

# Kinematic and Dynamic Analysis of the Four Bar Mechanism of an Exercise Machine

Jorge Hurel, PhD<sup>1</sup>, Jorge Amaya PhD<sup>1</sup>, Francisca Flores, MSc<sup>2</sup>, Clemente Calderon<sup>1</sup>, y Nicole Suarez<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción, Escuela Superior Politécnica del Litoral, km 30.5 vía Perimetral, Guayaquil, Ecuador, [jhurel@espol.edu.ec](mailto:jhurel@espol.edu.ec), [jamaya@espol.edu.ec](mailto:jamaya@espol.edu.ec), [cleancal@espol.edu.ec](mailto:cleancal@espol.edu.ec), [nmsuarez@espol.edu.ec](mailto:nmsuarez@espol.edu.ec)

<sup>2</sup> Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Escuela Superior Politécnica del Litoral, km 30.5 vía perimetral, Guayaquil, Ecuador, [ffloresn@espol.edu.ec](mailto:ffloresn@espol.edu.ec)

**Abstract**– *The outdoor exercise machine (Pony), which is installed in most parks in the city of Guayaquil, is a very common example of a four-bar mechanism driven by human movement. The main objective of this project is to analyze this mechanism, through a kinematic and dynamic study, using analytical modeling in MATLAB through the kinetostatic method, and multibody system modeling by using ADAMS software (Automatic Dynamics Analysis of Mechanical Systems). The results corroborate the accuracy of the methods used.*

**Keywords**- *Adams, Kinetostatic Method, Four-bar Mechanism, Matlab.*

Digital Object Identifier (DOI):<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2018.1.1.241>

ISBN: 978-0-9993443-1-6

ISSN: 2414-6390

# Análisis Cinemático y Dinámico del Mecanismo de Cuatro Barras de una Máquina de Ejercicios

Jorge Hurel, PhD<sup>1</sup>, Jorge Amaya PhD<sup>1</sup>, Francisca Flores, MSc<sup>2</sup>, Clemente Calderon<sup>1</sup>, y Nicole Suarez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción, Escuela Superior Politécnica del Litoral, km 30.5 vía Perimetral, Guayaquil, Ecuador, jhurel@espol.edu.ec, jlamaya@espol.edu.ec, cleancal@espol.edu.ec, nmsuarez@espol.edu.ec

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Escuela Superior Politécnica del Litoral, km 30.5 vía perimetral, Guayaquil, Ecuador, ffloresn@espol.edu.ec

**Abstract**– *The outdoor exercise machine (Pony), which is installed in most parks in the city of Guayaquil, is a very common example of a four-bar mechanism driven by human movement. The main objective of this project is to analyze this mechanism, through a kinematic and dynamic study, using analytical modeling in MATLAB through the kinetostatic method, and multibody system modeling by using ADAMS software (Automatic Dynamics Analysis of Mechanical Systems). The results corroborate the accuracy of the methods used.*

**Keywords**– Adams, Kinetostatic Method, Four-bar Mechanism, Matlab.

**Resumen**– *La máquina de ejercicios al aire libre (Pony), se encuentra instalada en la mayoría de los parques de la ciudad de Guayaquil, es un ejemplo muy común de un mecanismo de cuatro barras impulsado por el movimiento humano. El objetivo principal de este proyecto es analizar este mecanismo, mediante un estudio cinemático y dinámico, usando modelado analítico en MATLAB por medio del método cinetostático, y modelado de sistema multicuerpo mediante el software ADAMS (Automatic Dynamics Analysis of Mechanical Systems). Los resultados corroboran la exactitud de los métodos empleados.*

**Palabras clave**—Adams, Método cinetostático, Mecanismo de cuatro barras, Matlab.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los mecanismos, de cuatro barras han sido usados desde el inicio de la revolución industrial en todo tipo de maquinaria. Para su análisis cinemático y dinámico respectivo, estos mecanismos pueden ser modelados como sistemas formados por varios sólidos rígidos unidos entre sí mediante uniones, que permiten el movimiento relativo entre los enlaces conectados (pares cinemáticos) y de esta forma se pueden obtener resultados a partir de métodos analíticos, gráficos o numéricos.

