

# Linear Programming Model Applied to a Footwear SME Company

Victor H. Gonzalez<sup>1</sup>, PhD M.E., PhD, David Sabando-Vera<sup>2</sup> Doctor Administración, Kleber Barcia Villacreses, PhD, Karina Oñate Guerrero<sup>4</sup>, Denny Murillo García<sup>5</sup>, Gabriela Zambrano Carrillo<sup>6</sup>  
<sup>1,2,3,4,5,6</sup>Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Sociales y Humanísticas, Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, Guayaquil- Ecuador, vgonzal@espol.edu.ec <sup>1</sup>, kbarcia@espol.edu.ec <sup>2</sup>, dsabando@espol.edu.ec <sup>3</sup>, konate@espol.edu.ec <sup>4</sup>, denemuri@espol.edu.ec <sup>5</sup>, gabzambr@espol.edu.ec <sup>6</sup>

**Abstract—** *The objective of this study is to apply the linear programming method in the maximization of the profit of a footwear factory (SME), the company in which the study is made is GA which is dedicated to the manufacture of footwear mainly for men. In this case, the study focuses on four of its main products for men, these are: Trekking shoes, sports shoes, casual shoes and urban shoes. Once the analysis was done, it was possible to know in which types of footwear the company must make decisions so that the maximization of profits becomes possible.*

**Keywords-** *SME, Linear Programming, Footwear*

Digital Object Identifier (DOI):<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2018.1.1.291>  
ISBN: 978-0-9993443-1-6  
ISSN: 2414-6390

# MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADO A UNA EMPRESA PYME DE CALZADO

Victor H. Gonzalez<sup>1</sup>, PhD M.E., PhD, David Sabando-Vera<sup>2</sup> Doctor Administración, Kleber Barcia Villacreses, PhD, Karina Oñate Guerrero<sup>4</sup>, Denny Murillo García<sup>5</sup>, Gabriela Zambrano Carrillo<sup>6</sup>  
<sup>1,2,3,4,5,6</sup>Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Sociales y Humanísticas, Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, Guayaquil- Ecuador, [vgonzal@espol.edu.ec](mailto:vgonzal@espol.edu.ec)<sup>1</sup>, [kbarcia@espol.edu.ec](mailto:kbarcia@espol.edu.ec)<sup>2</sup>, [dsabando@espol.edu.ec](mailto:dsabando@espol.edu.ec)<sup>3</sup>, [konate@espol.edu.ec](mailto:konate@espol.edu.ec)<sup>4</sup>, [denemuri@espol.edu.ec](mailto:denemuri@espol.edu.ec)<sup>5</sup>, [gabzamb@espol.edu.ec](mailto:gabzamb@espol.edu.ec)<sup>6</sup>

**Resumen-** El objetivo de este estudio es aplicar el método de

programación lineal en la maximización de la utilidad de una fábrica de calzados (PYME), la empresa en la cual se realiza el estudio es GA la cual se dedica a la fabricación de calzado principalmente para hombres. En este caso, el estudio se enfoca en cuatro de sus principales productos para hombre, estos son: zapatos Trekking, zapatos deportivos, zapato casual y zapato urbano. Una vez hecho el análisis se pudo saber en qué tipos de calzado la empresa debe tomar decisiones para que se haga posible la maximización de las utilidades.

**Abstract.** - The objective of this study is to apply the linear programming method in the maximization of the profit of a footwear factory (SME), the company in which the study is made is GA which is dedicated to the manufacture of footwear mainly for men. In this case, the study focuses on four of its main products for men, these are: Trekking shoes, sports shoes, casual shoes and urban shoes. Once the analysis was done, it was possible to know in which types of footwear the company must make decisions so that the maximization of profits becomes possible.

**Palabras claves-** Maximización de la utilidad, Producción, Programación Lineal.

## I. INTRODUCCIÓN

“Hoy en día se piensan muchas cosas acerca de la programación lineal. Para muchos es una parte integral de las matemáticas que debe ser estudiada, pero sin que encuentren aplicación alguna en el mundo real; para otros es una forma de aplicar modelos de optimización para empresas netamente productivas a nivel macro y para otras personas es un tema que solo interesa a los ingenieros de sistemas y matemáticos”. Sin embargo, la importancia de la programación lineal no solo radica en el procedimiento matemático, sino en la herramienta financiera que nos puede brindar como soporte para la toma de decisiones en cualquier organización, especialmente las Pymes, ya que permite la asignación eficiente de recursos escasos (limitados) [1].

## II. OBJETIVOS

*Objetivo General:* Aplicar el modelo de Programación Lineal al problema de maximizar las utilidades de la empresa GA mediante el planteo de cada una de las restricciones y la utilización del programa PQM para así poder encontrar la cantidad óptima de materiales necesarios.

*Objetivos Específicos*

- Plantear la función objetivo y las variables de decisión del problema de la empresa.
- Reconocer cada una de las restricciones relacionadas a la producción del calzado.
- Obtener los resultados del problema mediante la utilización del programa PQM.

## III. REVISIÓN DE LITERATURA DE INVESTIGACIÓN

En términos generales, se puede decir que cualquier fenómeno en que interviene un número determinado de variables no negativas (es decir, variables cuyo valor es positivo o cero), que se pueden ligar entre sí mediante relaciones de desigualdad o igualdad y que reflejen las limitaciones o restricciones que el fenómeno presenta con miras a optimizar un objetivo, puede ser formulado como un modelo de programación matemática. Si tanto las restricciones como la función objetivo se pueden enunciar mediante expresiones lineales, estamos frente a un campo particular de la programación matemática denominada “programación lineal”. En este caso la palabra “programación” no se refiere a programación en computadoras; sino que se le utiliza como sinónimo de planeación [2].

