

Vehicle Routing with Time Windows Applying the Clarke & Wright Algorithm for a Medical Supplies Company

Kleber F. Barcia, Ph.D.¹, Ronald A. Gutiérrez, Mgter.², Víctor H. González, Ph.D.¹

¹Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Ecuador, kbarcia@espol.edu.ec, vgonzal@espol.edu.ec

²Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Ecuador, ronaguti@espol.edu.ec

Abstract— The company of the present study is an importer and marketer of medical supplies and equipment that contributes to the improvement of health care in the country, located in the city of Guayaquil where its distribution center is located to serve its customers nationwide. The company, did not have a tool that allows to plan the dispatch routes efficiently. The construction of routes was performed empirically considering the distances and time variables from one client to another, considering that most of the clients are public and private hospitals, clinics, as well as, medical centers, laboratories and health centers with different hours of service to suppliers. In this study, time windows were considered as vehicle routing variables, in which different clients can be attended, as well as traffic levels that were presented in certain sectors and at certain times. In addition, emphasis was placed on the analysis of the routing system that existed and an improved vehicle routing system was developed. The best solution that was adapted to the problem was the Vehicle Routing Problem (VRP) model with time windows applying the Clarke & Wright algorithm to minimize costs, distances, improve service quality and be more competitive.

Keywords— VRPTW, Clarke & Wright algorithm, mathematical model.

Digital Object Identifier (DOI):
<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2019.1.1.110>
ISBN: 978-0-9993443-6-1 ISSN: 2414-6390

Ruteo Vehicular con Ventanas de Tiempo Aplicando el Algoritmo Clarke & Wright para una Empresa de Insumos Médicos

Kleber F. Barcia, Ph.D.¹, Ronald A. Gutiérrez, Mgrter.², Víctor H. González, Ph.D.¹

¹Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Ecuador, kbarcia@espol.edu.ec, vgonzal@espol.edu.ec

²Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Ecuador, ronaguti@espol.edu.ec

Abstract – The company of the present study is an importer and marketer of medical supplies and equipment that contributes to the improvement of health care in the country, located in the city of Guayaquil where its distribution center is located to serve its customers nationwide. The company, did not have a tool that allows to plan the dispatch routes efficiently. The construction of routes was performed empirically considering the distances and time variables from one client to another, considering that most of the clients are public and private hospitals, clinics, as well as, medical centers, laboratories and health centers with different hours of service to suppliers. In this study, time windows were considered as vehicle routing variables, in which different clients can be attended, as well as traffic levels that were presented in certain sectors and at certain times. In addition, emphasis was placed on the analysis of the routing system that existed and an improved vehicle routing system was developed. The best solution that was adapted to the problem was the Vehicle Routing Problem (VRP) model with time windows applying the Clarke & Wright algorithm to minimize costs, distances, improve service quality and be more competitive.

I. INTRODUCCIÓN

El transporte, sin duda alguna, se ha vuelto un tema central para la mayoría de las empresas, ya que le corresponde un alto porcentaje de los costos logísticos en el proceso de distribución de productos a los diferentes clientes. La transportación generalmente representa el elemento individual más importante en los costos de logística. Se ha observado que el movimiento de carga absorbe entre uno y dos tercios de los costos totales [1]. Es por ese motivo, que se han venido realizando investigaciones en el transcurso de los años con el fin de resolver el problema de ruteo de vehículos y así minimizar los costos, optimizar las rutas y el tiempo de entrega, mejorando el nivel de servicio a los clientes.

Los costos de transporte se han convertido en uno de los problemas más importantes a resolver, es por ello que la investigación de operaciones desarrolla modelos matemáticos para la reducción de los mismos, el problema de distribución de productos llamado Problema de Ruteo de Vehículos (VRP), para su solución, utiliza una heurística que carece de modelo único ya que es capaz de adaptarse a las condiciones que influyen en el área a modelizar.

Es imperante tener la más adecuada planeación y programación de las entregas a los clientes, un sistema de distribución deficiente puede afectar los tiempos de entrega y el nivel de servicio elevando el costo de transporte y afectando la competitividad de la empresa. Por lo tanto, es necesario tener una herramienta que permita determinar el ruteo óptimo tanto en tiempos como en términos económicos ya que puede constituir una fuente de ahorro, así como mejorar la calidad del servicio para los clientes.

El tema principal del presente proyecto fue diseñar un ruteo de vehículos con ventanas de tiempo aplicando el algoritmo de Clarke & Wright (CW), que permita satisfacer la demanda de los clientes desde el centro de distribución de la empresa de insumos médicos.

Antes de la implementación de este estudio, cada vehículo salía del centro de distribución con una hoja de ruta (formato en Excel) elaborado manualmente, donde se describía el cliente, el número del documento de la factura y guía de remisión, cantidad de bultos a despachar, hora de llegada al cliente, hora de salida, y una columna donde se enumeraba el orden de llegada a cada cliente en base a la experiencia del chofer que realizaba la ruta de entrega. La empresa no contaba con una herramienta que le permita planificar sus rutas de despacho de

Keywords - VRPTW, Clarke & Wright algorithm, mathematical model.