Por otro lado, la aplicación de los métodos analíticos se ha desarrollado durante los últimos años a partir de alternativas computacionales basadas en métodos numéricos; tal es el caso de MATLAB que se basa en programación asociada al lenguaje C, y MSC ADAMS que permite el modelado del mecanismo basado en objetos y las restricciones cinemáticas respectivas. Los métodos analíticos son adecuados para la simulación por computadora y tienen las ventajas de precisión y repetibilidad [1] [2].

Para el estudio del mecanismo de cuatro barras para ejercicios al aire libre (Pony), se analizan las características de su movimiento, es decir la cinemática del cuerpo (posición, velocidad y aceleración) y una vez obtenidas dichas variables para cada punto y en posiciones críticas, se puede realizar la dinámica [6] en donde se estudian las diferentes fuerzas que se ejercen en las juntas por el individuo que lo use y adicionalmente el torque y fuerza requerida en el eslabón de entrada para realizar el movimiento [3].

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

El material de la estructura del mecanismo es el acero estructural A-500 grado C, este material posee una densidad de 7850 kg/cm<sup>3</sup> [9].



Fig. 1. Diagrama cinemático superpuesto al Mecanismo de Cuatro Barras para la estructura Pony

De acuerdo con la Fig. 1, la movilidad del Mecanismo [4] [5] está dada por:

$$M = 3(n - 1) - 2J_2 - J_1 \quad (1)$$

Dónde:

- $n$ : número de eslabones (4)
- $J_1$ : juntas Completas (4)
- $J_2$ : semijuntas (0)

Por tanto:

$$M = 3(4 - 1) - 2(4) - 0 = 1 \text{ DOF}$$

### Análisis Cinemático

Al ser representado al mecanismo como uno de 4 barras, este se analiza por medio del método de lazo vectorial cerrado [7], el cual consiste en unir las juntas de cada eslabón por medio de un vector como se muestra en la Fig. 2

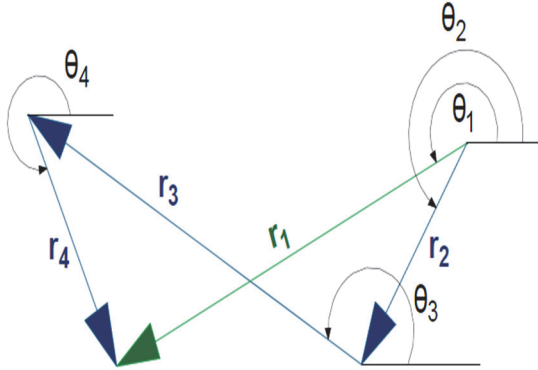


Figura 2. Lazo vectorial cerrado del mecanismo de cuatro barras

De este gráfico se obtiene la ecuación vectorial de lazo cerrado, que se escribe a continuación:

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4 = \vec{r}_1 \quad (2)$$

La ecuación (1) se la descompone en los ejes “x” y “y”;

$$\text{En } x \rightarrow r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 + r_4 \cos \theta_4 = r_1 \cos \theta_1 \quad (3)$$

$$\text{En } y \rightarrow r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 + r_4 \sin \theta_4 = r_1 \sin \theta_1 \quad (4)$$

De (2) y (3), se despejan los términos para la posición angular del mecanismo  $\theta_3$  y  $\theta_4$ .

$$\theta_3 = \cos^{-1} \left( r_1 \cos \theta_1 - r_2 \cos \theta_2 - \frac{r_3 \cos \theta_3}{r_4} \right) \quad (5)$$

$$\theta_4 = \sin^{-1} \left( r_1 \sin \theta_1 - r_2 \sin \theta_2 - \frac{r_3 \sin \theta_3}{r_4} \right) \quad (6)$$

Para obtener las ecuaciones de velocidad y aceleración se derivan (2) y (3) una y dos veces, respectivamente.

