Improvement of the distribution system of a concrete and construction materials enterprise through mathematic modeling

Alejandra Jimena Inga Quezada[1], Jonatán Edward Rojas Polo, Mg.[1], Melanie Basurto Castro[1], Sharon Callupe Rivera1, Katia Luis Vasquez[1], Yessenia Morales Villafuerte[1]
[1]Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, alejandra.inga@pucp.pe, jrojasp@pucp.pe, a20114402@pucp.pe, Sharon.callupe@pucp.pe, katia.luis@pucp.pe, y.morales@pucp.pe

Abstract -- This research analyzes the situation that a concrete and construction materials enterprise deal with and the objective that it has which is the improvement in the cargo distribution system. This system also includes the transportation system for said cargo. This enterprise offers the transportation service which includes load, transportation and unload activities. The transportation starts at the enterprise's main building located in Surco and finishes at the client's respective buildings located to the south of Lima. At the enterprise's building, it's necessary to have a high level of inventory as well as a correct storage order for the materials that arrive from the supply factories which are the bas for the different material requirement configurations that each client have. Distribution planning is made taking into consideration variables such as delivery priorities, material types for each distribution point, transportation unit capacities and distances. However, there is no formal planning for the distribution which is why the research focuses on using mathematic methods such as the vehicle routing problem in order to find the optimal delivery route for each client order with the minimal distance traveled and time spent.

The research will start with the identification of every variable that are relevant to the distribution model; the historic information of past orders was required in order to identify the most representative clients that the enterprise has; these are the clients that asked frequently for the service and had a high order volume; after that, the vehicle routing problem method was applied; first the Bin Packing Problem and then vehicle routing method with CVRP capacity; finally, an algorithm is designed that allows us to improve the distribution routes. The algorithm was implemented during different distribution days for the orders of the most representative cement consuming clients. The results indicated an average saving in distance traveled of 10.2% or 41.9 kilometers daily.

Keywords– Construction materials VRP, Distribution time, Concrete distribution.

Digital Object Identifier (DOI): http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2019.1.1.180
ISBN: 978-0-9993443-6-1 ISSN: 2414-6390

Mejora del sistema de distribución de una empresa comercializadora de cemento y materiales de construcción mediante el uso de modelación matemática

Alejandra Jimena Inga Quezada[1], Jonatán Edward Rojas Polo, Mg.[1], Melanie Basurto Castro[1], Sharon Callupe Rivera[1], Katia Luis Vasquez[1], Yessenia Morales Villafuerte[1]

[1]Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, alejandra.inga@pucp.pe, jrojasp@pucp.pe, a20114402@pucp.pe, Sharon.callupe@pucp.pe, katia.luis@pucp.pe, y.morales@pucp.pe

***Abstract*– This research analyzes the situation that a concrete and construction materials enterprise deal with and the objective that it has which is the improvement in the cargo distribution system. This system also includes the transportation system for said cargo. This enterprise offers the transportation service which includes load, transportation and unload activities. The transportation starts at the enterprise's main building located in Surco and finishes at the client's respective buildings located to the south of Lima. At the enterprise's building, it's necessary to have a high level of inventory as well as a correct storage order for the materials that arrive from the supply factories which are the bas for the different material requirement configurations that each client have. Distribution planning is made taking into consideration variables such as delivery priorities, material types for each distribution point, transportation unit capacities and distances. However, there is no formal planning for the distribution which is why the research focuses on using mathematic methods such as the vehicle routing problem in order to find the optimal delivery route for each client order with the minimal distance traveled and time spent.**

The research will start with the identification of every variable that are relevant to the distribution model; the historic information of past orders was required in order to identify the most representative clients that the enterprise has; these are the clients that asked frequently for the service and had a high order volume; after that, the vehicle routing problem method was applied; first the Bin Packing Problem and then vehicle routing method with CVRP capacity; finally, an algorithm is designed that allows us to improve the distribution routes. The algorithm was implemented during different distribution days for the orders of the most representative cement consuming clients. The results indicated an average saving in distance traveled of 10.2% or 41.9 kilometers daily.

Keywords--Construction materials VRP, distribution time, concrete distribution.

***Resumen*– La presente investigación aborda la situación que enfrenta una empresa comercializadora de cemento y materiales de construcción, que tiene objetivo la mejora en el sistema de transporte para la distribución de carga. La empresa se encarga de realizar el servicio de transporte que incluye carga, desplazamiento y descarga de los productos de construcción desde su local ubicado en el distrito de Surco, hacia sus clientes ubicados al sur de la ciudad de Lima.**

En el local es necesario disponer de un alto nivel inventario y tener un correcto orden de almacenamiento de los materiales que llegan desde las distintas fábricas, los cuales sirven para hacer las diferentes configuraciones de requerimiento de material a los distintos clientes. La planificación de la distribución se realiza tomando en consideración variables como las prioridades de entrega, los tipos de materiales en cada punto de distribución, la capacidad de las unidades de transporte y la distancia. No obstante, no se dispone de una planificación formal, es por ello que la investigación se centra en usar métodos matemáticos como el problema de ruteo de vehículos para encontrar la ruta optima de entrega de los pedidos a los clientes realizando el menor recorrido y tiempo. Por lo cual en esta investigación se realiza primero la identificación de todas las variables que influyen en el modelo de distribución, para ello se usó la información histórica de pedidos anteriores con la finalidad de identificar a los clientes más representativos que tiene la empresa, es decir, a los clientes que requieran de su servicio con mayor frecuencia y cantidad de volumen de compras; posteriormente se utilizó el método de ruteo de vehículos, entre ellos el Método de Bin Packing Problem y luego el método de ruteo de vehículos con capacidad CVRP. Finalmente se diseña un algoritmo que nos permite mejorar la ruta de distribución, el cual se usó en distintos días de distribución de los clientes más representativos en el consumo de cemento, obteniendo un ahorro promedio de recorrido de aproximadamente 10.2%, equivalente 41.9 kilómetros por día.