Para Weber (1984:718), el problema de programación lineal trata acerca de la maximización o minimización de una función lineal de varias variables primarias, llamada función objetivo, con sujeción a un conjunto de igualdades o desigualdades lineales llamadas restricciones, con la condición adicional de que ninguna de las variables puede ser negativa. Esta última condición puede ser obviada, cuando el problema lo requiera, mediante el ingenioso

artificio de expresar la variable de interés como la diferencia de dos variables no negativas.

En forma resumida se afirma que la programación lineal es un método matemático de resolución de problemas donde el objetivo es optimizar (maximizar o minimizar) un resultado a partir de seleccionar los valores de un conjunto de variables de decisión, respetando restricciones correspondientes a disponibilidad de recursos, especificaciones técnicas, u otras condicionantes que limiten la libertad de elección [3]

Como caso de especial interés tenemos que mediante la programación lineal podemos representar un sistema de producción mediante un modelo o matriz en el que se incluyen:

- Costos e ingresos generados por unidad de actividad (función objetivo).
- Aportes y requerimientos de insumos y productos por unidad de cada actividad considerada (coeficientes insumo/producto).
- Disponibilidad de recursos, especificaciones técnicas y empresariales a respetar (valores del lado derecho de las restricciones)

La expresión matemática del objetivo se llama función objetivo y la meta debe ser maximizar o minimizar esa expresión. La función objetivo lineal se puede representar de las siguientes maneras:

$$Z = C1X1 + C2X2 + \dots + CnXn \quad (1)$$

Donde:

Z = Función objetivo lineal.

Cj = Precio neto o costo unitario, según sea el modelo.

Xj = Actividad o proceso

En la ecuación (1) los coeficientes C1, C2..., Cn son los coeficientes de costo (conocidos) o de ingresos, según el tipo de problema que estemos resolviendo. Por otra parte, X1, X2, ..., Xn son las variables de decisión (variables, o niveles de actividad) que deben determinarse de tal manera que se alcance el objetivo dentro de las restricciones que enfrenta el problema [4].

Una vez se ha revisado de qué se trata el método de la programación lineal, para qué sirve y cuáles son las notaciones que se usan, es momento de mencionar cómo es la industria del calzado en Ecuador. La producción de calzado en el Ecuador es una rama con perspectiva al desarrollo de la productividad del país; este sector industrial es muy diversificado y presenta, además, una gran variedad de productos para el mercado internacional.

La rama de actividad económica manufacturera, en el año 2013, aporta con el 12% al PIB total. La provincia de Tungurahua aporta casi el 50 por ciento de la producción de calzado del Ecuador, seguido por Guayas, Pichincha, Azuay, Los Ríos, entre otros. Según el Ministerio de la

Industrias y Productividad (MIPRO), la demanda anual al 2011 fue de 29'382.485 pares de zapatos y se han producido solamente 28'875.000; la diferencia de la demanda se satisface con 507.485 pares importados. En cuanto a la producción, se estima que el 45% se lo hace en cuero, el 25% es inyectado, el 15% deportivo y el 15% es plástico. [5]

En el ámbito de la economía, la eficiencia hace referencia a un juicio acerca de la relación entre los medios empleados y los fines obtenidos, respondiendo a la pregunta acerca de cuánto podemos producir sin alterar la cantidad de insumos necesarios, que permita alcanzar una medida de eficiencia técnica. [6]

Por lo que, al momento de producir, se suele enfrentar a problemas de Planificación de la Producción, ya que las situaciones reales son, frecuentemente, imprecisas o incierta debido a la falta de información, el estado futuro del sistema puede no ser completamente conocido por lo que existen aplicaciones que pueden ayudar a solucionar problemas de Planificación de la Producción. [7]

Para ejemplificar uno de esos problemas se destacan dos casos en la producción: Se argumentan un ejemplo para analizar cómo se desarrolla una formulación de programación lineal para determinar el programa de producción de una empresa envasadora de tomate fresco en Ruskin (Florida). En el envasado de tomate, la existencia de elementos inciertos atribuidos a la percepción humana es bastante común, tales como la cosecha, la ratio de envasado de tomate, la demanda y los costes de la escasez o pérdida de ventas. Estos elementos imprecisos se incluyen en un modelo, donde tanto la función objetivo como las restricciones se representan por conjuntos difusos definidos por una función de pertenencia lineal [8]

También mediante un caso relevante se explica un modelo de programación lineal para evaluar las diferentes alternativas de producción en el contexto de la industria del carbón. El autor argumenta que existen dos medidas en la industria del carbón, una desde el punto de vista de la empresa explotadora del carbón, y otra desde el punto de vista de las plantas productoras de energía y consumidoras del carbón. [9]

Finalmente se discuten las limitaciones de aplicar las técnicas de la programación matemática clásica para resolver problemas de Planificación de la Producción a medio plazo y proponen un modelo de programación lineal para resolver el problema de la planificación agregada con múltiples objetivos como el precio del producto, el coste de la subcontratación, el nivel de la mano de obra, la capacidad de producción y la demanda del mercado. [10]

En términos generales, se puede decir que cualquier fenómeno en que interviene un número determinado de variables no negativas (es decir, variables cuyo valor es positivo o cero), que se pueden ligar entre sí mediante

relaciones de desigualdad o igualdad y que reflejen las limitaciones o restricciones que el fenómeno presenta con miras a optimizar un objetivo, puede ser formulado como un modelo de programación matemática. Si tanto las restricciones como la función objetivo se pueden enunciar mediante expresiones lineales, estamos frente a un campo particular de la programación matemática denominada “programación lineal”. En este caso la palabra “programación” no se refiere a programación en computadoras; sino que se le utiliza como sinónimo de planeación [2].