Efectuando la primera derivada, se obtienen las expresiones para la velocidad del mecanismo.

$$\text{En } x' \rightarrow r_2 \theta_2' \sin \theta_2 + r_3 \theta_3' \sin \theta_3 + r_4 \theta_4' \sin \theta_4 = 0 \quad (7)$$

$$\text{En } y' \rightarrow r_2 \theta_2' \cos \theta_2 + r_3 \theta_3' \cos \theta_3 + r_4 \theta_4' \cos \theta_4 = 0 \quad (8)$$

Efectuando la segunda derivada, se obtienen las expresiones para la aceleración del mecanismo.

$$\text{En } x'' \rightarrow r_2 \theta_2'^2 \cos \theta_2 + r_3 \theta_3'^2 \cos \theta_3 + r_3 \theta_3'' \sin \theta_3 + r_4 \theta_4'' \sin \theta_4 + r_4 \theta_4'^2 \cos \theta_4 = 0 \quad (9)$$

$$\text{En } y'' \rightarrow r_2 \theta_2'^2 \sin \theta_2 + r_3 \theta_3'^2 \sin \theta_3 - r_3 \theta_3'' \cos \theta_3 - r_4 \theta_4'' \cos \theta_4 + r_4 \theta_4'^2 \sin \theta_4 = 0 \quad (10)$$

Mediante MATLAB se utiliza el método de Newton-Raphson para resolver el problema de posición angular de los eslabones, además mediante la multiplicación de las matrices jacobianas de las ecuaciones de velocidad y aceleración, se obtienen las demás variables cinemáticas del movimiento.

### Análisis Dinámico

Se define la fuerza externa, para el cual el mecanismo trabaja, siendo esta el peso de la persona a ejercitarse. Para su determinación, se consideró la altura promedio de los hombres en Ecuador, la cual es 1.64 m de altura [8], con este valor y por medio del índice de masa corporal (IMC) de una persona de contextura “normal” se calcula el peso que es 568.7 N (58kg). Para la misma altura y por medio del IMC, para una persona “obesa tipo 1”, se calcula el peso que es 784 N (80kg).

Las fuerzas internas y el torque requerido del mecanismo se las encuentra al realizar los diagramas de cuerpo libre(DCL) y aplicando el método Newtoniano para encontrar las fuerzas y momentos. Como se muestran a continuación para los eslabones 2, 3 y 4.

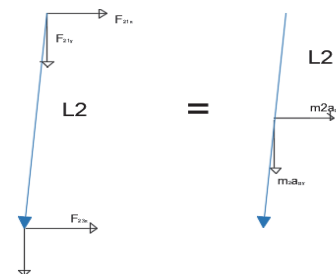


Fig 3. Diagramas de cuerpo libre y masa aceleración del eslabón 2

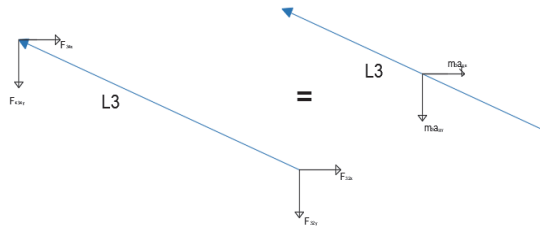


Fig 4. Diagramas de cuerpo libre y masa aceleración del eslabón 2

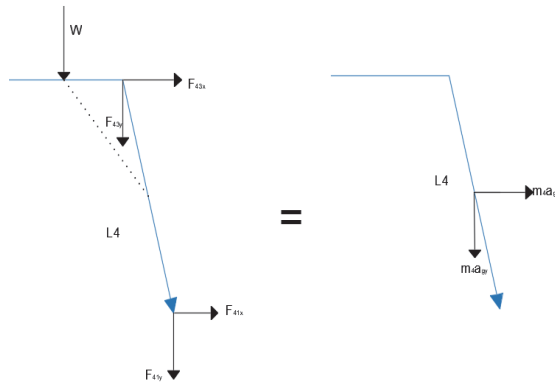


Fig 5. Diagramas de cuerpo libre y masa aceleración del eslabón 4

De los diagramas de cuerpo libre y masa aceleración para los eslabones 2, 3 y 4 se obtienen las siguientes ecuaciones dinámicas del movimiento:

