  $q$  en un perfil dado, también debe clasificar  $p$  por encima de  $q$  en cualquier otro perfil que sea exactamente igual que el original salvo que uno o más individuos han trasladado hacia arriba a  $p$  en sus propias clasificaciones.

(1981) y Yoon y Hwang (1995). En particular, los métodos disponibles no son necesariamente fáciles de entender y aplicar por todos los que se ven involucrados en este tipo de procedimiento, así mismo como afirman Zhou y colaboradores (Zhou et al, 1999) los métodos matemáticos tienden a reflejar un ambiente de decisión ideal donde los involucrados pueden considerar racionalmente todos los aspectos del problema, pensar sobre ellos, obtener información precisa al respecto y luego alcanzar el consenso. Otro inconveniente que enfrentan los modelos matemáticos, especialmente cuando su función primaria es la evaluación, es la integración de las valoraciones objetivas que se corresponden con escalas cuantitativas, con las valoraciones subjetivas expresadas con mayor facilidad de forma cualitativa (Pérez et. al., 2006). En general, los aspectos cualitativos generan diversos problemas en la toma de decisiones, de hecho, en atributos cualitativos es común que el ser humano realice ordenamientos que no son transitivos<sup>2</sup>.

En la realidad relativa a los proyectos de ingeniería el proyectista debe escoger entre las alternativas del conjunto de elección la mejor solución, para ello, dispone de diversos criterios que son, al menos, parcialmente contradictorios, siendo muy frecuente que unos criterios tengan para el proyectista más relevancia que otros, debido a circunstancias muy diversas entre las que se encuentran sus preferencias personales, sean ellas razonadas o totalmente subjetivas (Nieto y Luna, 2000). Schoemaker y Waid, (1982), al comparar cinco métodos cuantitativos diferentes hallaron que, tanto los pesos relativos de los distintos factores a evaluar, como las varianzas de los resultados que se obtienen al aplicar los atributos así ponderados, difieren sistemáticamente en función del método que se emplee para determinarlos.

Un proceso de Toma de Decisiones Colectivas se puede ver como una secuencia de dos fases (Roubens, 1997). El proceso debe comenzar por la *Fase de Agregación*, en la que se transforma un conjunto de valores de preferencias de individuales asociados a diferentes criterios de evaluación, y/o un conjunto de valores de preferencias de un grupo de personas sobre un criterio de evaluación particular, en un conjunto de valores de preferencia colectiva aplicando un operador de agregación o síntesis. Posteriormente, al vector de valores de preferencia colectiva se le aplica un criterio de selección donde se obtiene el conjunto solución del problema de decisión, en lo que se denomina *Fase de Explotación*. Los criterios de selección pueden estar basados en cualquier método que permita obtener una ordenación de la preferencia colectiva que emerge de la fase de agregación. Para los efectos de éste trabajo los autores se concentraron en la fase de explotación, dejando el análisis del consenso para posteriores investigaciones en virtud de no está claro, en esta fase del desarrollo, quienes deberían convertirse en los individuos que expresen sus preferencias para establecer el consenso posterior.

### 3. PROCESO ANALÍTICO DE JERARQUIZACIÓN (AHP<sup>3</sup>)

El ser humano muestra problemas para manejar escenarios complejos de decisión, a tal punto que hay un campo de estudio incipiente y activo que trata de explicar como los factores psicológicos inducen a los gerentes y a los comerciantes a tomar decisiones subóptimas. (Bloomfield, 2008).

La técnica para tomar decisiones mediante la jerarquización propuesta por Saaty, es en esencia la reducción de la complejidad de la evaluación de múltiples atributos, reemplazándola por una serie de comparaciones por pares que se agrupan en una matriz recíproca positiva.

Los valores en la matriz serán numéricos y el método para garantizar los resultados impone un par de restricciones lógicas: (i) cuando se compara una alternativa contra sí misma, se les asigna “igual importancia”, y (ii) si a la opción  $i$  se le asigna un número  $x$  al compararla con la opción  $j$ , entonces cuando se compare la opción  $j$  contra la opción  $i$  el valor que se le asignará a dicha comparación es  $1/x$ . Una escala que adaptó Coyle (2004) del trabajo original de Saaty se muestra en la *Tabla 1*.