Para Weber (1984:718), el problema de programación lineal trata acerca de la maximización o minimización de una función lineal de varias variables primarias, llamada función objetivo, con sujeción a un conjunto de igualdades o desigualdades lineales llamadas restricciones, con la condición adicional de que ninguna de las variables puede ser negativa. Esta última condición puede ser obviada, cuando el problema lo requiera, mediante el ingenioso artificio de expresar la variable de interés como la diferencia de dos variables no negativas.

En forma resumida se afirma que la programación lineal es un método matemático de resolución de problemas donde el objetivo es optimizar (maximizar o minimizar) un resultado a partir de seleccionar los valores de un conjunto de variables de decisión, respetando restricciones correspondientes a disponibilidad de recursos, especificaciones técnicas, u otras condicionantes que limiten la libertad de elección [3]

Como caso de especial interés tenemos que mediante la programación lineal podemos representar un sistema de producción mediante un modelo o matriz en el que se incluyen:

- Costos e ingresos generados por unidad de actividad (función objetivo).
- Aportes y requerimientos de insumos y productos por unidad de cada actividad considerada (coeficientes insumo/producto).
- Disponibilidad de recursos, especificaciones técnicas y empresariales a respetar (valores del lado derecho de las restricciones)

Una vez se ha revisado de qué se trata el método de la programación lineal, para qué sirve y cuáles son las notaciones que se usan, es momento de mencionar cómo es la industria del calzado en Ecuador. La producción de calzado en el Ecuador es una rama con perspectiva al desarrollo de la productividad del país; este sector industrial es muy diversificado y presenta, además, una gran variedad de productos para el mercado internacional.

La rama de actividad económica manufacturera, en el año 2013, aporta con el 12% al PIB total. La provincia de

Tungurahua aporta casi el 50 por ciento de la producción de calzado del Ecuador, seguido por Guayas, Pichincha, Azuay, Los Ríos, entre otros. Según el Ministerio de las Industrias y Productividad (MIPRO), la demanda anual al 2011 fue de 29'382.485 pares de zapatos y se han producido solamente 28'875.000; la diferencia de la demanda se satisface con 507.485 pares importados. En cuanto a la producción, se estima que el 45% se lo hace en cuero, el 25% es inyectado, el 15% deportivo y el 15% es plástico. [5]

#### IV. METODOLOGÍA

**Descripción del Proceso de Producción:** Para formular el modelo se recurrió a obtener la información que maneja la empresa sobre su proceso de producción. Se realizó un diagnóstico general del sistema de producción para identificar el flujo que sigue el calzado. Esto permitió determinar las variables que pueden afectar la utilidad.

**Determinación de la Función Objetivo:** Para la determinación de la función objetivo se necesita maximizar las ganancias y encontrar la combinación óptima de producción de los diferentes tipos de zapatos por docena que se fabriquen.

**Determinación de las variables de decisión:** Se recurrió al número de docenas de cada modelo de zapatos que fabrica la empresa, en este caso en los cuatro modelos ya mencionados.

**Determinación del conjunto de restricciones:** Se recurrió a indagar en cada restricción que podría tener el proceso de producción, en este caso se tomaron en cuenta las siguientes restricciones: las restricciones del presupuesto, las de cantidad de materia prima, las de disponibilidad de materiales, de máxima producción, de mínima producción, de horas utilizadas, de disponibilidad de horas y de distribuciones de producción.

**Construcción del Modelo:** Se elaboró el modelo de programación lineal que tiene como objetivo la maximización de las utilidades considerando las variables de producción. Para esto se necesitó el planteamiento de las variables de decisión, el planteamiento de la función objetivo, el planteamiento de las restricciones y la aplicación del software, el cual fue PQM.

#### V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

**Descripción del Proceso de Producción:** Para formular el modelo se recurrió a obtener la información que maneja la empresa sobre su proceso de producción. La empresa GA se dedica a la fabricación de calzado masculino de distintos materiales, modelos y colores. El proceso de producción es de la siguiente manera:

1. **Compra de materiales:** La fabricación del calzado se inicia cuando se adquiere el material que se va a

utilizar como material sintético, suelas, plantillas, material para el forro, goma blanca y amarilla, hilo.

2. Cortado: Esto se realiza a través de moldes, se realiza de acuerdo al modelo diseñado y el tipo de zapato que se va a realizar.
3. Cosido o aparado: En esta sección se cosen las piezas ya cortadas que componen el zapato.
4. Armado: Aquí se realiza el armado del zapato con la horma correspondiente, se adhiere el molde ya cosido y la plantilla a las suelas.
5. Acabado: se clasifica el zapato y se lo empaqueta.