Resumen – La empresa del presente estudio es una importadora y comercializadora de insumos y equipos médicos que contribuye al mejoramiento de la atención de la salud en el país, ubicada en la ciudad de Guayaquil donde se encuentra su centro de distribución para atender a sus clientes a nivel nacional. La misma, no disponía de una herramienta que permita planificar las rutas de despacho de manera eficiente. La construcción de rutas se la realizaba de manera empírica considerando las distancias y las variables de tiempo de un cliente a otro, considerando que la mayoría de los clientes son hospitales públicos y privados, clínicas, así como, centros médicos, laboratorios y centros de salud con diferentes horarios de atención a proveedores. En este estudio se consideraron como variables de ruteo de los vehículos las ventanas de tiempo, en las cuales pueden atenderse a los diferentes clientes, así como, los niveles de tráfico que se presentaron en ciertos sectores y en ciertos horarios. Además, se hizo énfasis en el análisis del sistema de ruteo que existía y se desarrolló un sistema de ruteo de vehículos mejorado. La mejor solución que se adaptó al problema fue el modelo del Problema de Enrutamiento de Vehículos (VRP) con ventanas de tiempo aplicando el algoritmo de Clarke & Wright para minimizar los costos, las distancias, mejorar la calidad del servicio y ser más competitivos.

Palabras claves – VRPTW, algoritmo Clarke & Wright, modelo matemático.

Digital Object Identifier (DOI):

<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2019.1.1.110>

ISBN: 978-0-9993443-6-1 ISSN: 2414-6390

manera eficiente, por este motivo, era necesario diseñar un modelo de ruteo de vehículos que asegure la minimización de los costos y este orientado a mejorar el nivel de servicio a los clientes.

A. Objetivo General

Implementar un modelo de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo para la entrega de productos aplicando el algoritmo Clarke and Wright, minimizando los costos totales de transporte y los tiempos incurridos en el proceso de distribución para una empresa importadora y comercializadora de insumos y dispositivos médicos.

II. METODOLOGÍA

Como primer paso del estudio, se procedió a revisar el estado del arte relacionado al tema, con la finalidad de conocer que es lo que se ha hecho al respecto y analizar cómo se puede utilizar los desarrollos y estudios realizados para potenciarlo.

Como segundo paso, se definió la situación actual de la empresa identificando el problema existente.

Posteriormente, se hizo la recolección de la información considerando las siguientes variables: dirección de los clientes, sus horarios de atención, los respectivos volúmenes y la frecuencia de compra.

A continuación, se buscó un modelo que permita dar solución a la problemática y se desarrollaron los índices, parámetros y variables del mismo.

Como último paso, se implementó el modelo y se analizaron los resultados obtenidos, ver Fig. 1.

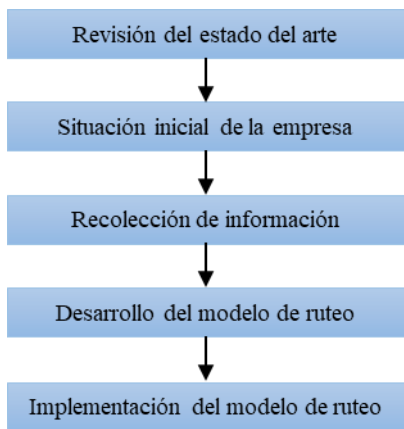


Fig. 1 Metodología del estudio

A. Estado del arte

Una de las características distintivas del VRP es que es la combinación de dos problemas matemáticos conocidos: El BinPacking en el sentido que la sumatoria de la demanda de cada cliente de una ruta no excede la capacidad del camión, y el TSP (Travelling Salesman Problema), el conocido problema del agente viajero cuyo objetivo es encontrar un recorrido completo que conecte todos los nodos de una red visitándolos

una vez y volviendo al punto de partida [2]. Para encontrar una solución al VRP, existen modelos heurísticos que dan resultados aproximados en tiempos computacionales razonables, entre ellos se destaca el algoritmo de ahorro propuesto por Clarke and Wright, el método inicia con rutas que solo están formadas por el depósito y un nodo, y a cada paso del algoritmo se unen dos rutas si estas generan un ahorro de tiempo y distancia. Posteriormente, el valor de ahorro entre i y j es calculado y todos los valores de los ahorros son ordenados de manera descendente, CW incluye conexiones (i, j) en una ruta en donde ninguna restricción fuese incumplida con la inclusión de i a j en esa ruta [3].

El VRP, es un problema que deben enfrentar las empresas que realizan la distribución. El problema de ruteo de vehículos siempre busca satisfacer la demanda de los clientes a mínimo costo, así como encontrar la mejor solución posible respetando las diferentes restricciones. Dado un conjunto de clientes y depósitos dispersos geográficamente y una flota de vehículos, determinar un conjunto de rutas de costo mínimo que comiencen y terminen en los depósitos, para que los vehículos visiten a los clientes máximo una vez [4].

El VRP se define, matemáticamente como un conjunto de n ciudades $X (X_1, X_2, X_3...X_n)$ ubicadas en distintos puntos de una zona con demandas $D (D_1, D_2, D_3...D_n)$ definidas en cada punto y una flota de m vehículos $V (V_1, V_2, V_3...V_m)$, se busca visitar a cada una de las n ciudades de tal manera que la distancia total recorrida al visitarlas sea la menor (Z^*) asegurando que la demanda de los clientes sea atendida. El VRP es un problema que tiene relación con problema del agente viajero (TSP) y con el problema de empaclado (BPP) [5].