---

<sup>2</sup> Un ejemplo clásico surge al comparar colores, imaginen que una persona cualquiera prefiere el color rojo al azul, luego si compara entre azul y amarillo se decide por el azul, es perfectamente posible, e incluso habitual que a esa misma persona se le presente la comparación entre rojo y amarillo, ¡se incline por el amarillo!

<sup>3</sup> *Analytic Hierarchical Process*, por sus siglas en inglés.

**Tabla 1: Escala de Comparación de Saaty**

Intensidad de la Importancia	Definición Lingüística	Explicación
1	Igual Importancia	Los dos factores contribuyen equitativamente.
3	Algo más importante	La experiencia y el juicio favorecen ligeramente a un factor.
5	Mucho más importante	La experiencia y el juicio favorecen claramente a un factor.
7	Sumamente más importante	La experiencia y el juicio favorecen muy ampliamente a un factor. Dicha importancia es demostrada en la práctica.
9	Absolutamente más importante	Existe evidencia de validez comprobada favoreciendo a uno de los factores.
2,4,6, 8	Valores intermedios	Se usa como compromiso entre evaluadores con juicios diferentes.

Una vez que se establecen todas las comparaciones por pares y se registran en la matriz se determina el auto vector, cuyos componentes serán los pesos relativos para cada una de las opciones. El auto vector  $\omega$  corresponde a la solución de la siguiente ecuación:

$$A\omega = \lambda\omega \quad (1)$$

Si los juicios expresados en las valoraciones fuesen perfectamente consistentes el auto valor  $\lambda$  sería igual al orden de la matriz  $n$  (el número de factores a ser comparados). En cualquier otro caso el auto valor será mayor ( $\lambda_{\max} \geq n$ ), en estos casos se puede determinar un índice de consistencia empleando la siguiente ecuación:

$$\text{índice de consistencia} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (2)$$

El método concluye con la estimación de la tasa de consistencia ( $CR^4$ ) que es una medida de que compara los juicios emitidos contra una muestra suficientemente grande de juicios aleatorios calculada por Saaty. Los valores también se pueden consultar en Coyle (2004). La CR se determina dividiendo el índice de consistencia de la matriz de comparación entre el índice de consistencia de matrices aleatorias del mismo orden. Si la tasa de consistencia es cero se estaría en presencia de un matriz de comparación perfectamente consistente, en todo caso la recomendación de Saaty indica que cuando se obtienen valores de la tasa de consistencia menores a 0,1 es suficiente ( $CR < 0,1$ ) caso contrario, la confiabilidad de la consistencia de dichos juicios está en duda.

#### 4. CONJUNTOS DIFUSOS

Los conjuntos difusos son una generalización de la teoría de conjuntos clásicos que introdujo Zadeh (1965), como una manera matemática de representar la vaguedad del lenguaje ordinario, en particular esa que provoca que la precisión sea en ocasiones inútil porque es más natural para el ser humano la interpretación de instrucciones ambiguas para actuar en consecuencia. El enfoque difuso permite modelar la interfase entre las categorías conceptuales del ser humano y los datos, en el conocimiento de que las categorías del ser humano están normalmente definidas de forma que las clases pueden solaparse, no existe un único elemento prototipo representativo de la clase, o bien no se puede determinar la pertenencia o exclusión absoluta de un elemento a las clases. Los conjuntos difusos serán entonces un par ordenado compuesto por el elemento y un valor entre cero y uno que indica que tanto pertenece dicho elemento a la clase definida por el conjunto, tal como se muestra en la ecuación 3. En este enfoque la transición entre la ausencia total de pertenencia (membresía nula) y la pertenencia absoluta (membresía unitaria) es gradual en vez de abrupta como ocurre en la teoría clásica, como se señala en la condición 4.

$$A = \{x, \mu_A(x)\}, \quad x \in X \quad (3)$$

$$0 \leq \mu_A(x) \leq 1, \quad \forall x \in X \quad (4)$$

En los casos de conjuntos continuos la membresía se designa mediante una función que mapea los elementos del Universo  $X$  sobre alguno de los infinitos valores en el intervalo cerrado y continuo  $[0,1]$ , por lo tanto se pueden

<sup>4</sup> *Consistency Ratio*, por sus siglas en inglés.

establecer, en principio, un infinito número de funciones que pueden representarlos. Esta característica es tanto una debilidad como una fortaleza de los modelos difusos, sacrificando la unicidad en aras de ganar flexibilidad. Matemáticamente hablando todas y cada una de las funciones  $m: X \mapsto [0,1]$  definen un conjunto difuso, pero muchas de dichas funciones no pueden ser adecuadamente interpretadas como modelos de algún conjunto conceptual difuso. En otras palabras, toda función como  $m$  puede ser un conjunto difuso, pero se convertirá en uno si y sólo si coincide con alguna descripción semántica plausible de las propiedades imprecisas de los objetos del Universo  $X$ .