$$F_{23x} + F_{21x} = m_2 a_{Gx} \quad (11)$$

$$F_{23y} + F_{21y} + W = m_2 a_{Gy} \quad (12)$$

$$r_{o2} x F_{23} + r_{o2} x F_{21} = I_{o2} \alpha_2 \quad (13)$$

$$F_{34x} + F_{32x} = m_3 a_{G3x} \quad (14)$$

$$F_{34y} + F_{32y} = m_3 a_{G3y} \quad (15)$$

$$r_{o3} x F_{34} + r_{o3} x F_{32} = I_{o3} \alpha_3 \quad (16)$$

$$F_{43x} + F_{41x} = m_4 a_{G4x} \quad (17)$$

$$F_{43y} + F_{41y} + W_4 = m_4 a_{G4y} \quad (18)$$

$$r_{o4} x F_{43} + r_{o4} x F_{41} + r_{W4} x W_4 = I_{o4} \alpha_4 \quad (19)$$

Por medio del Software Adams se realiza la simulación correspondiente de las fuerzas internas y del torque necesario para ejecutar el movimiento del mecanismo. La Fig. 6 muestra el modelado en Adams de la máquina de ejercitar.

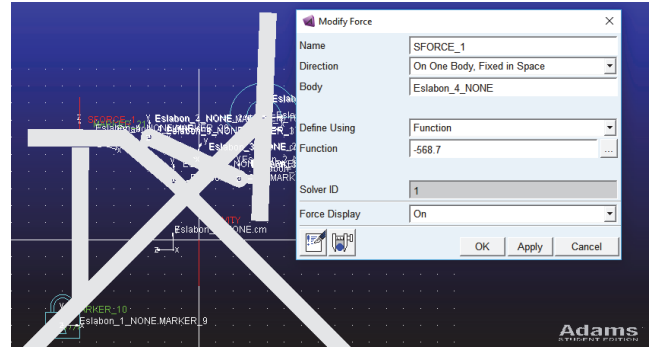


Fig 6. Modelado del mecanismo en Adams

Obtenido el torque de entrada, se dispone a encontrar las fuerzas que deberán ejercer las piernas (caso a).

$$Fp = \frac{T}{dp} \quad (20)$$

las fuerzas que deberán ejercer los brazos (caso b)

$$Fb = \frac{T}{db} \quad (21)$$

y extremidades combinadas (caso c), donde se supondrá que las piernas ejercerán dos veces la fuerza de los brazos  $Fp = 2Fb$  se realizará la suma de los torques.

$$dp \times Fp + db \times Fb = Tmax \quad (22)$$

Dónde:

dp: distancia desde las piernas con respecto al punto de entrada del eslabón 2

db: distancia de los brazos con respecto al punto de entrada del eslabón 2.

### III. RESULTADOS

#### Resultados del Análisis Cinemático

Las ecuaciones del movimiento. son ingresadas de acuerdo al método matricial cinetostático en Matlab, obteniendo como resultado la posición, velocidad y aceleración de los eslabones 3 y 4, para todo el rango de movimiento del mecanismo.

Como se muestra en las Figs. 7a y 8. para el momento de partida, es decir cuando  $\theta_2$  tiene un valor de  $247^\circ$  ( $4.311 \text{ rad}$ ) la posición del eslabón 3 y 4 son  $168.34^\circ$  ( $2.938 \text{ rad}$ ) y  $314.09^\circ$  ( $5.4819 \text{ rad}$ ) respectivamente.