El capacitated vehicle routing problem es un caso particular del VRP donde existe una flota instalada V , donde cada vehículo tiene una capacidad limitada [4]. El Vehicle Routing Problem With Time Windows (VRPTW), es otra variante del VRP, pero impone restricciones de tiempo para atender a los vehículos o fijar horarios de atención para recibir los pedidos, estos horarios se los determina como ventana de tiempo que deben cumplir los vehículos para realizar sus entregas. Las ventanas hacen referencia a la existencia de un límite de tiempo dentro del cual un cliente debe ser atendido, el vehículo sale del depósito en el tiempo cero, se da el tiempo correspondiente a cada arco y la ventana de tiempo que tiene cada cliente para ser atendido, si el vehículo llega antes debe esperar hasta que le toque el turno de ser atendido. Existen dos variantes: con ventanas de tiempo blandas, las cuales pueden ser violadas a un cierto costo y con restricciones de ventanas de tiempo duras, las que no pueden ser violadas [3].

La métrica de Manhattan es una forma de geometría que calcula la distancia que existe entre dos puntos d_{ij} en un plano cartesiano, considerando la suma de las diferencias absolutas de sus coordenadas x y y . Una característica de esta métrica es que considera que la menor distancia entre dos puntos es la línea recta, cosa que es verdad, pero en el ruteo vehicular no se puede pasar encima de las cuadras o por encima de los ríos debido a que los vehículos deben pasar por las carreteras. La métrica

euclidiana también es una forma de geometría que calcula la distancia que existe entre dos puntos en un plano cartesiano, considerada como la raíz de la suma de los cuadrados de la resta de los ejes de los dos puntos. Estas métricas regularmente son aplicadas en el día a día para el transporte terrestre [6].

Los métodos de solución de VRP pueden ser exactos o aproximados. Los métodos exactos usan ecuaciones matemáticas o algoritmos que han sido propuestos para encontrar una solución óptima al problema, como la programación lineal o la programación entera Mixta que utiliza los algoritmos de ramificación como lo es el Branch & Bound, programación no lineal. Los métodos exactos son eficientes para resolver problemas pequeños por el uso de tiempos computacionales que generalmente son muy largos, ya que dependiendo de la complejidad del problema, la solución puede llegar a tomar años en encontrarse, cuando la dimensión del problema es grande [7].

Los métodos aproximados, aunque no garantizan una solución óptima, utilizan algoritmos heurísticos y metaheurísticos. La principal ventaja de los métodos aproximados es un menor tiempo computacional. Factores como la calidad de la solución, tiempo utilizado, memoria computacional, varían dependiendo del algoritmo que se aplique. Para resolver el problema de VRP existen varios algoritmos aproximados como son el CW y el de barrido. El algoritmo de CW es la heurística más utilizada para la resolución del problema de VRP, también es llamada algoritmo de ahorro ya que mediante una matriz de ahorro se generan rutas y se escogen las de mayores ahorros dentro de la matriz [8]. El algoritmo de barrido tal como su nombre lo indica, realiza un barrido a través de un plano cartesiano donde el depósito central es considerado el centro del plano y los puntos son agrupados por clústeres [7].

B. Situación inicial de la empresa

La empresa del presente estudio tiene 84 años en el mercado y se dedica a la importación, comercialización y distribución de insumos y dispositivos médicos, su orientación fundamental es contribuir al mejoramiento de la atención y los servicios de salud en el país, siendo líder a nivel nacional en la provisión de películas radiográficas, insumos de cardiología, esterilización y cuidados intensivos. Se encuentra ubicada en la ciudad de Guayaquil con un centro de distribución estratégicamente ubicado para la comercialización de sus productos dentro y fuera de la ciudad, sus clientes principales son hospitales públicos y privados, clínicas, laboratorios y centros de imágenes y rayos x.

El centro de distribución tiene bodegas con sistemas de almacenamiento con racks y sistemas de climatización para un adecuado almacenaje de sus insumos. En cuanto a las actividades y procesos internos, la empresa ha estado en constante innovación con la finalidad de adaptarse a los cambios y de minimizar tiempos y recursos enfocados al servicio al cliente.

Flota vehicular

La empresa cuenta con tres camionetas equipadas con carrocería especializada para la transportación, las mismas que fueron seleccionadas de acuerdo al peso y al volumen de los insumos y dispositivos médicos que comercializa, tomando en cuenta que los productos que distribuye son considerados carga seca. Las camionetas por su tamaño y longitud tienen fácil acceso a la circulación en las vías y en la zona del centro de la ciudad, donde la ordenanza que regula el tránsito en las zonas de alto tráfico, prohíbe la circulación de vehículos y camiones de mayor tamaño y longitud.

Clientes

Son setenta los clientes que conforman su base de datos y se encuentran ubicados en el casco comercial de la ciudad, entre ellos se puede mencionar clientes públicos y privados como hospitales, clínicas, centros de imágenes y centro de rayos X. Los clientes tienen restricciones, las mismas que se encuentran asociadas al horario de atención. Al tener vehículos con capacidad limitada, este estudio se enfocó a que cada cliente debe ser visitado una sola vez, sin embargo, en algunos casos se reconoce que la demanda del cliente deberá ser satisfecha por tiempos y vehículos diferentes.

Proceso de distribución

Las actividades se inician cuando el cliente solicita las órdenes de pedido al área comercial de acuerdo a su necesidad, el área comercial ingresa el pedido al sistema, la misma que es revisada por el área de crédito y cobranza quien confirma si la transacción es con pago al contado o a crédito y luego de la verificación del pago o de la línea activa de crédito, se envían la aprobación para que sea facturada por el área respectiva. Luego de facturado, el personal de bodega realiza el alistamiento o recolección de los productos y elabora la respectiva guía de remisión para dejar todo en la zona de consolidación donde la mercadería queda revisada y lista para cargar los vehículos, ver Fig 2.