#### **Determinación de la Función objetivo**

El propósito es de maximizar las ganancias y encontrar la combinación óptima de producción de los cuatro tipos de zapatos por docenas que se fabrican. Función objetivo: Maximizar la utilidad

#### **Determinación de las variables de decisión**

- Docenas a producir semanales de Trekking
- Docenas a producir semanales de Deportivo
- Docenas a producir semanales de Casual
- Docenas a producir semanales de Urbano

#### **Determinación del conjunto de restricciones**

- Restricción del presupuesto

La empresa compra toda la materia prima que necesita para producir las docenas de zapatos. Tiene un presupuesto para cada docena de calzado. Para los Trekkings se necesita \$10 para el material sintético, \$5 para los forros, para la suela \$10, hilo \$10, las plantillas \$5, la goma blanca y amarilla \$ 20. Para los Deportivos se necesita \$10 para el material sintético, \$5 para los forros, para la suela \$10, hilo \$10, las plantillas \$5, la goma blanca y amarilla \$ 20. Para los casuales se necesita \$10 para el material sintético, \$5 para los forros, para la suela \$10, hilo \$10, las plantillas \$5, la goma blanca y amarilla \$ 20. Para los zapatos urbanos se necesita \$15 para el material sintético, \$9 para los forros, para la suela \$10, hilo \$10, las plantillas \$5, la goma blanca y amarilla \$ 20.

Tabla 1 Presupuesto de materia prima

	PRESUPUESTO DE MATERIA PRIMA			
	Treing	Deportivo	Casual	Urbano
SINETICO	10	10	10	15
FORRO	5	5	5	9
SUELA	10	10	10	10
HILO	10	10	10	10
PLANTILLA	5	5	5	5
GOMA BLANCA	20	20	20	20
TOTALES	60	60	60	69

- Restricción Cantidad de Materia Prima

Una vez comprada la materia prima se procede a cortar las docenas y para esto se necesita. Para los trekkings 1 metro del material sintético, 1 metro del forro, 1 docena suela, 1 yarda de hilo y 0,25 litros de goma amarilla, 1 docena de plantilla, 0,5 litros de goma blanca. Para los deportivos 1,5 metro del material sintético, 1,5 metro del forro, 1 docena de suela, 1 yarda de hilo y 0,25 litros de goma amarilla, 1 docena de plantilla, 0,5 litros de goma blanca. Para los casuales 1 metro del material sintético, 1 metro del forro, 1 docena de suela, 2 yarda de hilo y 0,25 litros de goma amarilla, 1 docena de plantilla, 0,5 litros de goma blanca. Para los zapatos urbanos 1,5 metro del material sintético, 2 metro del forro, 1 docena de suela, 1,5 yarda de hilo y 0,25 litros de goma amarilla, 1 docena de plantilla, 0,5 litros de goma blanca.

Tabla 2 Cantidad de materia prima

	CANTIDAD DE MATERIA PRIMA			
	Treing	Deportivo	Casual	Urbano
SINETICO (metros)	1	1,5	1	1,5
FORRO	1	1,5	1	2
SUELA	1	1	1	1
HILO (yardas)	1	1	2	1,5
GOMA AMARILLA (litros)	0,25	0,25	0,25	0,25
PLANTILLA	1	1	1	1
GOMA BLANCA	0,5	0,5	0,5	0,5

- Restricción de disponibilidad de Materiales.

Para la materia prima se tiene disponible 400 metros de material sintético, 450 metros de forro, 390 docenas de

suelas, 500 metros de hilo, 200 litros de goma amarilla y 400 docenas de plantillas, 175 litros de goma blanca.

- Restricción máxima a producir

De los trekkings lo máximo a producir es de 120 docenas. De los deportivos lo máximo a producir es de 105 docenas. De los casuales lo máximo a producir es de 100 docenas. De los zapatos urbanos lo máximo a producir es de 90 docenas.

- Restricción mínima a producir

De los trekkings lo mínimo a producir es de 100 docenas. De los deportivos lo mínimo a producir es de 60 docenas. De los casuales lo mínimo a producir es de 85 docenas. De los zapatos urbanos lo mínimo a producir es de 70 docenas.

- Restricción de Horas utilizadas

Para los trekkings se requieren 3 horas de cortado, 2 horas de cosido, 5 de armado y 2.5 horas de empacado por docenas. Para los deportivos se requieren 3 horas de cortado, 3 horas de cosido, 6 de armado y 2,5 horas de empacado por docenas. Para los casuales se requieren 3 horas de cortado, 2 horas de cosido, 4 de armado y 2,5 horas de empacado por docenas. Para los urbanos se requieren 6 horas de cortado, 8 horas de cosido, 3 de armado y 2,5 horas de empacado por docenas.

Tabla 3 Horas requeridas

	HORAS REQUERIDAS			
	Treing	Deportivo	Casual	Urbano
CORTADO	3	3	3	6
COSIDO O APARADO	2	3	2	8
ARMADO	5	6	4	3
EMPACADO	2,5	2,5	2,5	2,5

- Restricción de disponibilidad de horas

Para el tiempo de cortado se tiene disponible 2100 horas, el tiempo de cocido se tiene disponible 2800 horas, el tiempo de armado 2880 horas y el arreglado 2880 horas.

- Restricción en producción

La producción de trekkings no tiene que ser menor a la producción de deportivos, casuales y urbanos. Y la producción de trekkings y casuales no debe ser menor que 200, la producción de deportivos y urbanos no debe ser menor a 150. La producción de trekkings y deportivos no debe ser menor a 180. Y la producción de casuales y urbanos no debe ser menor a 160.