Palabras Clave—VRP en materiales de construcción, tiempo de distribución, distribución de cemento.

Digital Object Identifier (DOI):
http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2019.1.1.180
ISBN: 978-0-9993443-6-1 ISSN: 2414-6390

I. INTRODUCCIÓN

La industria del cemento ha estado en constante crecimiento, debido a que países con economía emergente están continuamente invirtiendo en nueva infraestructura, mejores sistemas de transporte y mejores espacios públicos, los cuales requieren el uso de cemento y concreto para su implementación. Asimismo, actualmente la demanda de concreto se aproxima a 30 mil millones de toneladas métricas, por lo que el cemento es el material más requerido a nivel mundial [1].

En el caso de Perú, el sector de construcción tuvo un crecimiento de 4.2% en el 2018, y se presenta un incremento favorable del 7% para el 2019. El Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento explica que esta expectativa de debe a la expansión de ofertas residenciales que implican construcciones de mayor escala [2]. Por tanto, la presente investigación se centra en mejorar la ruta de distribución de una empresa comercializadora de cemento ubicada en Lima, Perú.

De esta forma, para que la empresa pueda responder a este crecimiento de la demanda resulta necesario desarrollar un sistema de distribución mediante una entrega eficiente de acuerdo a la capacidad requerida por sus clientes. Para la distribución de cemento que debe realizar, resulta conveniente evaluar la aplicación de ruteo de vehículos con capacidad restringida y que permite aplicarlo con múltiples vehículos propios y la demanda restante se atiende con flota subcontratada [3], lo cual se adecua a la situación de la empresa pues cuenta con unidades de transporte con capacidad de 30 toneladas; y ante el crecimiento esperado de la demanda, podría subcontratar. Nuestro objetivo es asignar las entregas de distintos productos con una flota homogénea de vehículos, asegurando que se cumpla con toda la demanda, los cuales se agruparán de tal manera que minimice el número de vehículos requeridos.

III. Estado del Arte

A. Bin Packing Problem (BPP)

El problema del empaque de contenedores es un problema fundamental en la informática y la optimización combinatoria [4]. También llamado Bin Packing problem (BPP), es considerado como un problema tipo NP-hard [5], por lo que un método exacto para resolverlo requiere un gran número de variables y un alto tiempo de ejecución [6].

El esquema básico de empaquetamiento de contenedores, comprende tener una lista I de n objetos, cada objeto $i \epsilon I$ tiene un tamaño $a_i \geq 0$, y una colección J de contenedores vacíos, cada uno con capacidad C, donde el principal supuesto es que $C \geq a_i$ para todo $i \epsilon I$, siendo el objetivo empaquetar todos los objetos utilizando la mínima cantidad de contenedores [4, 6]. Es decir, el problema consiste en agrupar un conjunto finito de objetos mediante la utilización mínima de contenedores, teniendo en cuenta que no se pueden dividir las cargas ni exceder la capacidad de los contenedores [5]. La cantidad de vehículos necesarios para atender la demanda se obtendrá mediante la simulación de la programación lineal.

$$minimizar \sum_{j=1}^{J} y_j \qquad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{I} a_i x_{ij} \leq C y_j, i \in I, j \in J \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{J} x_{ij} = 1, i \in I, j \in J \qquad (3)$$

No negatividad:

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\}, \qquad i \in I, j \in J$$

En el programa lineal, $x_{ij} = 1$ indica que el objeto i está almacenado en contenedor j y $y_j = 1$ indica que contenedor j se usa en el empaque de los productos. En la función (1) se minimiza el número de contenedores utilizados, en la función (2) se garantiza que no se superen las capacidades de los contenedores y finalmente la función (3) garantiza que cada objeto sea almacenado en un contenedor.

También se puede considerar las relajaciones continuas del problema de empaquetamiento de contenedores, obtenidas al relajar las variables x_{ij} en las ecuaciones (1) - (4) que están dentro del rango [0, 1]; lo cual sirve para casos en el que los objetos se pueden dividir en varios contenedores [4]. Además, existe el problema de empaquetado de contenedores con partición de artículos que está asociada con un costo [7]. El objetivo minimizar el costo general del empaque, sabiendo que los artículos pueden estar fragmentados de acuerdo a un precio. Supongamos que la capacidad C de cada compartimiento se comparta en proporción a los tamaños de los objetos asignados a él; en otras palabras, si los objetos en $I(j) \subset I$ están asignados a la colección de contenedores $j \in J$, entonces el contenedor almacenará la misma fracción α_j de cada objeto $i \in I(j)$. Este tipo de problema se puede optimizar con el siguiente modelo matemático [4]:

$$minimizar \sum_{j=1}^{J} y_j \qquad (4)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{I} a_i \lambda_{ij} \leq C y_j, \qquad i \in I, j \in J \qquad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{J} \lambda_{ij} = 1, \qquad i \in I, j \in J \qquad (6)$$

$$\lambda_{ij} = \alpha_j x_{ij}, \qquad i \in I, j \in J \qquad (7)$$

No negatividad:

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\}, \qquad i \in I, j \in J$$
$$\lambda_{ij}, \alpha_j \in [0,1], \qquad i \in I, j \in J$$