Las actividades se inician todas las mañanas a las 7h00, lo primero que se realiza en el andén de despacho es la inspección y verificación a los vehículos por parte del supervisor de bodega para constatar el estado y la limpieza del mismo, una vez obtenida la aprobación del estado del vehículo se procede a cargar las camionetas para realizar las entregas a los diferentes clientes. Cada vehículo sale al despacho con una hoja de ruta en formato Excel e inicia su recorrido.

Problemas encontrados

En el proceso se llega a cumplir con la entrega diaria de clientes, sin embargo, se ha evidenciado que existe puntos de deficiencia con respecto a las rutas ya sea porque existen cruces durante el recorrido, no se administran las ventanas de tiempo de manera eficiente o se generan más rutas de las necesarias. Esto ocasiona que exista incremento de los costos de la actividad de transporte, debido al mantenimiento de las unidades, costo del combustible y cambio de las llantas a corto

plazo, generando una reducción de la capacidad de la flota para la atención de los potenciales clientes. Otro rubro que también genera impacto es el de las horas extras del personal encargado del despacho.

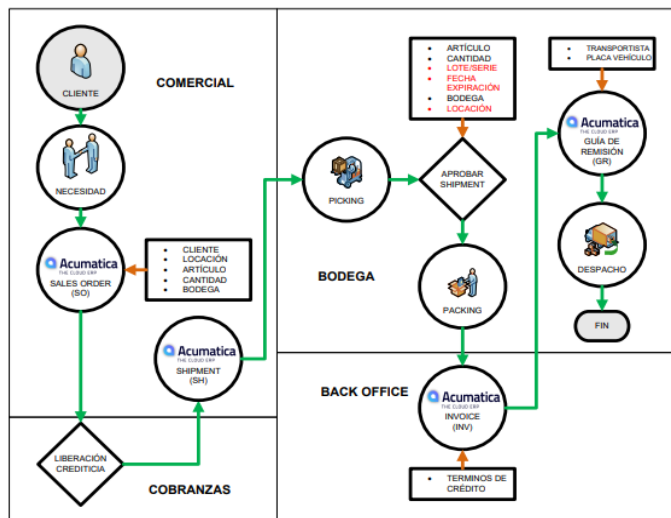


Fig. 2 Flujo del proceso de distribución

C. Recolección de información

Se descarga del sistema la base de datos de los clientes ubicados en la ciudad de Guayaquil y posteriormente se hace contacto telefónico a cada uno de ellos, indicándoles que el motivo de la llamada es con la finalidad de mejorar el servicio y para confirmar el horario de atención en la recepción de mercadería, además, en este acercamiento se aprovecha conocer que días de la semana atienden. Con esta información se elaboró una matriz llamada Base de Datos de Clientes con horarios de atención. Se procedió a usar de la aplicación Google Maps para obtener las coordenadas geográficas en este caso la latitud y la longitud de cada cliente y así calcular la distancia entre cada uno de ellos. También se agrupan los clientes y se calcula la distancia entre cada uno de ellos y el depósito con la utilización de la métrica de Manhattan [6].

Además, se obtuvo la base de datos del grupo de los productos que tienen la mayor rotación del total del inventario, los cuales fueron usados para las corridas del modelo desarrollado.

Costos para el modelo

El modelo tarifario de transporte que utiliza la empresa se basa en la siguiente ecuación:

$$CD = CF + (CV * D) \tag{1}$$

Donde:

CD = Costo de distribución

CF = Costo fijo

CV = Costo Variable

D = Distancia

Los costos fijos incluyen el costo del vehículo considerando la vida útil de 5 años, el costo de la matrícula que lo determina la Agencia Nacional de Tránsito cuyo porcentaje es aproximadamente el 2.8% sobre el valor del vehículo, el costo del seguro cuyo porcentaje aproximado es el 4% sobre el valor del vehículo según el avalúo de la aseguradora y el costo de mantenimiento y limpieza del vehículo. Dando un costo fijo total diario de 98 dólares, ver Tabla 1.

TABLA 1
COSTOS FIJOS TOTALES

Rubro	Detalle	Valor
Chasis + Furgón	USD (compra)	\$ 40.000
Chasis	al año (vida útil 5 años)	\$ 8.000
Matrícula	al año (2,8% compra)	\$ 1.120
Seguro	al año (4% compra)	\$ 1.600
Baterías	USD (compra)	\$ 150
Baterías	al año (vida útil 1 año)	\$ 150
Sueldo Chofer	al año	\$ 7.020
Ayudante	al año	\$ 6.022
Lavado	al año	\$ 120
Mant. Predictivo	al año (4% compra)	\$ 1.600
Costo total anual	USD	\$ 25.632
Costo total diario	USD (L-V)	\$ 98

Los costos variables incluyen el consumo de combustible donde se va a considerar un rendimiento de 35 Kilómetros por galón y el precio del diésel en 1.04 dólares por galón. El consumo de combustible se obtiene de la relación entre el precio de combustible y su rendimiento.

Otros costos variables son el consumo de llantas, donde se va a tomar en cuenta el rendimiento de cada vehículo por el kilometraje que recorre diariamente y el consumo de aceites y filtros. Dando un costo variable por kilómetro recorrido de 0.17 dólares, ver Tabla 2.

El costo de distribución para un vehículo queda expresado en la siguiente formula:

$$CD = 98 + 0.17(\text{Distancia recorrida}) \tag{2}$$

D. Desarrollo del modelo de ruteo

Entre los principales datos del modelo a usar se tiene:

Capacidad en peso: La máxima cantidad de peso de los productos que cada vehículo puede llevar. La capacidad en peso es de 500 kilogramos por vehículo.