### Construcción del Modelo

- Planteamiento de las variables de decisión

$X_1 =$  DOCENAS A PRODUCIR SEMANALMENTE DE TREKING

$X_2 =$  DOCENAS A PRODUCIR SEMANALMENTE DE DEPORTIVO

$X_3 =$  DOCENAS A PRODUCIR SEMANALMENTE DE CASUAL

$X_4 =$  DOCENAS A PRODUCIR SEMANALMENTE DE URBANO

- Planteamiento de la función objetivo

Max utilidad:  $84X_1 + 84X_2 + 84X_3 + 180 X_4$

- Planteamiento de las restricciones

Sujeto a:

- $60X_1 + 60X_2 + 60X_3 + 69 X_4 \leq 25000$  Restricción de presupuesto de materia prima
- $X_1 + 1.5X_2 + 1X_3 + 1.5 X_4 \leq 400$  Restricción de material sintético en metros
- $X_1 + 1.5X_2 + 1X_3 + 2 X_4 \leq 450$  Restricción de material forro en metros
- $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 390$  Restricción de cantidades de suela disponibles
- $X_1 + X_2 + 2X_3 + 1.5 X_4 \leq 500$  Restricción de yardas de hilo disponible
- $0.25X_1 + 0.25X_2 + 0.25 X_3 + 0.25 X_4 \leq 200$  Restricción litros de goma amarilla disponible
- $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 400$  Restricción de cantidades de plantillas disponibles
- $0.5X_1 + 0.5 X_2 + 0.5 X_3 + 0.5 X_4 \leq 175$  Restricción litros de goma blanca disponible
- $X_1 \leq 120$  Cantidad máxima de producción en docenas de Trekking
- $X_2 \leq 105$  Cantidad máxima de producción en docenas de Deportivo
- $X_3 \leq 100$  Cantidad máxima de producción en docenas de Casual
- $X_4 \leq 90$  Cantidad máxima de producción en docenas de Urbano
- $X_1 \geq 100$  Cantidad máxima de producción en docenas de Trekking
- $X_2 \geq 60$  Cantidad máxima de producción en docenas de Deportivo
- $X_1 \leq X_2 + X_3 + X_4$  Restricción de producción
- $X_3 \geq 85$  Cantidad máxima de producción en docenas de casual
- $X_4 \geq 70$  Cantidad máxima de producción en docenas de urbano
- $X_1 + X_3 \leq 200$  Restricción de producción por trekkings y casuales
- $X_2 + X_4 \leq 150$  Restricción de producción por deportivos y urbanos
- $X_1 + X_2 \leq 180$  Restricción de producción por trekkings y deportivos

21.  $X_3 + X_4 \leq 160$  Restricción de producción por casuales y urbanos
22.  $3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 6X_4 \leq 2100$  Restricción de horas utilizadas en el cortado
23.  $2X_1 + 3X_2 + 2X_3 + 8X_4 \leq 2100$  Restricción de horas utilizadas en el cocido
24.  $5X_1 + 6X_2 + 4X_3 + 3X_4 \leq 2880$  Restricción de horas utilizadas en el armado
25.  $2,5X_1 + 2,5X_2 + 2,5X_3 + 2,5X_4 \leq 2880$  Restricción de horas utilizadas en el empaquetado
26.  $X_1 \geq 0$  Restricción de no negatividad
27.  $X_2 \geq 0$  Restricción de no negatividad
28.  $X_3 \geq 0$  Restricción de no negatividad
29.  $X_4 \geq 0$  Restricción de no negatividad

- Aplicación del Software

- Datos ingresados en el programa

Objective		Instruction		(untitled) Solution								
<input checked="" type="radio"/> Maximize	<input type="radio"/> Minimize	Enter the value for restriction 21 for the. Any nonnegative value is permissible										
	X1	X2	X3	X4		RHS	Equation Item					
RESTRICCIÓN 8	0	0	0	1	==	70	X4 == 70					
RESTRICCIÓN 9	1	1,5	1	1,5	==	400	X1 + 1,5X2 + X3 + 1,5X4 == 400					
RESTRICCIÓN 10	1	1,5	1	2	==	400	X1 + 1,5X2 + X3 + 2X4 == 400					
RESTRICCIÓN 11	1	1	1	1	==	390	X1 + X2 + X3 + X4 == 390					
RESTRICCIÓN 12	1	1	2	1,5	==	500	X1 + X2 + 2X3 + 1,5X4 == 500					
RESTRICCIÓN 13	2,5	2,5	2,5	2,5	==	200	2,5X1 + 2,5X2 + 2,5X3 + 2,5X4 == 200					
RESTRICCIÓN 14	1	1	1	1	==	400	X1 + X2 + X3 + X4 == 400					
RESTRICCIÓN 15	5	5	5	5	==	175	5X1 + 5X2 + 5X3 + 5X4 == 175					
RESTRICCIÓN 16	60	60	60	60	==	25000	60X1 + 60X2 + 60X3 + 60X4 == 25000					
RESTRICCIÓN 17	0	1	0	1	==	100	X2 + X4 == 100					
RESTRICCIÓN 18	0	1	0	1	==	100	X2 + X4 == 100					
RESTRICCIÓN 19	0	0	1	1	==	160	X3 + X4 == 160					
RESTRICCIÓN 20	0	0	1	1	==	2100	3X1 + 3X2 + 3X3 + 3X4 == 2100					
RESTRICCIÓN 21	2	3	2	8	==	2880	2X1 + 3X2 + 2X3 + 8X4 == 2880					
RESTRICCIÓN 22	5	6	4	3	==	2880	5X1 + 6X2 + 4X3 + 3X4 == 2880					
RESTRICCIÓN 23	2,5	2,5	2,5	2,5	==	2880	2,5X1 + 2,5X2 + 2,5X3 + 2,5X4 == 2880					
RESTRICCIÓN 24	1	-1	-1	-1	==	0	X1 + X2 + X3 + X4 == 0					
Solution->	115	58,3333	85	75	Optimal	28450						

Figura. 1 Ingreso de Datos PQM

En este cuadro se muestran todas las restricciones que se plantearon sin incluir las de no negatividad.