Se puede observar que la formulación es similar al modelo matemático del empaquetamiento de contenedores simples, la diferencia se centra en el uso de la variable continua λ_{ij} que representa el recurso compartido del objeto i que está almacenado en el contenedor j. En la ecuación (7) se observa una función no lineal que indica que esta participación es cero cuando no está almacenado en el contenedor, caso contrario los objetos están asignados al contenedor j. La ecuación (7) viola el supuesto de linealidad, por lo cual esta ecuación se debe linealizar de la siguiente manera [4]:

$$\lambda_{ij} \leq x_{ij}, \qquad i \in I, j \in J \qquad (8)$$
$$\lambda_{ij} \leq \alpha_j, \qquad i \in I, j \in J \qquad (9)$$
$$\lambda_{ij} + 1 = \alpha_j + x_{ij}, \qquad i \in I, j \in J \qquad (10)$$

Una forma más compleja de analizar el problema de empaque de contenedores, es el caso que aborda el problema tridimensional de empaque de contenedores, que consisten en empaquetar un conjunto de objetos cuboides en contenedores de varias formas, siendo la función principal minimizar el espacio no utilizado [8].

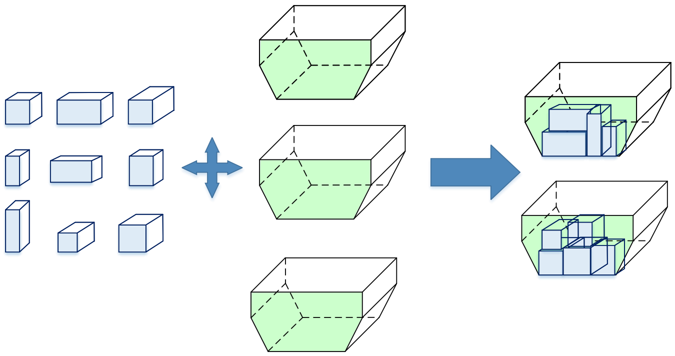

Fig. 1 Algoritmo de Packing [8]

B. Vehicle Routing Problem (VRP)

En los últimos años se han visto una utilización creciente de modelos de optimización para la provisión de bienes y servicios en sistemas de distribución, los cuales se basan en el uso de herramientas de Investigación de Operaciones y Programación Matemática. La gran cantidad de aplicaciones, han demostrado ampliamente que la planificación del proceso de distribución produce ahorros en los costos de transporte global [9].

El problema de ruteo de vehículos, VRP, es una variante del problema del Agente viajero, TSP - travel salesman problem, el cual es uno de los problemas más famosos e importantes en todos los tipos de optimización combinatoria [10]. A inicios de 1832, Voigt publica su investigación denominada *El enfoque principal de la ruta del agente viajero consiste en visitar tantos lugares como sea posible sin tener que visitar un mismo lugar dos veces"* [11]. En 1954 Dantzing, Fulkerson y Johnson hicieron un modelo matemático basado en programación linela entera en su investigación denominada: *Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem* [12]. Posteriormente, en 1958 publicaron su investigación *On a linear programming - combinatorial approach to the Traveling Salesman Problem* [13], donde agregaron la restricción de eliminación del subtour para hacer eficiente el modelo matemático.

En la actualidad, el problema del agente viajero se intensifica por la velocidad con las que aparecen nuevas ciudades y nuevas rutas, por lo cual tiene que evaluarse cuáles son las rutas factibles que deben considerarse, es decir si se dispone de n ciudades, el número de rutas factibles que debe considerarse es de $\frac{(n-1)!}{2}$ combinaciones posibles [12, 14].

Si necesitamos que un vendedor visite cada una de n ciudades, indexadas por $1, 2, \dots, n$. Saliendo de una ciudad base indexada por 0, visita cada una de las otras ciudades exactamente una vez, y regresa a la ciudad 0. Durante sus viajes, debe regresar a 0 exactamente t veces, incluida su devolución final y él debe visitar no más de p ciudades en un tour. A continuación, se muestra el modelo matemático de la situación planteada [15].

$$minimizar \sum_{0 \le i \ne j \le n} \sum d_{ij} x_{ij} \qquad (11)$$

Sujeto a:

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i \ne j}}^{n} x_{ij} = 1; \quad (j = 1, \dots, n) \qquad (12)$$

$$\sum_{\substack{j=0 \\ j \ne i}}^{n} x_{ij} = 1; \quad (i = 1, \dots, n) \qquad (13)$$

$$\mu_i - \mu_j + p x_{ij} \le p - 1; \quad (1 \le i \ne j \le n) \qquad (14)$$

Donde x_{ij} son enteros no negativos y los μ_i $(i = 1, \dots, n)$ son números reales arbitrarios. Si t es fijo es necesario agregar la relación adicional:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i0} = t; \quad (i = 1, \dots, n) \qquad (15)$$

La ecuación (11) denota la función objetivo que minimiza la distancia o costo total incurrido en la distribución. La ecuación (12) y (13) denotan que la ruta de distribución solo debe llegar y abandonar a cada cliente una única vez.

La desigualdad (14), denota la eliminación de subciclos en la ruta de distribución mediante el uso de variables temporales, μ_i. Esta función es el aporte propuesto por Miller, Tucker y Zemlin [15].

Una extensión del problema TSP es el problema de ruteo de vehículos, Vehicle Routing Problem o VRP, el cual plantea a un almacén central que cuenta con una flota de vehículos con capacidad de distribución y que deben atender a un conjunto de clientes geográficamente distribuidos y que poseen una demanda [16], observe la figura 2.

Olivera, A. (2004) menciona que los elementos básicos del problema de ruteo de vehículos son los depósitos o centros de origen, los clientes y la flota de vehículos [17].