Así como existen una serie de propiedades para los conjuntos clásicos, así como operaciones que se pueden realizar sobre los mismos, también hay una contrapartida para los conjuntos difusos, el lector interesado en una excelente introducción al asunto puede referirse a Kandel (1986). A continuación se detallan, exclusivamente, las que se emplearán más adelante en éste trabajo.

**Tabla 2: Propiedades y Operaciones Selectas de los Conjuntos Difusos**

Nombre	Explicación	Expresión Matemática	#
Soporte	El conjunto de puntos para los cuales la membresía es positiva.	$S(A) = \{x   \mu_A(x) > 0\} \quad \forall x \in A$	(5)
Altura	Es el mayor valor de membresía que muestra el conjunto.	$hgt(A) = \sup_{x \in S(A)} [\mu_A(x)]$	(6)
Intersección	El conjunto de los elementos que efectivamente pertenecen a ambos conjuntos con el menor grado de membresía posible.	$A \cap B(x) = \{x, \mu_{A \cap B(x)}\}$ tal que: $\mu_{A \cap B(x)} = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \forall x \in A \vee B$	(7)
Relación	Mapa del espacio cartesiano al intervalo $[0,1]$ que indica el grado de membresía del par ordenado a la relación.	$R = \{x, y \in X \times Y \mapsto \mu_R(x, y) \in [0,1]\}$	(8)

Los modelos difusos no son realmente diferentes de otros más familiares, en ocasiones trabajan mejor y otras veces lo contrario. La forma en que efectivamente trabaje el modelo debe ser el único criterio utilizado para juzgarlo, y actualmente existe mucha evidencia de que tratar problemas reales a través de enfoques difusos es frecuentemente una buena alternativa respecto a esquemas más familiares (Ross, 2004). Construir un modelo difuso es, en gran parte, seleccionar la forma que cada función de membresía  $m$ , debe tener en el modelo con base en la aplicación y sus propiedades específicas.

## 5. INTEGRACIÓN DE AHP CON LOS CONJUNTOS DIFUSOS

### ANTECEDENTES

Shiau y colaboradores plantearon utilizar AHP para desarrollar un sistema de selección de subcontratistas en proyectos de construcción en Taiwán. Su propuesta permitió colocar en línea un sistema de soporte de decisiones que promueve un proceso de procura justo para los oferentes, un incremento de la competencia entre ellos que se traduzca en la selección de los “mejores socios” generando valor para la compañía que subcontrata (Shiau et. al., 2002). La concentración de éste trabajo es el sistema de soporte de decisiones en sí mismo y se apoya en la versión original de Saaty para jerarquizar a los oferentes respecto a los criterios de interés; sin embargo, es una muestra de la aplicabilidad de AHP en el sector construcción.

Mahmoodzadeh y colaboradores integraron AHP con los conjuntos difusos en un enfoque que denominaron Fuzzy AHP, y combinaron Fuzzy AHP con la técnica TOPSIS en el área de la ingeniería económica, a los fines de seleccionar el “mejor proyecto” de inversión entre varias alternativas (Mahmoodzadeh et. al., 2007). Éste trabajo motivo en los autores la aplicación del enfoque novedoso – Fuzzy AHP – para el problema de obtener una ponderación apropiada para el baremo técnico de los procesos de selección de contratistas para la construcción, en el ámbito de la UNEXPO. La modificación que ellos introducen en AHP consiste en cambiar los números