- Resultados de programación lineal

Objective		Instruction		(untitled) Solution								
<input checked="" type="radio"/> Maximize	<input type="radio"/> Minimize	There are more results available in additional windows. The										
	X1	X2	X3	X4		RHS	Dual					
Maximize	84	84	84	90								
RESTRICCIÓN 1	1	0	0	0	<=	120	0					
RESTRICCIÓN 2	0	1	0	0	<=	105	0					
RESTRICCIÓN 3	0	0	1	0	<=	100	0					
RESTRICCIÓN 4	0	0	0	1	<=	90	0					
RESTRICCIÓN 5	1	0	0	0	>=	100	0					
RESTRICCIÓN 6	0	1	0	0	<=	60	0					
RESTRICCIÓN 7	0	0	1	0	>=	85	-5					
RESTRICCIÓN 8	0	0	0	1	>=	70	0					
RESTRICCIÓN 9	1	1,5	1	1,5	<=	400	56					

Figura 2 Restricciones. PQM

Objective		Instruction		(untitled) Solution								
<input checked="" type="radio"/> Maximize	<input type="radio"/> Minimize	There are more results available in additional windows. The										
	X1	X2	X3	X4		RHS	Dual					
RESTRICCIÓN 10	1	1,5	1	2	<=	450	0					
RESTRICCIÓN 11	1	1	1	1	<=	390	0					
RESTRICCIÓN 12	1	1	2	1,5	<=	500	0					
RESTRICCIÓN 13	2,5	2,5	2,5	2,5	<=	200	0					
RESTRICCIÓN 14	1	1	1	1	<=	400	0					
RESTRICCIÓN 15	5	5	5	5	<=	175	0					
RESTRICCIÓN 16	60	60	60	60	<=	25000	0					
RESTRICCIÓN 17	1	0	1	0	<=	200	28					
RESTRICCIÓN 18	0	1	0	1	<=	150	0					
RESTRICCIÓN 19	1	1	0	0	<=	180	0					
RESTRICCIÓN 20	0	0	1	1	<=	160	6					
RESTRICCIÓN 21	3	3	3	6	<=	2100	0					
RESTRICCIÓN 22	2	3	2	8	<=	2880	0					
RESTRICCIÓN 23	5	6	4	3	<=	2880	0					
RESTRICCIÓN 24	2,5	2,5	2,5	2,5	<=	2880	0					
RESTRICCIÓN 25	1	-1	-1	-1	<=	0	0					
Solution->	115	58,3333	85	75	Optimal	28450						

Figura. 3 Ingreso de Datos. PQM

En este cuadro se observa que de Trekking se debe producir 115 docenas, de deportivos 58 docenas, de casuales se debe producir 85 docenas y de urbanos debe producir 75 docenas. Para obtener una ganancia optima de \$ 28.450

Lista de soluciones

Objective		Instruction	
<input checked="" type="radio"/> Maximize	<input type="radio"/> Minimize	There are more results available in additional windows. The	
Variable	Status	Value	
X1	Basic	115	
X2	Basic	58,3333	
X3	Basic	85	
X4	Basic	75	
slack 1	Basic	5	
slack 2	Basic	46,6667	
slack 3	Basic	15	
slack 4	Basic	15	
surplus 5	Basic	15	
slack 6	Basic	1,6667	
surplus 7	NONBasic	0	
surplus 8	Basic	5	
slack 9	NONBasic	0	

Figura. 4 Lista de Soluciones usando PQM

Objective		Instruction	
<input checked="" type="radio"/> Maximize	<input type="radio"/> Minimize	There are more results available in additional windows. The	
Variable	Status	Value	
slack 10	Basic	12,5	
slack 11	Basic	56,6667	
slack 12	Basic	44,1667	
slack 13	Basic	116,6667	
slack 14	Basic	66,6667	
slack 15	Basic	8,3333	
slack 16	Basic	4325	
slack 17	NONBasic	0	
slack 18	Basic	16,6667	
slack 19	Basic	6,6667	
slack 20	NONBasic	0	
slack 21	Basic	875	
slack 22	Basic	1705	
slack 23	Basic	1390	
slack 24	Basic	2046,667	
slack 25	Basic	103,3333	
Optimal Value (Z)		28450	

Figura. 5 Resultados del Modelo

En este cuadro se muestra que variables son básicas y cuales son artificiales

▪ Rangos

Objective		Instruction				
<input checked="" type="radio"/> Maximize		There are more results available in additional windows. These may be				
<input type="radio"/> Minimize						
(untitled) Solution						
Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound	
X1	115	0	84	78	Infinity	
X2	58,3333	0	84	0	90	
X3	85	0	84	-Infinity	90	
X4	75	0	90	84	Infinity	
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound	
RESTRICCION 1	0	5	120	115	Infinity	
RESTRICCION 2	0	46,6667	105	58,3333	Infinity	
RESTRICCION 3	0	15	100	85	Infinity	
RESTRICCION 4	0	15	90	75	Infinity	
RESTRICCION 5	0	15	100	-Infinity	115	
RESTRICCION 6	0	1,6667	80	58,3333	Infinity	
RESTRICCION 7	-6	0	85	80	86,6667	
RESTRICCION 8	0	5	70	-Infinity	75	
RESTRICCION 9	56	0	400	312,5	402,5	
RESTRICCION 10	0	12,5	450	437,5	Infinity	
RESTRICCION 11	0	56,6667	390	333,3333	Infinity	
RESTRICCION 12	0	44,1667	500	455,8333	Infinity	
RESTRICCION 13	0	116,6667	200	83,3333	Infinity	
RESTRICCION 14	0	66,6667	400	333,3333	Infinity	