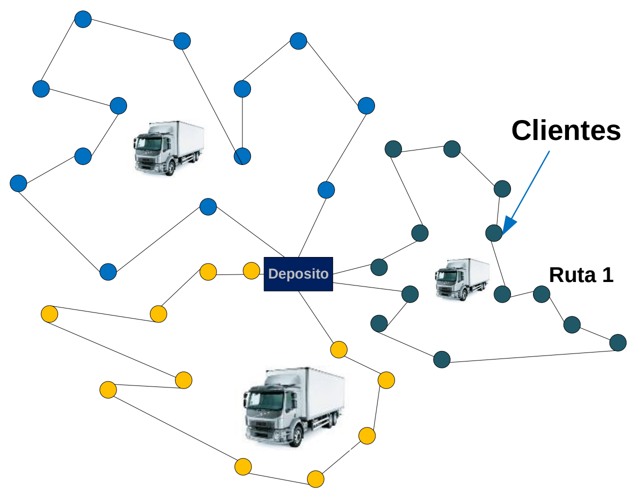

Fig. 2 Depósito con cuatro rutas de vehículos

- ***Los Depósitos***

Denominados centro de inicio – fin, los depósitos pueden ser las plantas manufacturas, puertos, los grandes almacenes de productos, o las tiendas principales de servicio que realizan delivery. Al iniciar la distribución se consideran los tiempos de carga y de acondicionamiento de los vehículos dentro de los depósitos, así también, al finalizar la distribución se considera los tiempos de limpieza de las unidades de vehículos y descarga de pallets, cajas, entre otros. Es por ello, que la primera planificación del ruteo de vehículos es la secuenciación de carga y descarga de los vehículos.

En muchos casos cuando la flota de vehículos es propia, en el deposito se tiene un área para el mantenimiento de los vehículos.

- ***Los Clientes***

En el esquema de terminología de redes, los clientes son representados por cada nodo, en este nodo se almacena datos como geolocalización, demanda, rango de horas de recepción, tiempos de descarga en la entrega de productos.

Por definición de optimización, un vehículo debe visitar tantos clientes como le sea posible sin tener que transitar por un mismo cliente dos veces (ciclo Halmitoniano).

La conexión entre clientes se expresa mediante arcos, donde detallan las distancias reales entre los clientes.

En muchos casos asumimos la situación ideal que un vehículo suple toda la demanda de un cliente, no obstante, se da el caso de que el cliente pueda requerir mas de una unidad de trasnporte o mas de un viaje del mismo transporte.

Los clientes pueden ser agrupados en clúster según variables discriminadoras de rango en el tiempo de entrega o según el volumen de despacho.

- ***Los Vehículos***

Los vehículos son considerados los recursos dinámicos, que visitan a cada cliente con el fin de entregar los productos y satisfacer la demanda en el lugar y tiempo convenido.

Además, los vehículos nos proporcionan datos de tiempo de distribución entre los depósitos y los clientes, lo cual ayuda a ajustar la programación que se basa únicamente en distancia. Así también proporcionan datos del estado de las carreteras, cambios de señalización, estado de funcionamiento del vehículo, nivel de combustible, entre otros. Los vehículos con los cuales planifican la empresa pueden ser de flota homogénea (misma dimensión) o flota heterogénea (distintas dimensiones y capacidad). Es por ello que los principales atributos de los vehículos son las dimensiones, el volumen y el peso de carga.

A continuación, se menciona los principales objetivos de los problemas de ruteo de vehículos [9]:

- Minimización del costo de transporte total.
- Minimización de la cantidad de vehículos necesarios para atender a todos los clientes.
- Balanceo de las rutas, por tiempo de viaje y carga del vehículo.
- Minimización de las penalizaciones asociadas al servicio parcial de los clientes.

El modelo básico de VRP es similar al modelo del TSP, no obstante, incluye la capacidad del vehículo [9].

$$minimizar \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \qquad (15)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in V}^{V} x_{ij} = 1; \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \qquad (16)$$

$$\sum_{j \in V}^{V} x_{ij} = 1; \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \qquad (17)$$

$$\sum_{i \in V}^{V} x_{i0} = K; \qquad (18)$$

$$\sum_{j \in V}^{V} x_{0j} = K; \qquad (19)$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq r(S) \quad \forall\, S \sqsubseteq V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset \qquad (20)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall i, j \in V \qquad (21)$$

La ecuación (15) es distancia total o el costo total de la distribución óptima. Las ecuaciones (16) y (17) restringen que el cliente pertenezca a una única ruta de distribución. Las ecuaciones (18) y (19) indican que se usará K vehículos en la distribución, además con ello se fuerza a que los vehículos deban cumplir un ciclo iniciando en el depósito, visitando los clientes de su clúster y finalizando su viaje en el depósito.

La ecuación (20) sirve para eliminar subciclos, además fuerza a que el vehículo visite a los clientes pertenecientes a su clúster sin sobrepasar la capacidad de este.

El problema de ruteo de vehículos ha evolucionado, de tal manera que incluye variaciones con más restricciones en su modelado con la finalidad de ajustarse al problema particular que presenta la empresa en su distribución.

III. Caso de Estudio

A. Situación actual

La importancia del cemento en nuestros días se ha incrementado, dado que es útil para el desarrollo de las urbes y su aumento es proporcional al aumento de la población mundial y al desarrollo de los países.

Los materiales de construcción están directamente relacionados con la actividad constructora, por ende, las ventas y distribución del cemento y otros materiales de construcción se han incrementado, sin embargo, su estabilidad depende de la situación económica del país y de las políticas del gobierno.

La empresa en estudio distribuye cemento y materiales de construcción desde hace aproximadamente 40 años con la visión de ser un referente en el mercado del campo de la construcción en el Perú. Esta empresa se encarga de la venta y distribución autorizada de materiales como Cemento Andina, varilla de fierro de Siderperu, calaminas Fibraforte, Matusita, Prodac, entre otros.