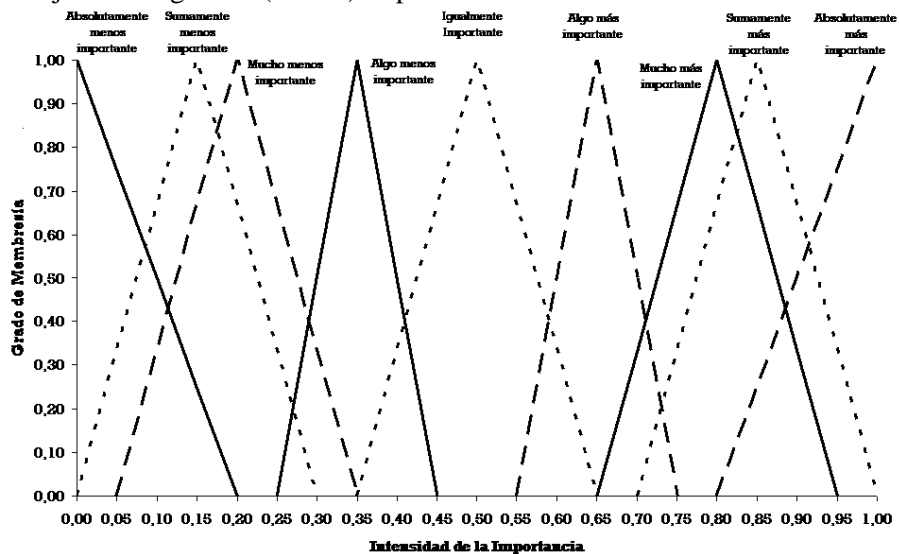
empleados en la escala de valoración de Saaty (*Tabla 1*) por números difusos<sup>5</sup>, sin menoscabo de la contribución del citado trabajo – en opinión de los autores de ésta propuesta – ese cambio no aprovecha muchas de las fortalezas del marco provisto por los conjuntos difusos. Un enfoque diferente será explicado en el próximo aparte.

## PROPUESTA

Las evaluaciones consisten normalmente en otorgar cierta puntuación al desempeño observado sobre la base de una escala definida con anterioridad. Otra tendencia igualmente importante es clasificar el desempeño en una categoría dentro de un conjunto habitualmente impar de ellas. AHP, encuadra dentro de éstas definiciones, no obstante, en este trabajo se considera que es más natural para un ser humano tratar la incertidumbre mediante el lenguaje común utilizando lo que Martín (1982) denomina modelización lingüística borrosa, lo cual surge cuando las variables o elementos de un sistema difuso se expresan en términos lingüísticos y las relaciones por razonamientos aproximados, de especial utilidad en los casos donde las variables se asocian a características cualitativas en vez de cuantitativas. Para el caso que atiene a ésta investigación se traduce en que el propósito de la evaluación consista en la calificación del desempeño de cada aspirante en una de las categorías verbales que expresan la intensidad de la importancia, en vez de los números asociados (ver *Tabla 1*).

De la inspección de la *Tabla 1* se puede inferir que aun cuando Saaty propuso una escala numérica equiespaciada, las definiciones y las explicaciones propuestas por Coyle (2004) manifiestan un sesgo hacia la diferenciación de las alternativas en comparación. Una de las ventajas que presenta el abordaje mediante variables lingüísticas es que se representarán los juicios, a través de las funciones de membresía, en una escala no uniforme acorde con la expresión verbal de las mismas. La distribución de las variables lingüísticas en conjuntos difusos de esta propuesta se muestra en la Figura 2.

En la Figura 2, se distinguen un total de nueve (9) conjuntos difusos de forma triangular. La variable que se muestra en el eje *x* hace referencia a la intensidad de la importancia que asigna quien juzga a la comparación entre el par de atributos que está evaluando. Se puede notar el sesgo hacia los extremos, mediante el solapamiento de las variables que refleja que es mucho más difícil distinguir entre “Mucho más (menos) importante” y “Sumamente más (menos) importante”, e incluso entre esas opciones y “Absolutamente importante”. La opción igualmente importante no se solapa con ninguna de las evaluaciones próximas a los extremos y lo hace moderadamente con el juicio “Algo más (menos) importante”.