Figura. 6 Resultados de los rangos

Objective		Instruction				
<input checked="" type="radio"/> Maximize		There are more results available in additional windows. These may be				
<input type="radio"/> Minimize						
(untitled) Solution						
RESTRICCION 7	-6	0	85	80	86,6667	
RESTRICCION 8	0	5	70	-Infinity	75	
RESTRICCION 9	56	0	400	312,5	402,5	
RESTRICCION 10	0	12,5	450	437,5	Infinity	
RESTRICCION 11	0	56,6667	390	333,3333	Infinity	
RESTRICCION 12	0	44,1667	500	455,8333	Infinity	
RESTRICCION 13	0	116,6667	200	83,3333	Infinity	
RESTRICCION 14	0	66,6667	400	333,3333	Infinity	
RESTRICCION 15	0	8,3333	175	166,6667	Infinity	
RESTRICCION 16	0	4325	25000	20675	Infinity	
RESTRICCION 17	28	0	200	197,5	205	
RESTRICCION 18	0	16,6667	150	133,3333	Infinity	
RESTRICCION 19	0	6,6667	180	173,3333	Infinity	
RESTRICCION 20	6	0	160	158,3333	175	
RESTRICCION 21	0	875	2100	1225	Infinity	
RESTRICCION 22	0	1705	2880	1175	Infinity	
RESTRICCION 23	0	1390	2880	1490	Infinity	
RESTRICCION 24	0	2046,667	2880	833,3334	Infinity	
RESTRICCION 25	0	103,3333	0	-103,3333	Infinity	

Figura. 7 Análisis de Sensibilidad de las restricciones.

**Análisis de Resultados**

En este cuadro se observa las variables de decisión en la primera columna y en la segunda se observa los valores de solución que son: X1 = 115, X2= 58, X3= 85 y X4= 75.

En la tercera columna se observa l costo reducido de cada variable muestra que no existe perdida por cada docena del tipo de calzado que se produce.

En la cuarta columna se observa el valor original de la utilidad o costo. Las utilidades por docenas son de \$120, \$105, \$100 y \$90 para cada una de las variables de decisión.

En la cuarta columna observamos que existe una utilidad mínima permitida si se desea seguir produciendo, sin que exista perdida; para la primera variable que son los Trekkings tiene un valor mínimo permitido de \$ 78 de utilidad, y la segunda variable es decir la producción de deportivos es de cero.

En la quinta columna se encuentran el valor máximo permitido para cada una de las variables de decisión hay una utilidad máxima permitida, por lo que para la

producción de Trekkings y urbano el modelo propone una utilidad tanto como lo permita el mercado.

Y en la parte inferior se encuentran las restricciones y en la segunda columna se observa los precios sombras.

Y en la tercera se encuentran los valores de holgura que se obtiene entre la cantidad de recursos disponible y los consumidos. En la cuarta columna se observa los recursos disponibles que se dispusieron para la producción de los diferentes tipos de calzado.

En la quinta columna se observa para cada restricción hay un mínimo permitido, si se quiere producir con utilidad. En la última columna se muestra la cantidad máxima permitida.

VI. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Celdas cambiantes						
Celda	Nombre	Valor Igual	Gradiente reducido	Coficiente objetivo	Aumento permisible	Disminución permisible
\$G\$2	x1	115	0	84	36	28
\$G\$3	x2	58	0	84	42	1E+30
\$G\$4	x3	85	0	84	54	1E+30
\$G\$5	x4	75	0	180	1E+30	54

Figura 8. Resultados Analisis Sensibilidad



Restricciones						
Celda	Nombre	Valor Igual	Sombra precio	Restricción lado derecho	Aumento permisible	Disminución permisible
\$I\$33	Rest.	60	0	0	60	1E+30
\$I\$8	Rest.	400	84	400	2.5	12.5
\$I\$9	Rest.	262.5	0	450	1E+30	187.5
\$I\$10	Rest.	332.5	0	390	1E+30	57.5
\$I\$11	Rest.	455	0	500	1E+30	45
\$I\$12	Rest.	83.125	0	200	1E+30	116.875
\$I\$13	Rest.	332.5	0	400	1E+30	67.5
\$I\$14	Rest.	166.25	0	175	1E+30	8.75
\$I\$15	Rest.	112.5	0	120	1E+30	7.5
\$I\$16	Rest.	60	0	105	1E+30	45
\$I\$17	Rest.	85	0	100	1E+30	15
\$I\$18	Rest.	75	0	90	1E+30	15
\$I\$34	Rest.	85	0	0	85	1E+30
\$I\$35	Rest.	75	0	0	75	1E+30
\$I\$20	Rest.	60	-42	60	8.333333333	1.666666667
\$I\$21	Rest.	112.5	0	0	1E+30	107.5
\$I\$19	Rest.	112.5	0	100	12.5	1E+30
\$I\$22	Rest.	85	-54	85	1.666666667	15
\$I\$23	Rest.	75	0	70	5	1E+30
\$I\$24	Rest.	197.5	0	200	1E+30	2.5
\$I\$25	Rest.	135	0	150	1E+30	15
\$I\$26	Rest.	172.5	0	180	1E+30	7.5
\$I\$27	Rest.	160	54	160	8.333333333	1.666666667
\$I\$28	Rest.	12225	0	2100	1E+30	877.5
\$I\$29	Rest.	1175	0	2100	1E+30	925
\$I\$30	Rest.	14875	0	2880	1E+30	1392.5
\$I\$31	Rest.	831.25	0	2880	1E+30	2048.75
\$I\$32	Rest.	112.5	0	0	112.5	1E+30
\$I\$7	Rest.	20625	0	25000	1E+30	4375

Figura 9. resultados de las restricciones.