La cobertura de mercado en el que se centra la empresa constituye la zona sur de Lima Metropolitana, ofertando y distribuyendo una capacidad de cemento de 30 toneladas por días. Los principales clientes están representados por ferreterías que demandan distintos tipos de materiales tanto de cemento y materiales de construcción, con lo cual se realizan diversas entregas con distintos volúmenes en cada uno de las unidades de transporte con las que cuenta la empresa.

El principal problema que presenta actualmente la empresa, se centra en la distribución de los productos, siendo principalmente el problema la asignación de rutas que realizan los vehículos para la entrega de los pedidos, pues de acuerdo a una encuesta realizada a los conductores, las rutas que se asignan, no permiten atender de manera flexible, rápida y oportuna los pedidos. Así también, la asignación actual de vehículos a rutas, impiden que los vehículos sean utilizados correctamente durante el periodo de planificación, lo cual incide en un bajo ratio de utilización de los vehículos, menor al 60%, y un mayor tiempo de distribución. En consecuencia, la cantidad de kilometraje recorrido y el costo de combustible por ruta generan un gasto innecesario debido a que no existe una planificación optimizada de las rutas.

B. Modelo propuesto

En la presente investigación se desarrollaró un método para utilizar eficientemente los recursos (vehículos) de manera que reduzcan los costos de las rutas asignadas para la distribución del material requerido por cada uno de los puntos de venta (clientes), tomando como base las demandas de los clientes y la capacidad de los vehículos. Para lo cual se desarrolló un modelo de programación lineal, donde la función objetivo es obtener el mayor beneficio a un costo mínimo.

Por lo tanto, el modelo matemático tiene como objetivo principal minimizar los recorridos en la distribución de su principal producto, bolsas de cemento de 42.5 Kg en el sur de Lima, específicamente en los distritos de Surco, Villa María del Triunfo, Villa El Salvador y algunos puntos de Chorrillos.

Los vehículos asignados a la distribución de los productos en las distintas ferreterías tienen una capacidad de 10 toneladas cada una. A continuación, se describe la planificación de un día de trabajo, donde la empresa nos proporcionó los nombres de sus principales clientes; los cuales realizan pedidos con mayor frecuencia, así como sus respectivas direcciones.

En la tabla I se muestran los requerimientos promedios de materiales de los principales clientes por día, expresados en bolsas de cemento.

Tabla I
Demanda de material (bolsa de cemento)

Nodo	Cliente (ferretería)	Requerimiento de material (bolsas de cemento)
2	Inmaculada	40
3	H.C.	35
4	Cexin	65
5	Neyber	20
6	Lurdes	55
7	Toño	45
8	Edwin	18
9	La Gaviota	32
10	Rosita	27
11	Andrea Cristina	35
12	Sara Sara	40
13	Eva y Raul	67
14	Señor de Luren	33
15	Espinoza	48

Después de analizar las demandas de los clientes más importantes, se procede a calcular las distancias entre la distribuidora y los clientes, tal como se observa en la tabla II.

En la tabla II también puede observar la distancia entre cada par de clientes. Así también se presenta el supuesto que el costo de distribuir las bolsas de cemento está relacionado directamente a la distancia recorrida en kilómetros por cada vehículo. Estas distancias han sido obtenidas mediante OpenStreetMap y Google Maps. Donde se ubicó las direcciones de la empresa y de sus clientes, para posteriormente tener en cuenta la ruta viable a las características de transporte; es decir aquellas rutas por las que se puedan transitar libremente vehículos pesados. Así mismo, se considera que el nodo 1 es el punto de origen (la empresa) y que las rutas seleccionadas serán de doble sentido de transporte.

Tabla II

Distancias entre la empresa (origen) y clientes expresados en kilómetros

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		4.2	0.65	4.7	2.5	7.5	12.4	8.5	15.4	6.2	4.5	9.4	6	4.8	11.7
2	4.2		3.1	5.6	4.2	8.4	10	9.4	10.2	6.2	7.7	8.6	5.4	3.5	12.6
3	0.65	3.1		4	1.8	8.1	13.1	8.7	16	6.8	3.9	6.6	6.3	5.6	12.3
4	4.7	5.6	4		3.7	6.6	11.5	7.6	4.7	0.85	7	3.9	8.1	6.3	10.8
5	2.5	4.2	1.8	3.7		6.5	8.2	7.6	8.5	4.4	5.7	7.8	4.2	6.7	10.7
6	7.5	8.4	8.1	6.6	6.5		5.6	3.1	14.4	5.4	10.8	7	2.9	5.4	5.3
7	12.4	10	13.1	11.5	8.2	5.6		4.2	14.3	11	16.3	11.1	4.8	6.9	3.6
8	8.5	9.4	8.7	7.6	7.6	3.1	4.2		12.2	7.1	12.4	8.2	6.5	10	3.1
9	15.4	10.2	16	4.7	8.5	14.4	14.3	12.2		3.7	6.2	1.7	16.2	9.9	12.2
10	6.2	6.2	6.8	0.85	4.4	5.4	11	7.1	3.7		7.2	2.7	7.3	8.3	9.6
11	4.5	7.7	3.9	7	5.7	10.8	16.3	12.4	6.2	7.2		5.1	8.9	8.9	14.4
12	9.4	8.6	6.6	3.9	7.8	7	11.1	8.2	1.7	2.7	5.1		8.5	10.1	13.9
13	6	5.4	6.3	8.1	4.2	2.9	4.8	6.5	16.2	7.3	8.9	8.5		4.4	7.3
14	4.8	3.5	5.6	6.3	6.7	5.4	6.9	10	9.9	8.3	8.9	10.1	4.4		13.3
15	11.7	12.6	12.3	10.8	10.7	5.3	3.6	3.1	12.2	9.6	14.4	13.9	7.3	13.3	

En la figura 3 se observa el mapa donde están ubicados los clientes (gran ferretería) más importantes de la empresa.