**Figura 2: Variables Lingüísticas para Toma de Decisiones con AHP**

Como se comentó previamente AHP se construye sobre la base de matrices recíprocas, por lo tanto se hace necesario abordar las particularidades de las relaciones recíprocas en el contexto difuso (Bezdek et. al., 1978):

<sup>5</sup> Los números difusos pueden pensarse como conjuntos cuyo valor máximo de membresía coincide con el número en cuestión, decayendo linealmente tanto a la izquierda como a la derecha del mismo. El grado de imprecisión determinará el soporte que se empleará en la definición del conjunto.

$$R \text{ es tal que sus elementos cumplen con: } r_{ij} + r_{ji} = 1 \quad \forall i \neq j \wedge r_{ii} = 0 \quad \forall i \quad (9)$$

La condición 9 implica que si  $r_{ij}=1$ , entonces la alternativa  $i$  es absolutamente más importante que la alternativa  $j$ . Mientras que un valor de  $r_{ij}=r_{ji}=0,5$  hace referencia a la situación donde existe igual importancia entre las alternativas  $i$  y  $j$ . En estos casos es posible determinar una medida de preferencia, la certeza promedio  $C$ :

$$C(R) = 2 \frac{\text{tr}(RR^T)}{n(n-1)} \quad (10)$$

Donde la traza de una matriz se define:

$$\text{tr}(R) = \sum_{i=1}^n r_{ii} \quad (11)$$

En cualquier caso, se puede derivar una métrica importante, que representa la distancia al consenso  $m(R)$ .<sup>6</sup>

$$m(R) = 1 - \sqrt{2C(R) - \frac{3}{2}} \quad (12)$$

El consenso para una relación se puede clasificar en dos casos que forman condiciones de borde útiles para comparar. El consenso Tipo I ( $M_1^*$ ), donde una alternativa es preferida sobre todas las demás que a su vez, son indiferentes entre sí; y el consenso Tipo II ( $M_2^*$ ), donde una alternativa es preferida sobre todas las demás; pero las restantes tienen preferencias secundarias definidas, aun cuando ello no necesariamente implique una jerarquía definida para todas. En el caso de una relación de completa ambivalencia<sup>7</sup>,  $m(R)=1$ . Para una relación con consenso tipo II,  $m(M_2^*)=0$ . Para una relación de consenso tipo I, el valor de  $m(M_1^*)$  depende exclusivamente del el número de alternativas  $n$ .

$$m(M_1^*) = 1 - \sqrt{\frac{2}{n}} \quad (13)$$

La distancia a la que se encuentra el ordenamiento, desde la completa ambivalencia hacia lograr un consenso tipo II, se determina como  $1 - m(R)$ . Una forma de medir que tan bueno fueron los juicios consiste en estimar la distancia a la que se encuentra el ordenamiento, desde la completa ambivalencia hacia lograr un consenso tipo I:

$$\% M_1 = \frac{1 - m(R)}{1 - m(M_1^*)} \times 100 \quad (14)$$

Una forma de tener un modelo similar al que arroja la matriz de comparación del AHP clásico (y poder calcular el auto vector) es utilizar para las comparaciones la función de relatividad (Ecuación 15 – Shimura, 1973). Una ventaja que se gana al utilizar la función de Shimura es que es capaz de lidiar con los ordenamientos no transitivos (Ross, 2004), que como se ha acotado con anterioridad son típicos del ser humano, específicamente en los atributos cualitativos.

$$f(x|y) = \frac{f_y(x)}{\max[f_y(x), f_x(y)]} \quad (15)$$

Donde  $f_y(x)$  representan los valores de membresía que se le asignan a la comparación por pares de  $x$  con  $y$ , y  $f_x(y)$  los de  $y$  con  $x$ . La ecuación 15 también es asumida en la propuesta de Nieto y Luna (2000). El procedimiento de decisión que plantea esta propuesta se muestra en la *Figura 3*.

Con la finalidad de poner en contexto la herramienta presentada se aplica a continuación en la determinación de un buen baremo técnico de evaluación de las empresas. El problema se descompone en tres factores para evaluar: (i) Generales, (ii) De Planificación, y (iii) De Precios Unitarios. Cada uno de ellos debe contribuir al logro del objetivo propuesto. Para el ejemplo que se desarrolló en ésta investigación cada clase agrupa tres factores, los cuales se pueden detallar en la *Figura 4*.