El precio debe mantenerse dentro del rango permisible para que la solución óptima no cambie, es decir que un zapato treing puede aumentar hasta \$36 y disminuir hasta \$28, sin cambiar la cantidad a producir de 115 unidades.

Produciendo 58 zapatos deportivos, el precio se puede aumentar hasta \$42, el precio de los zapatos casuales puede aumentar hasta \$54 produciendo 85 unidades.

El presupuesto de la materia prima puede aumentar hasta \$60 más, sin afectar al precio de cada zapato y con la misma solución óptima.

El metro de material sintético puede aumentar hasta 2,5 más, generando un aumento en el precio del zapato al existir un costo de oportunidad reflejado en el precio sombra, que solo puede aumentar hasta el rango permisible que se encuentra en la tabla.

## VII. CONCLUSIONES

- Se Planteó efectivamente la función objetivo, las variables de decisión del problema de la empresa y sus restricciones para después colocarlas en el programa PQM, donde se obtuvo la cantidad de docenas óptimas de cada modelo de zapato que se deben producir para que la utilidad de la empresa sea mayor.

- La programación lineal propone formas particulares de abordaje a problemas empresariales, aprovechando los actuales avances informáticos, ofreciendo gran ayuda a la hora de valorar futuras estrategias de desarrollo y mejora de una empresa, algunas ventajas que resultan de su aplicación son:

- Brinda un plan óptimo detallado para lograr el resultado (máximo o mínimo) óptimo.
- Ofrece rangos de precios de cada actividad dentro de la cual no se modifica la solución.
- Permite evaluar costos de sustitución de las actividades.
- Indica el uso de cada recurso limitante en el plan óptimo.
- Identifica costos de oportunidad interno de cada recurso o insumo limitante
- Define el rango dentro del cual se mantiene el costo de oportunidad de cada recurso.
- Desde un punto de vista práctico, algunas virtudes de los programas lineales con respecto a los no lineales son: resultan más fáciles de definir y formular, permiten trabajar de manera eficiente con mayor número de variables de decisión y se adaptan mejor al tratamiento algorítmico con computadores, aprovechando la rapidez de cálculo de éstos. Es muy importante que los profesionales ligados a las PYMES desarrollen mayor habilidad en el manejo de esta técnica, estos conocimientos les otorgarían mayores posibilidades de encontrar respuestas para un desarrollo sustentable. La contribución que las PYMES realizan a la economía de un país es su capacidad para generar empleo, pero esa capacidad va acompañada muchas veces con la creencia de que su condición de pequeña o mediana las coloca en inferioridad de condiciones para competir. Estas creencias pueden convertirse en una fuerte cultura de insatisfacciones y frustraciones que nos hacen olvidar que la robustez de las empresas no lo define su infraestructura, sino su capacidad de agregarle valor a la sociedad para la cual produce.

## VIII. REFERENCIAS

- [1] G.M. Díaz, “Programación lineal como herramienta para toma de decisiones”, *Sotavento MBA*, (10), 60-67. 2007.

- [2] J. Alvarado Boirivant, “La programación lineal aplicación de la pequeñas y medianas empresas”, *Reflexiones*, 88(1), 2009.
- [3] J. Weber, “Matemática para administración y economía”, México: Editorial *Hala*, 823 p, 1984.
- [4] D. Anderson, D. Sweeney, D., and T. Williams, “Métodos cuantitativos para los negocios”, México: Editorial *THOMSON*, 822 p, 2004.
- [5] C. M. Abril, M.R. Guajala, L.M. Mantilla, and M.M. Moyolema, “Procesos de producción y productividad en la industria de calzado ecuatoriana: caso empresa Mabelyz”. *ECA Sinergia*. ISSN 2528-7869, 6(2), 88-100, 2015.
- [6] E. Raffo Lecca, E. Ruiz Lizama, “Fronteras de eficiencia para operadores de decisiones”, *Industrial Data*, 8 (2), 0,2005.
- [7] J. M. Bru, R. Poler Escoto, J. P. García Sabater, “Aplicaciones de la Teoría de los Conjuntos Difusos en la Planificación de la Producción: Un Estudio de la Literatura”, VIII Congreso de Ingeniería de Organización Leganés, España, 9 y 10 de septiembre, 2004.
- [8] W.A. Miller, L.C. Leung, T.M. Azhar, and S. Sargent, “Fuzzy production planning model for fresh tomato packing”, *International Journal of Production Economics*, 53, 227-238,1997.
- [9] P.C. Pendharkar, “A linear programming model for production planning in coal mines”, *Computers Operations Research*, 24, 12, 1141-1149, 1997.
- [10] R. Wang, and H. Fang, “Aggregate production planning with multiple objectives in a fuzzy environment”, *European Journal of Operational Research*, 133, 521-536, 2001.