Capacidad en volumen: La máxima cantidad de m^3 de los productos que cada vehículo puede llevar. La capacidad en volumen de los vehículos es de $1.5 m^3$.

Ventanas de tiempo: El intervalo de tiempo de cada cliente en el que se lo puede visitar.

Distancia recorrida: Distancias entre todos los clientes y el centro de distribución.

Velocidad promedio: La velocidad promedio de cada vehículo, en el presente caso de estudio es de 7 km/hr.

TABLA 2
COSTOS VARIABLES

Rubro	Detalle	Valor
Diesel	Dólares / galón	\$ 1,04
Rendimiento	Kilómetros / galón	\$ 30
Costo combustible	Dólares / kilómetro	\$ 0,035
Llantas (4 unid)	Dólares / llanta	\$ 800
Rendimiento	Kilómetros / llanta	\$ 45.000
Costo llantas	Dólares / kilómetro	\$ 0.107
Cambio aceite y filtro	Dólares / cambio	\$ 100
Rendimiento	Kilómetros / cambio	\$ 5.000
Costo aceite y filtro	Dólares / kilómetro	\$ 0,020
Resto de mant.	1 % compra	\$ 400
Rendimiento	Cada 50.000 kilómetros	\$ 50.000
Costo resto mant.	Dólares / kilómetro	\$ 0,008
Costo total variable	Dólares / kilómetro	\$ 0,17

Variables del modelo

Matriz de ahorros: La matriz de ahorros se genera para todos los clientes que existan para todos los días, posteriormente se reducirá la matriz de tal manera que solo considere los clientes de un día, acelerando los procesos computacionales al calcular solo datos que se van a usar.

Tiempo por cliente: El tiempo en el que se atendió al cliente.

Conjunto de rutas: El conjunto de rutas que se van generando a medida que se recorre la matriz de ahorros.

Supuestos del modelo

Todos los clientes inicialmente están conectados al depósito.

El tiempo de inicio de la ruta es el tiempo del primer cliente más el tiempo de traslado a dicho cliente.

Los ahorros serán visitados de mayor a menor.

Solo se pueden conectar los clientes de un ahorro si dichos clientes se encuentran conectados al depósito en las rutas que se unen.

Planteamiento del modelo

El desarrollo del modelo se diseñó a través del programa Wolfram Mathematica, que genera inicialmente la distancia que hay entre los clientes y el depósito, posteriormente genera la matriz de ahorros entre cada uno de los clientes considerando las distancias obtenidas anteriormente y la fórmula de ahorro.

Una vez generados estos datos se procede a ordenar la matriz de ahorros de manera ascendente para luego recorrer cada uno de los ahorros de la matriz.

Durante el recorrido dentro de la matriz se intenta unir las rutas en las que se encuentren el par de clientes, verificando que cumplan la restricción de peso, volumen y ventanas de tiempo de los clientes, en el caso de que se pueda cumplir, se procederá a unir las rutas, caso contrario, se procederá al siguiente ahorro, y de esta manera, hasta considerar todos los ahorros.

Función objetivo y restricciones

La función objetivo está propuesta para minimizar la distancia recorrida por todas las rutas, se consideran que existen m rutas disponibles y n clientes. Aquí se suman todas las distancias (d_{ij}) entre los clientes y depósito i y j en la que existan conexiones (x_{ijr}) en cada ruta r [9] y [10].

Índices:

i : Cliente que se está atendiendo

j : Cliente próximo a ser atendido

r : Rutas

Escalar:

Cap : Capacidad de vehículo $1.50 m^3$

Parámetros:

d_{ij} : Distancias del cliente i al cliente j

dm_i : Demanda del cliente i en m^3

S_i : Tiempo de llegada al cliente i

TA_i : Tiempo de atención del cliente i

TWI_i : Tiempo de atención inicial del cliente i

TWF_i : Tiempo de atención final del cliente i

Variables:

x_{ijr} : Asignación de la ruta r para el cliente i al cliente j

$$MinZ = \sum_{r=1}^m \sum_{i=1, j=1}^n d_{ij} * x_{ijr} \quad (3)$$

La restricción 1 indica que, para cada ruta, esta debe partir en el depósito

$$\sum_{j=1}^n x_{1jr} = 1; \quad \forall j - 1 \quad \forall r \quad (4)$$

La restricción 2 indica que, para cada ruta, esta debe terminar en el depósito.

$$\sum_{i=1}^n x_{i1r} = 1; \quad \forall i - 1 \quad \forall r \quad (5)$$

La restricción 3 indica que, para cada cliente i este debe tener una salida de un cliente j o del centro de distribución.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^m x_{ijr} = 1; \quad \forall i - 1 \quad (6)$$

La restricción 4 indica que, para cada cliente j este debe tener una llegada de un cliente i o del centro de distribución.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^m x_{ijr} = 1; \quad \forall j - 1 \quad (7)$$

La restricción 5 indica que, para cada cliente en una ruta, si este tiene una conexión de salida en una ruta, a su vez debe tener una conexión de llegada.

$$\sum_{i=1}^n x_{ijr} = \sum_{j=1}^n x_{jir} ; \quad \forall j, \forall r \quad (8)$$

La restricción 6 indica que la demanda no puede superar la capacidad del vehículo.

$$\sum_{j=1}^n (x_{ijr} * dm_i) \leq Cap \quad \forall i - 1, \forall r \quad (9)$$

La restricción 7 indica que la demanda debe ser mayor a cero.