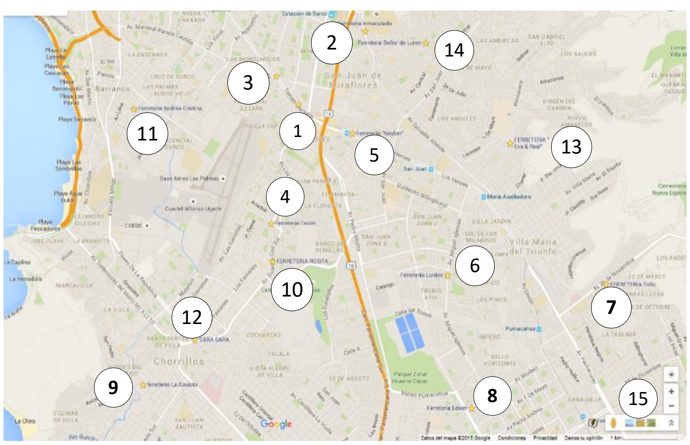

Fig. 3 Geo ubicación de Clientes

B.1. Aplicación del Método Bin Packing Problem

Se procederá a realizar el modelo matemático utilizando el software de optimización LINGO para hallar la cantidad mínima de camiones (R) necesarios para satisfacer la demanda de sus clientes, teniendo en cuenta que no debe de exceder la capacidad del vehículo. Es este caso se optó por usar el software Lingo, dado que en un computador de procesador Intel Core i3 el tiempo de ejecución es menor a un minuto.

La capacidad de un vehículo es de 10 toneladas, además, una bolsa de cemento tiene un peso aproximado de 42.5 kilogramos, por lo cual decimos que la capacidad equivalente de un vehículo es de 235 bolsas de cemento.

```
MODEL:
SETS:
INICIO/1..15/:D;
FIN/1..15/:Y;
MATRIZ(INICIO,FIN): X;
ENDSETS

DATA:
    ! La demanda D1 es 0 debido a que es el origen del ruteo;
D = 0  40  35  65  20  55  45  18  32  27  35  40  67  33  48;
    ! La capacidad de cada camión es de 10 TN y cada bolsa de cemento pesa 42.5 kg, la capacidad del camión en unidades (bolsas de cemento) es de 235 bolsas;
 C = 235;
ENDDATA

! función objetivo;
! Se quiere minimizar el uso de recursos (camiones) la función objetivo nos da el mínimo óptimo;
MIN=@SUM(FIN(K):Y(K));

! Restricción para asignar un vehículo K a cada cliente I, además de que la demanda total de los clientes atendidos por un mismo vehículo debe ser menor a la capacidad de cada vehículo;
@FOR(FIN(K):@SUM(INICIO(I):D(I)* X(I,K)) <= C*Y(K));

! Restricción para asignar solo un vehículo K a cada cliente I;
@FOR(INICIO(I):@SUM(FIN(K):X(I,K))=1);

! Restricciones para declarar las variables X e Y como binarias;
@FOR(MATRIZ(I,J):@BIN(X(I,J)));
@FOR(FIN(K):@BIN(Y(K)));
END
```