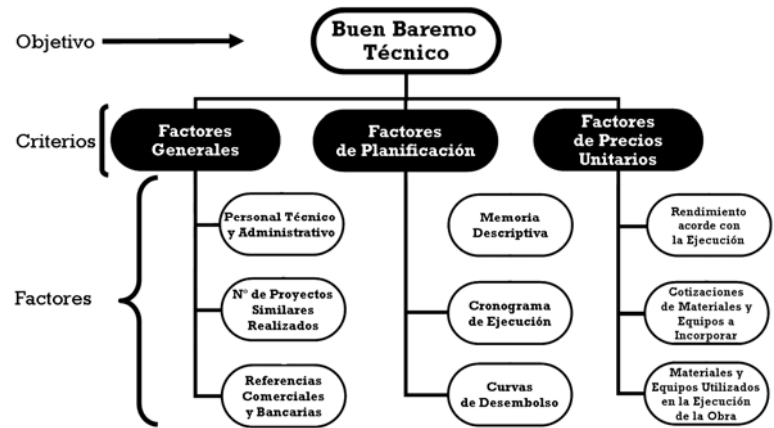
<sup>6</sup> Nótese que las relaciones recíprocas según la definición de Bezdek y colaboradores exigen que todos los elementos de la diagonal sean ceros, de esa forma la certeza promedio y la borrosidad promedio son complementarias ( $C(R) + F(R)=1$ ). Sin embargo, en el contexto de comparaciones en que se encuadra éste trabajo, a la indiferencia entre dos alternativas le corresponde el valor de  $r_{ij}=0,5$ . Evidentemente, cuando se compara un atributo con sí mismo la posición de quién juzga ha de ser indiferente, por ello se corrigió  $m(R)$  con un factor de 1,5 en vez de 1, porque si los  $r_{ii}=0,5$  en vez de cero  $C(R) + F(R)=1,5$ .

<sup>7</sup> Todas las alternativas son indiferentes para el evaluador,  $r_{ij}=0,5$  para todo  $i$  y  $j$ .



- 1) Para cada par de atributos  $x$  e  $y$ , determine los valores lingüísticos de las comparaciones  $L_{xy}$ .
- 2) Construya la matriz de comparación  $L$  obteniendo cada uno de los valores de las funciones de comparación como la altura del conjunto  $f_y(x) = \text{hgt}(L_{xy})$ .
- 3) Construya la matriz de relación  $R$ , determinando para cada par la función de relatividad Shimura (ec. 15).
- 4) Determine el autovector correspondiente  $w$ , con la siguiente secuencia:
  - a) Para cada fila de  $R$  determine el valor mínimo.
  - b) Normalice el vector de los valores mínimos de cada fila, con lo cual tendrá los pesos relativos.
- 5) Calcule la certeza promedio de la matriz  $L$ . ( $C(L)$  – ec. 10)
- 6) Calcule la distancia al consenso para la matriz  $L$ . ( $m(L)$  – ec. 12)
- 7) Interprete los resultados del ordenamiento jerárquico a partir del  $\%M_i$  (ec. 14), recordando que 100% indica que se alcanzo un consenso tipo I, es decir, la existencia de un atributo con preferencia absoluta. En la etapa actual de ésta investigación se puede considerar que valores mayores a 50% son satisfactorios.

**Figura 3: Algoritmo de Toma de Decisión para un Sistema AHP Difuso**



**Figura 4: Estructura Jerárquica del Objetivo**

Para obtener los pesos se debe entonces elaborar cuatro matrices de comparación, una para jerarquizar los factores dentro de cada criterio, y una adicional para jerarquizar los criterios dentro del objetivo del análisis. En virtud de las restricciones de espacio, y dado que el procedimiento es reiterativo para la construcción de cada matriz, en esta sección se resumen los resultados obtenidos (ver *Tabla 3*) y se explica paso a paso la aplicación del algoritmo para la comparación de criterios en el Anexo.

La ponderación ajustada corresponde a la ponderación definitiva que se le asigna a cada factor. Para determinarla se multiplica el peso obtenido (en el auto vector de la matriz donde aparece el factor) por la ponderación que tiene ese criterio en la consecución del objetivo del análisis (componente del auto vector de la matriz de criterios).