$$\sum_{j=1}^n (x_{ijr} * dm_i) > 0 \quad \forall i - 1, \forall r \quad (10)$$

La restricción 8 indica que, para cada cliente, el tiempo en el que se llega a un cliente (S_i) debe ser mayor al tiempo de atención de inicio (TWI_i).

$$\sum_{r=1}^m \sum_{j=2}^n S_i * x_{ijr} \geq TWI_i \quad \forall i \quad (11)$$

La restricción 9 indica que, para cada cliente, el tiempo en el que se llega a un cliente (S_i) más el tiempo de atención al mismo, debe ser menor al tiempo de atención de final (TWF_i).

$$\sum_{r=1}^m \sum_{j=2}^n ((S_i + TA_i) * x_{ijr}) \leq TWF_i ; \quad \forall i \quad (12)$$

La restricción 10 indica que la variable x_{ijr} debe ser una variable binaria.

$$x_{ijr} \in \{0,1\} ; \quad \forall i, j, r \quad (13)$$

III. RESULTADOS

A. Implementación del modelo de ruteo

Por medio de la heurística de CW se generaron buenos resultados en tiempos de ejecución y recorrido, se evidencia la atención a los diferentes clientes y las distancias en kilómetros que recorre el vehículo, así como también, el aprovechamiento de la capacidad de utilización en peso y volumen de los vehículos. Existen días en que las rutas se pueden llevar a cabo con un solo vehículo cumpliendo con las diferentes restricciones, siendo una de las restricciones más notables el tiempo de atención de los clientes. Además, se puede observar el tiempo que le toma al vehículo realizar las entregas a los clientes y confirmar la posibilidad de que un vehículo cuando termina una ruta, pueda continuar con la siguiente el mismo día.

La tabla 3 muestra las soluciones generadas por el modelo.

La Fig. 3 muestra geográficamente la ruta que deben seguir los vehículos un día martes de una semana laboral.

TABLA 3
RUTAS GENERADAS POR EL MODELO

Día	Ruta No.	Ruta	Distancia (Km)	Volumen Carga (m ³)	Tiempo Inicial	Tiempo Final
Lunes	1	{73, 4, 19, 12, 15, 13, 14, 30, 28, 29, 73}	45,58	1,22	8:00	11:30
Martes	1	{73, 16, 57, 55, 56, 51, 52, 32, 73}	50,25	1,45	9:30	12:44
Martes	2	{73, 53, 54, 33, 73}	16,15	1,05	14:30	15:36
Miércoles	1	{73, 1, 4, 73}	17,45	0,33	8:30	9:24
Miércoles	2	{73, 6, 61, 34, 3, 2, 64, 63, 5, 73}	41,17	0,89	12:30	15:28
Jueves	1	{73, 9, 73}	11,53	0,64	7:30	8:21
Jueves	2	{73, 65, 40, 39, 41, 37, 38, 42, 73}	44,41	1,39	9:00	11:53
Viernes	1	{73, 58, 63, 60, 61, 73}	27,45	0,25	9:00	11:05
Viernes	2	{73, 36, 59, 62, 35, 3, 73}	21,59	1,00	9:30	11:14
		TOTAL	275,58	8,22		

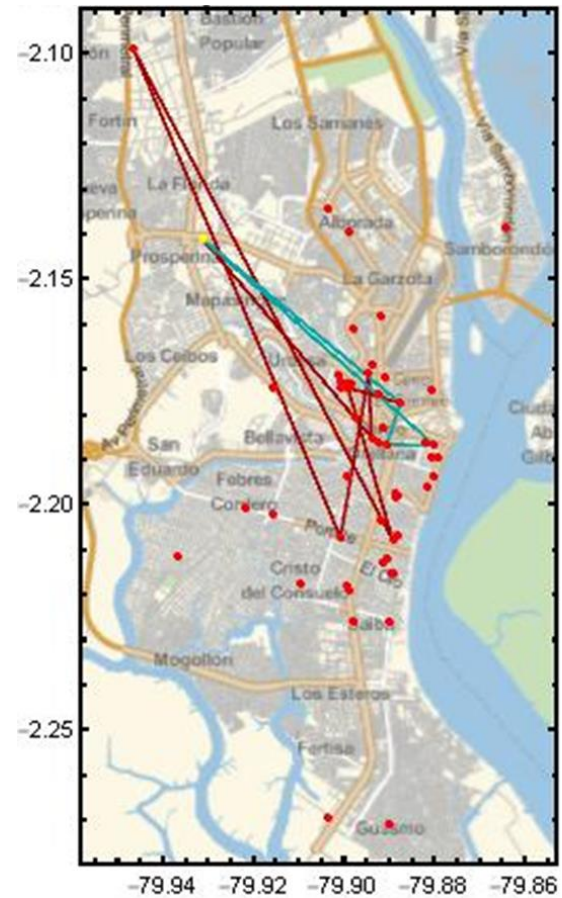


Fig. 3 Resultado CW. Día Martes 66,40 Km.

B. Análisis comparativo

Se realizó la comparación de los costos (CD) entre las rutas que se realizaban de manera empírica y las rutas que fueron generadas por el modelo matemático, ver Apéndice A. Se observó que una de las diferencias más notables es que el modelo generó la ruta con la utilización de un solo vehículo por día mientras que la ruta empírica utilizaba dos vehículos por día, despachando en un vehículo a los clientes del sector norte y en otro vehículo a los clientes del sector sur de la ciudad ver Tabla 4.