B.2. Método VRP o CVRP

Se realizó el modelo matemático del problema de ruteo de vehículos con capacidades y posteriormente se usó nuevamente uso del software LINGO, donde se calculó el costo mínimo total de repartir lo demandado por cada ferretería. No obstante, debido a que la distancia a recorrer está relacionada directamente con el costo de traslado, y fácil la solución del problema del problema Np-hard, se consideró que por cada kilómetro recorrido se gasta 1 nuevo sol; y de esta manera se coloca la data de costos en el problema.

```
MODEL:
SETS:
INICIO/1..15/: IN;
FIN/1..15/: FI;
MATRIZ (INICIO,FIN): COSTO, X;
ENDSETS

DATA:
! Las distancias desde todos los clientes hacia el origen (punto 1) es 0 ya que el vehículo debe regresar al depósito.
```

```
¡Costos directamente relacionados con las distancias;
COSTO =
1000  4.2   0.65  4.7   2.5   7.5   12.4  8.5   15.4  6.2   4.5   9.4   6     4.8   11.7
4.2   1000  3.1   5.6   4.2   8.4   10    9.4   10.2  6.2   7.7   8.6   5.4   3.5   12.6
0.65  3.1   1000  4     1.8   8.1   13.1  8.7   16    6.8   3.9   6.6   6.3   5.6   12.3
4.7   5.6   4     1000  3.7   6.6   11.5  7.6   4.7   0.85  7     3.9   8.1   6.3   10.8
2.5   4.2   1.8   3.7   1000  6.5   8.2   7.6   8.5   4.4   5.7   7.8   4.2   6.7   10.7
7.5   8.4   8.1   6.6   6.5   1000  5.6   3.1   14.4  5.4   10.8  7     2.9   5.4   5.3
12.4  10    13.1  11.5  8.2   5.6   1000  4.2   14.3  11    16.3  11.1  4.8   6.9   3.6
8.5   9.4   8.7   7.6   7.6   3.1   4.2   1000  12.2  7.1   12.4  8.2   6.5   10    3.1
15.4  10.2  16    4.7   8.5   14.4  14.3  12.2  1000  3.7   6.2   1.7   16.2  9.9   12.2
6.2   6.2   6.8   0.85  4.4   5.4   11    7.1   3.7   1000  7.2   2.7   7.3   8.3   9.6
4.5   7.7   3.9   7     5.7   10.8  16.3  12.4  6.2   7.2   1000  5.1   8.9   8.9   14.4
9.4   8.6   6.6   3.9   7.8   7     11.1  8.2   1.7   2.7   5.1   1000  8.5   10.1  13.9
6     5.4   6.3   8.1   4.2   2.9   4.8   6.5   16.2  7.3   8.9   8.5   1000  4.4   7.3
4.8   3.5   5.6   6.3   6.7   5.4   6.9   10    9.9   8.3   8.9   10.1  4.4   1000  13.3
11.7  12.6  12.3  10.8  10.7  5.3   3.6   3.1   12.2  9.6   14.4  13.9  7.3   13.3  1000
;

! Se usará el R hallado con el método anterior, que representa el número de vehículos necesarios.;
R=4;
ENDDATA

! función objetivo;
! Se hallará el mínimo costo total para realizar las entregas a todos los clientes.;
MIN=@SUM(MATRIZ(I,J):COSTO(I,J)*X(I,J));

!  Restricciones que indican que R es la cantidad de vehículos utilizados en la solución y que todos los vehículos que parten del depósito deben regresar.

! Todas las salidas del origen deben ser igual a la cantidad de vehículos.;
@FOR(INICIO(I)| I#EQ#1:@SUM(FIN(J) : X(I,J))= M);

! Todas las llegadas del origen deben ser igual a la cantidad de vehículos.;
@FOR(FIN(J)|J#EQ#1:@SUM(INICIO(I)| I#GT#1: X(I,J))= M);

! Restricciones que aseguran que todo cliente es un nodo intermedio de alguna ruta, además de I diferente de J para que un vehículo no salga y llegue a un mismo cliente.;
@FOR(INICIO(I) | I#GT#1 :@SUM(FIN(J)|I#GT#J#OR#I#LT#J: X(I,J))= 1);
@FOR(FIN(L)|L#GT#1:@SUM(INICIO(K)|K#GT#L#OR#K#LT#L  :  X(K,L))= 1);

! La cantidad de vehículos usados en la solución será mayor a 1;
M>=1;

! La restricción elimina los sub-tours y a la vez impone que la demanda total de los clientes visitados por un vehículo no puede superar la capacidad C;
@FOR(INICIO(I)|I#LT#2:@SUM(FIN(J)|I#GT#J#OR#I#LT#J: X(I,J))>=R);

! Restricciones para declarar la variable X como binaria.;
@FOR(MATRIZ(I,J):@BIN(X(I,J)));
END
```

IV. RESULTADOS

Luego de formular y usar el software de optimización de programación Lineal LINGO, se obtuvo la cantidad optima de vehículos a usar, así también la asignación de la ruta de los vehículos.

A.1. Resultado del Método Bin Packing Problem

Se obtuvo el reporte de LINGO con un óptimo de 3 vehículos para la distribución.

Global optimal solution found.	
Objective value:	3.000000
Objective bound:	3.000000
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	3
Total solver iterations:	423

A.2. Resultado del problema de ruteo de vehículos

Se obtuvo el reporte de LINGO con un óptimo de ruta para los 3 vehículos, cuya distancia a recorrer será de 49.6 kilómetros por día.

Global optimal solution found.	
Objective value:	49.60000
Objective bound:	49.60000
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	0
Total solver iterations:	36

La ruta de distribución de cada vehículo lo puede observar en la figura 4. En ella se observa que clientes visitará cada vehículo.

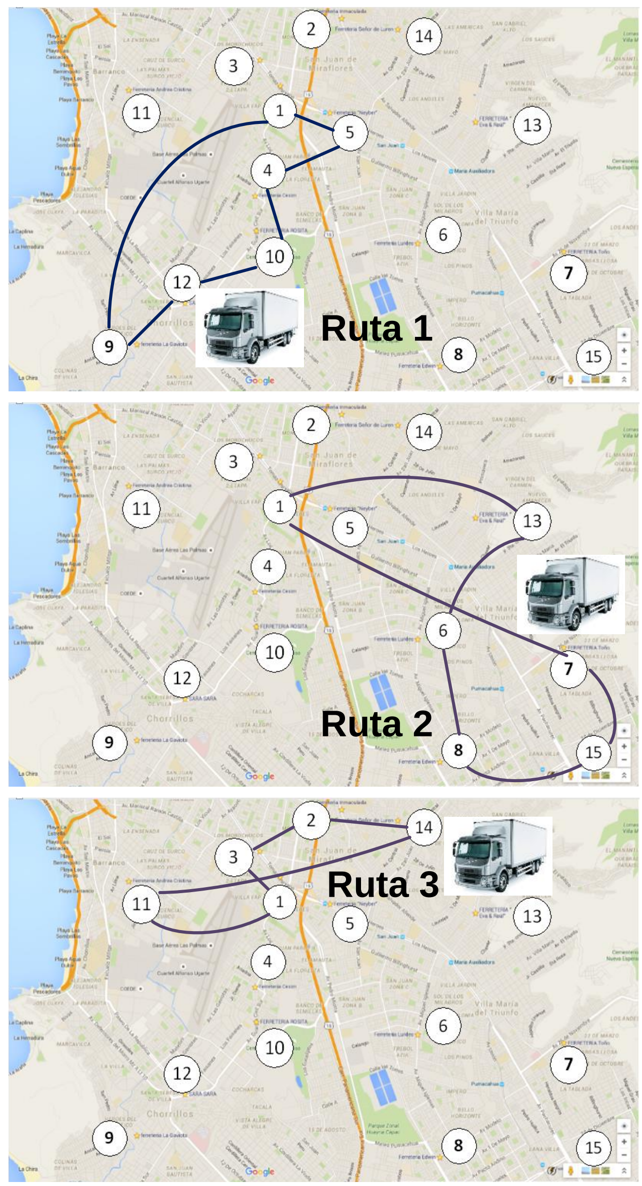

Fig. 4 Ruta de distribución

V. Conclusiones y Recomendaciones

- Se puede concluir que la implementación de modelos matemáticos de optimización, Bin Packing Problem y el problema de ruteo de vehículos con capacidades (VRP o CVRP); ayudan a cumplir con el objetivo principal, el cual es encontrar la asignación vehiculo – ruta – cliente óptima para reducir el costo de la distribución del cemento a los distintos puntos de ventas.