**Tabla 3: Resumen de Resultados**

Grupo	Factores	$\omega$	$\%M_i$	Ponderación Ajustada
Criterios	Factores Generales	0,10		---
	Factores de Planificación	0,31	57,9%	---
	Factores de Precios Unitarios	0,58		---
Generales	Personal Técnico y Administrativo	0,17		1,71%
	Nº de Proyectos Similares Realizados	0,67	63,6%	6,86%
	Referencias Comerciales y Bancarias	0,17		1,71%
Planificación	Memoria Descriptiva	0,11		3,50%
	Cronograma de Ejecución de la Obra	0,44	60,0%	13,95%
	Curvas de Desembolsos	0,44		13,95%
Precios Unitarios	Rendimiento Acorde con la Ejecución	0,74		43,10%
	Cotizaciones de Materiales y Equipos a Incorporar en la obra	0,13	81,9%	7,61%
	Materiales y Equipos a utilizar en la Ejecución de la obra	0,13		7,61%
				100,00%

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Del análisis efectuado se determina que los factores de precios unitarios son los más considerados por los expertos del área técnica para la evaluación de la obra. Asimismo, se precisó que el factor de mayor importancia individual es el Rendimiento acorde con la ejecución representando poco más del 40% de la evaluación. El Cronograma de ejecución y las curvas de desembolso, que están íntimamente relacionadas, comprenden casi el 28% de la evaluación.

Cada uno de los grupos sometidos a comparación mostraron un consenso aceptable que varía entre el 57,9% y el 81,9%, pudiéndose hablar en términos generales de que es cuando menos cercano al 60%. En criterio de los

autores es una métrica alentadora. Sin embargo, no debe olvidarse que no es equivalente a la tasa de consistencia definida por Saaty, por lo cual se recomienda continuar la investigación a los fines de poder determinar una tasa de consistencia análoga para el AHP dentro del marco de sistemas difusos. Otra potencial extensión de la propuesta es permitir las opiniones sin interacción de varios expertos y trabajar en un método que establezca previamente comparaciones consensuadas de los expertos en el marco de sistemas difusos.

## REFERENCIAS

- Bezdek, J., Spillman, B., y Spillman, R. (1978). "A Fuzzy Relation Space for Group Decision Theory". *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 1, No. 4, pp 255-268.
- Bloomfield, R. (2008). "Behavioral Finance" *The New Palgrave Dictionary of Economics Online*. Eds. S. Durlauf y L. Blume. <[http://www.dictionaryofeconomics.com/article?id=pde2008\\_B000339](http://www.dictionaryofeconomics.com/article?id=pde2008_B000339)>, 01/21/09.
- Coyle, G. (2004). *Practical strategy: structured tools and techniques*. Pearson, Harlow, UK.
- Feng, L., y Dillon, T. (2000). "Explicating Human Intuitions in Managerial Decision Making: an Application of Fuzzy Technology", *Proceedings of the 4th International Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, Florida, USA.
- Hwang, C., y Yoon, K. (1981). *Multiple attribute decision making: Methods and applications*. Springer, Berlin.
- Kandel, A. (1986). *Fuzzy Mathematics Techniques with Applications*. Addison-Wesley, California, USA.
- Mahmoodzadeh, S., Shahrabi, J., Pariazar, M., y Zaeri, M. (2007). "Project Selection by Using Fuzzy AHP and TOPSIS Technique". *International Journal of Humanities and Social Sciences*, Vol. 1, No. 3, pp 135-140-
- Martín, E. (1982). "La Teoría de los Conjuntos Borrosos y la Toma de Decisiones". *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. 11, No. 38 y 39, pp 405-430.
- Nanson, E. (1882). "Methods of Elections". *Transactions & Proceedings of the Royal Society of Victoria*, Vol. 18.
- Nieto, A., y Luna, M. (2000). "Ponderación de Criterios en Problemas de Decisión Multicriterio. Aplicación de la Lógica Borrosa". *V Congreso Internacional de Ingeniería de Proyectos*. AEIPRO, Lleida, España.
- Pérez, I., Centeno, R., y Serafin, M. (2006) "Evaluación de Aspirantes a Docentes en la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Valle del Momboy mediante un Modelo Difuso de Soporte de Decisiones". *Memorias del 1<sup>er</sup> Congreso Venezolano de Enseñanza de la Ingeniería*. NDI, Maracaibo, Venezuela.
- Ross, T. (2004). *Fuzzy logic with engineering applications*, 2<sup>nd</sup> edition, John Wiley, Chichester, UK.
- Roubens, M. (1997). "Fuzzy sets and decision analysis". *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 90, No. 2, pp 199-206.
- Saaty, T.L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York.
- Schoemaker, P., y Waid, C. (1982). "An Experimental Comparison of Different Approaches to Determining Weights in Additive Utility Models", *Management Science*, Vol. 28, No. 2, pp 182-196.
- Sen, A. K. (1976). *Elección Colectiva y Bienestar Social*. Alianza Editorial, Madrid, España.
- Shiau, Y., Tsai, T., Wang, W., y Huang, M. (2002). "Use Questionnaire and AHP Techniques to Develop Subcontractor Selection System". *Proceedings of 19<sup>th</sup> International Symposium on Automation and Robotics in Construction*. NIST, Maryland, USA.
- Shimura, M. (1973). "Fuzzy sets concept in rank-ordering objects". *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 43, No. 3, pp 717-733.
- Yoon, K., y Hwang, C. (1995). *Multiple attribute decision making: An introduction*. Springer, Thousand Oaks.
- Zadeh, L. A. (1965). "Fuzzy sets". *Information and Control*, Vol. 8, No. 3, pp 338-353.