TABLA 4
COMPARACIÓN DE COSTOS Y UTILIZACIÓN DE VEHÍCULOS

	Actual	Óptimo
Costo Semanal (L - V)	\$ 1.043,52	\$ 634,85
Distancia Semanal en Km	373	275,58
Capacidad de utilización por vehículo	45,4%	79,6%
Número de vehículos utilizados	2	1
Número de viajes por vehículo	1	2

En el Apéndice B se muestran la distancia recorrida en kilómetros y los costos que se generan en los dos escenarios, donde se evidencia una reducción de los costos en un 34%, ya que en la semana solo se utiliza un vehículo para realizar el despacho a los clientes, con excepción del día viernes.

En el Apéndice C se evidencia que el porcentaje de peso de la mercadería cargada y de utilización del espacio en los vehículos, ha mejorado con los resultados obtenidos por la propuesta, obteniendo un incremento del 30% en la utilización de la flota y el espacio físico de los vehículos aumentando la capacidad de atención para futuros clientes.

IV. CONCLUSIONES

Se definió el problema considerando la forma inicial en la que se están asignando los despachos, una forma manual y empírica que genera altos costos y demoras en las entregas, determinando que se necesita asignar rutas de acuerdo a los horarios de atención de los clientes.

Se diseñó el modelo matemático mediante el VRPTW utilizando programación matemática, por la complejidad de este tipo de problemas se recurrió al uso del lenguaje de programación funcional conocido como Wolfram Mathematica y el apoyo tecnológico de Google Maps, con el que se pudo tomar las coordenadas de los clientes y con ello hacer el cálculo de las distancias con la finalidad de obtener resultados factibles y soluciones de calidad.

Se implementó el modelo evidenciando que los costos de transporte disminuyeron un 45%, la utilización de los vehículos aumento del 45% al 79% y se redujo notablemente el 5 % de las entregas no realizadas, obtiene un ahorro no solo económico sino de recursos propios de la operación mejorando la satisfacción de los clientes.

Es importante indicar que la heurística de Clarke and Wright busca la solución en un espacio limitado dando rutas muy buenas para la solución del problema.

V. RECOMENDACIONES

Muchas empresas en el Ecuador se manejan de forma empírica, pero con este estudio se demuestra que se pueden obtener mejores resultados cuando se aplican las herramientas adecuadas para dar solución a los problemas de transporte.

Se debe organizar la gestión de los pedidos de los clientes, para que los clientes sean agrupados por días o sean agrupados por sectores, para que la generación de las rutas se optimice debido a que el algoritmo no puede identificarlo de esta manera.

Para mejorar los resultados obtenidos se recomienda aplicar una metaheurística para optimizar las rutas y disminuir los costos.

Se recomienda que las empresas hagan uso de estrategias logísticas, así como, tengan profesionales con experiencias y conocimientos de sistemas actuales para que puedan desarrollar e implementar mejoras en sus áreas de producción, almacenamiento y distribución. Esto les permite mejorar los rendimientos y aportar al margen de la compañía.

Se recomienda cambiar la forma de pago por medio del volumen (m³), realizando una alianza estratégica entre la empresa y el operador logístico logrando acuerdo en los precios que los beneficien mutuamente.