- De acuerdo a los resultados, se concluye que al aplicar los modelos de optimización matemática mencionadas, la distancia necesaria para realizar todas las entregas disminuye a 41.9 kilómetros, ahorrando aproximadamente 38 kilómetros por día, los cuales eran desperdiciados por una asignación empírica y bajo el criterio del personal de transporte. El parámetro anterior se ve reflejado directamente en la economía de la empresa; ya que a menor distancia recorrida menor será el gasto en combustible utilizado por los vehículos encargados de la distribución. Estos indicadores son muy importantes; debido a que permitirá tener una estimación más cercana a la realidad, ya que actualmente la empresa solo planifica según la experiencia.

- Por otra parte, la empresa cuenta con clientes habituales y clientes eventuales que no requieren los servicios de la empresa constantemente. Por lo tanto, la empresa debe adecuar las rutas obtenidas cuando tenga que realizar entregas a clientes eventuales, es por ello que se el modelo matemático es flexible ante las variaciones de rutas.

- El modelo obtenido, puede utilizarse en diferentes sectores industriales que requieran un óptimo de rutas en los cuales se distribuya diferentes productos, estandarizando en peso y volumen los productos a la mínima unidad.

- Cabe resaltar que la investigación, al abordar el VRP, se enfoca en la distancia a recorrer y no en el tiempo de recorrido, dado que actualmente el nivel de flujo de tránsito es inestable en la ciudad de Lima por las obras de infraestructura que se están desarrollando.

References

[1] Monteiro, P., Miller, S., & Horvath, A. (2017). Toward Sustainable Concrete. Nature Materials. Vol 16. July 2017, pp 698-699.

[2] El Comercio (2018). MVCS: Sector construcción crecerá alrededor de 7% el 2019. Publicado el 15 de diciembre de 2018. Revisado el 10 enero de 2019. https://elcomercio.pe/economia/mvcs-sector-construccion-crecera-alrededor-7-2019-noticia-nndc-588141

[3] Chu, C; Chang, R; Chang H, 2016. Modelo matemático para resolver el problema de localización y ruteo con restricciones de capacidad considerando flota propia y subcontratada. Ingeniería, Investigación, Tecnología 17, pp 297-418.

[4] D. Castro-Silva & E. Gourdin (2018). A study on load-balanced variants of the bin packing problem. Discrete Applied Mathematics.

[5] Pérez, J., Castillo, H., Vilariño, D., Mexicano, A., Zavala, J., Martínez, A. & Estrada, H. (2015). Una nueva estrategia heurística para el problema de Bin Packing A New Heuristic Strategy for the Bin Packing Problem. Ingeniería Investigación y Tecnología, volumen XVII (número 2), abril-junio 2016: 155-168.

[6] Pardalos, P., Du, D. & Graham, R. (2013). Handbook of Combinatorial Optimization. Springer New York. Autores E. G. Coffman Jr., J. Csirik, G. Galambos, S. Martello, and D. Vigo; *Bin Packing. Approximation Algorithms: Survey and Classification*, pp. 455–531.

[7] Dehne, F., Sack, J. & Tamassia, R. (2001). Algorithms and Data Structures: 7th InternationalWorkshop,WADS 2001. Springer. Bin Packing with Item Fragmentation. Author Nir Menakerman & Raphael Rom. Pp. 313 – 324.

[8] Paquay, C., Limbourg, S. & Schyns, M. (2017). A tailored two-phase constructive heuristic for the three-dimensional Multiple Bin Size Bin Packing Problem with transportation constraints, European Journal of Operational Research.

[9] Toth, P. & Vigo, D. (2002). The Vehicle Routing Problem. Society for Industrial and Applied Mathematics.

[10] Jungnickel, D. (2008). Graphs, Networks and algorithms. Berlin: Springer.

[11] Fuentes, A. (2014). Problema del agente viajero. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Ultimo acceso el 29 de diciembre de 2018. https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/tlahuelilpan/n3/e5.html

[12] Dantzing, G., Fulkerson, D., & Johnson, S. (1954). Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem. The RAND Corporation. Santa Monica – California.

[13] Dantzing, G., Fulkerson, D., & Johnson, S. (1958). On a linear Programming - Combinatorial Approach to the Traveling Salesman Problem. The RAND Corporation. Santa Monica – California.

[14] Hillier, F. & Lieberman, G. (2015). Introduction to Operations Research. Published by McGraw-Hill Education. New York.

[15] Miller, C., Tucker, A. & Zemlin, R. (1960). Integer Programming Formulation of Traveling Salesman Problems.

[16] Mester, D., Braysy, O. & Dullaert, W. (2005). A multi-parametric evolution strategies algorithm for vehicle routing problems. ScienceDirect - Expert Systems with Applications, 32 (2007), pp 508 – 517.

[17] Olivera, Alfredo. Heurística para problemas de ruteo de vehículos. Facultad de Ingeniería. Universidad de la República, Montevideo. Uruguay, 2004.