Zhou, D., Ma, J., Tian, Q., y Kwok, R. (1999). "Fuzzy group decision support system for project assessment". En IEEE (Ed.), *Proceedings of the 32nd Hawaii International Conference on System Sciences* (Vol. 1, pp. 5-8). IEEE, Hawaii, USA.

### ANEXO: EJEMPLO DE CÁLCULO PARA LA PONDERACIÓN DE CRITERIOS

- i) Se consideró que los Factores Generales son "Algo menos importantes" que los Factores de Planificación y "Mucho menos importantes" que los Factores de Precios Unitarios.
- ii) Se consideró que los Factores de Planificación son "Algo más importantes" que los Factores Generales y "Algo menos importantes" que los Factores de Precios Unitarios.
- iii) Se consideró que los Factores de Precios Unitarios son "Mucho más importantes" que los Factores Generales y "Algo más importantes" que los Factores de Precios Unitarios.
- iv) Se consideran que todos los factores son de "Igual importancia" cuando se comparan con ellos mismos.
- v) Se obtiene el valor de la "intensidad de la importancia", a partir de la Figura 2, como el valor con máximo grado de membresía del conjunto que representa la variable lingüística (mayor altura). Por ejemplo "Algo menos importante" le corresponde la intensidad 0,35. Así se llenó la siguiente matriz:

Buen Baremo	Función de Comparación		
	Generales	Planificación	Precios Unitarios
Generales	0,50	0,35	0,15
Planificación	0,65	0,50	0,35
Precios Unitarios	0,85	0,65	0,50

- vi) Se determina la función de relatividad de Shimura (EC. 15) para cada par de comparaciones. Por ejemplo entre Factores Generales y Factores de Planificación resulta:

$$f(G|P) = \frac{0,35}{\max[0,35; 0,65]} = \frac{0,35}{0,65} = 0,5385. \text{ De esta forma se obtiene la siguiente matriz de relación:}$$

Buen Baremo	Relatividad de Shimura				$\omega$
	Generales	Planificación	Precios Unitarios	Min	
Generales	1,00	0,54	0,18	0,18	0,10
Planificación	1,00	1,00	0,54	0,54	0,31
Precios Unitarios	1,00	1,00	1,00	1,00	0,58
1,71					

- vii) Se determinó el valor mínimo de cada fila (0,18; 0,54; 1,00) y se obtiene su suma (1,71) para la normalización del auto vector, resultando (0,10; 0,31; 0,58). Los Precios Unitarios son más importantes que la Planificación, la cual es más importante que los Factores Generales.
- viii) Se calculan los indicadores de calidad:

$$LL^T = \begin{vmatrix} 0,40 & 0,55 & 0,73 \\ 0,55 & 0,80 & 1,05 \\ 0,73 & 1,05 & 1,40 \end{vmatrix}, \quad tr(LL^T) = 0,40 + 0,80 + 1,40 = 2,59, \quad C(L) = 0,86$$

$$m(L) = 0,53 \quad m(M_1^*) = 0,18 \Rightarrow \% M_1 = 57,9\%$$

***Authorization and Disclaimer***

*Authors authorize LACCEI to publish the paper in the conference proceedings. Neither LACCEI nor the editors are responsible either for the content or for the implications of what is expressed in the paper.*