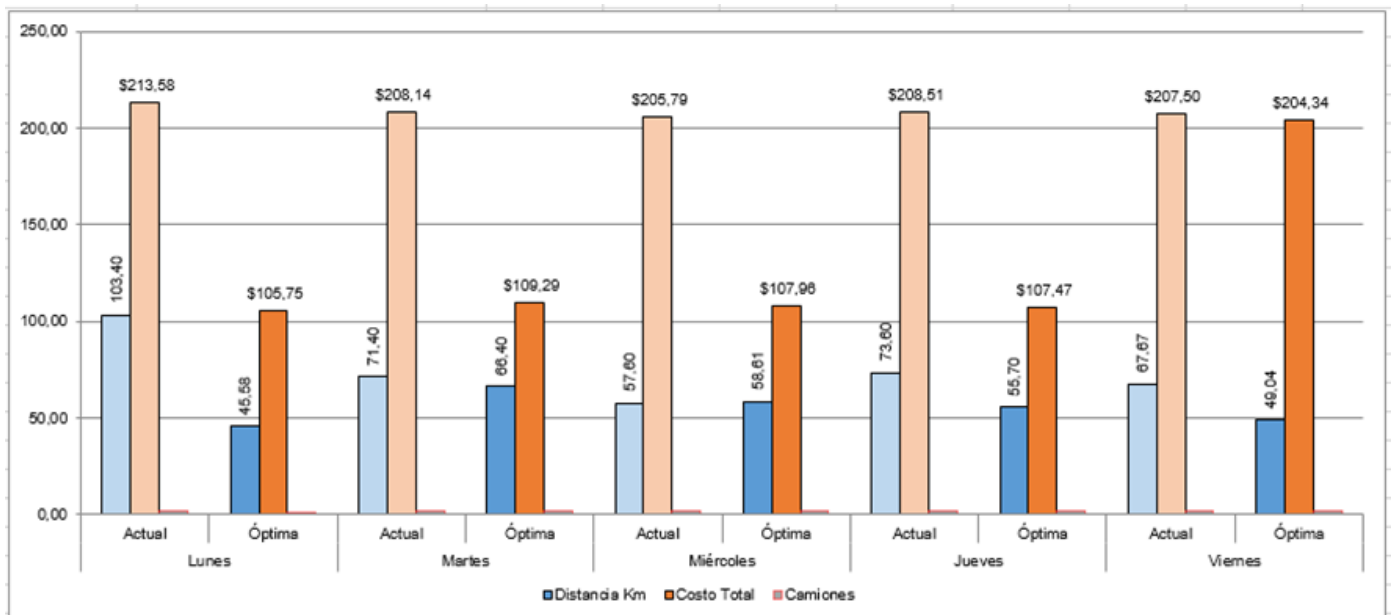
REFERENCIAS

- [1] R. Ballou, *Logística Administración de la cadena de suministro*, 5ta Ed. Mexico: Prentice Hall, 2004.
- [2] L. B. R. Medina, E. C. G. La Rotta, and J. A. O. Castro, "Una Revisión al Estado del Arte del Problema de Ruteo de Vehículos: Evolución Histórica Y Métodos De Solución," *Ingeniería*, vol. 16, no. 2, pp. 35–55, 2011.
- [3] P. Toth and D. Vigo, *The vehicle routing problem*, 1st Ed. Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial & Applied, 2001.
- [4] M. Daza, J. Montoya, and F. Narducci, "Resolución Del Problema De Enrutamiento De Vehículos Con Limitaciones De Capacidad Utilizando Un Procedimiento Metaheurístico De Dos Fases," *Rev. EIA*, pp. 23–38, 2009.
- [5] P. D. Medina and J. H. Restrepo, "Un problema logístico de ruteo de vehículos y una solución con la heurística R: Un caso de estudio," *Sci. Tech.*, vol. 13, no. 37, pp. 407–411, 2007.
- [6] R. Andrés and C. Izquierdo, "Estudio de la Métrica de Manhattn. Segmentos, Rectas, Rayos, Circunferencias y Algunos Lugares Geométricos en la Geometría del Taxista," Universidad Pedagógica Nacional, 2013.
- [7] A. Olvera, "Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos," Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2004.
- [8] T. Pichpibul and R. Kawtummachai, "An improved Clarke and Wright savings algorithm for the capacitated vehicle routing problem," *ScienceAsia*, vol. 38, no. 3, pp. 307–318, 2012.
- [9] K. F. Barcia, W. A. Córdova, and V. H. González, "Modelo matemático para la optimización del plan maestro de producción para lácteos," in *Proceedings of the LACCEI international Multi-conference for Engineering, Education and TeCHnology*, 2018, vol. 2018–July.
- [10] E. A. Bermeo M. and J. H. Calderón S., "Diseño de un modelo de optimización de rutas de transporte," *El Hombre y la Máquina*, vol. 32, no. 32, Cali, Colombia, pp. 52–67, 2009.

APÉNDICE A
COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL MODELO DE RUTEO

Día	Ruta Numero	Ruta	Distancia en	Peso de la	Volumen de	Tempo	Tempo	CD	Propuesta
			Km	carga en Kg	la carga en	Inicial de la	Final de la		
Lunes	1	{73, 4, 19, 12, 15, 13, 14, 30, 28, 29, 73}	45,58	293	1,22	8:00	11:26	105,75	Óptima
Martes	1	{73, 16, 57, 55, 56, 51, 52, 32, 73}	50,25	233	1,45	9:30	12:39	106,54	Óptima
Martes	2	{73, 53, 54, 33, 73}	16,15	100	1,05	14:30	15:35	2,75	Óptima
Miércoles	1	{73, 1, 4, 73}	17,45	65	0,33	8:30	9:23	100,97	Óptima
Miércoles	2	{73, 6, 61, 34, 3, 2, 64, 63, 5, 73}	41,17	262	0,89	12:30	15:24	7,00	Óptima
Jueves	1	{73, 9, 73}	11,53	29	0,64	7:30	8:20	99,96	Óptima
Jueves	2	{73, 65, 40, 39, 41, 37, 38, 42, 73}	44,41	224	1,39	9:00	11:48	7,55	Óptima
Viernes	1	{73, 58, 63, 60, 61, 73}	27,45	137	0,25	9:00	11:05	102,67	Óptima
Viernes	2	{73, 36, 59, 62, 35, 3, 73}	21,59	164	1,00	9:30	11:14	101,67	Óptima
Lunes	1	{73, 19, 28, 15, 29, 4, 14, 73}	33,90	180	0,40	7:30	15:00	103,76	Actual
Lunes	2	{73, 13, 12, 30, 73}	69,50	120	0,50	7:30	14:00	109,82	Actual
Martes	1	{73, 56, 33, 32, 57, 52, 73}	41,80	37	0,61	7:30	16:00	105,11	Actual
Martes	2	{73, 51, 55, 16, 53, 54, 73}	29,60	236	1,36	7:30	15:00	103,03	Actual
Miércoles	2	{73, 1, 34, 3, 5, 64, 73}	26,95	92	0,30	7:30	14:00	102,58	Actual
Miércoles	3	{73, 6, 4, 61, 63, 2, 73}	30,65	255	0,72	7:30	15:00	103,21	Actual
Jueves	1	{73, 39, 65, 73}	45,00	39	0,56	7:30	14:00	105,65	Actual
Jueves	2	{73, 9, 41, 40, 38, 37, 42, 73}	28,60	234	1,44	7:30	15:00	102,86	Actual
Viernes	1	{73, 61, 63, 73}	27,70	109	0,20	7:30	12:00	102,71	Actual
Viernes	2	{73, 36, 35, 60, 59, 62, 58, 373}	39,97	249	0,70	7:30	14:00	104,80	Actual

APÉNDICE B
COMPARACIÓN DE UTILIZACIÓN EN PESO Y VOLUMEN



APÉNDICE B
COMPARACIÓN DE COSTOS Y DISTANCIA RECORRIDA