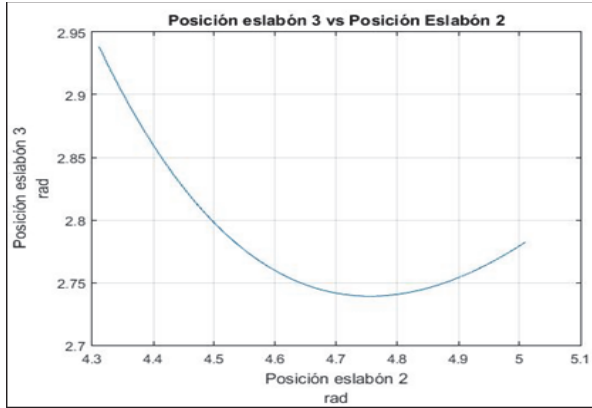


Fig. 7a. Posición Angular  $\theta_3$  vs.  $\theta_2$  en Matlab

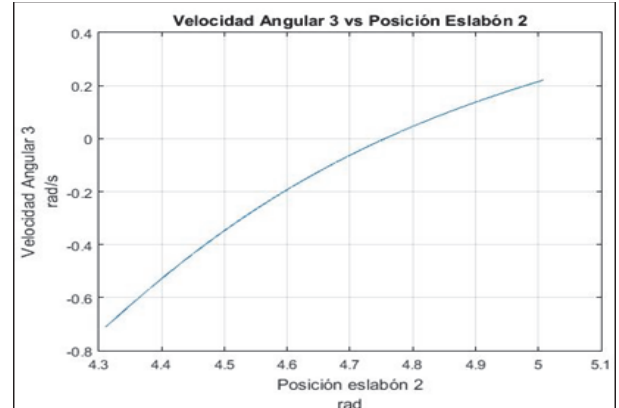


Fig. 9a. Velocidad angular  $\omega_3$  vs.  $\theta_2$  en Matlab

La Fig. 7b. generada en Adams nos muestra un comportamiento completamente similar para el eslabón 3, existiendo una diferencia por la coordenada de posición inicial del modelo en Adams, que pone el origen del marco de referencia en el inicio del eslabón respectivo.

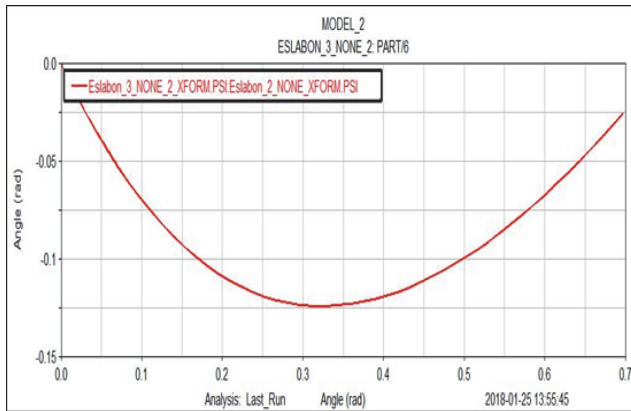


Fig. 7b. Posición angular  $\theta_3$  vs.  $\theta_2$  en Adams

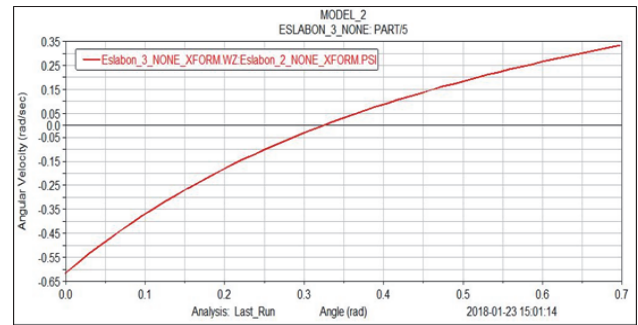


Fig. 9b. Velocidad angular  $\omega_3$  vs.  $\theta_2$  en Adams

Las velocidades angulares de estos eslabones con respecto a la velocidad angular constante del eslabón 2 que es de 0.698 rad/s en el momento de partida son de -0.7105 rad/s y -1.502 rad/s, mientras que en punto final del movimiento son de 0.2219 rad/s y -0.6891 rad/s.

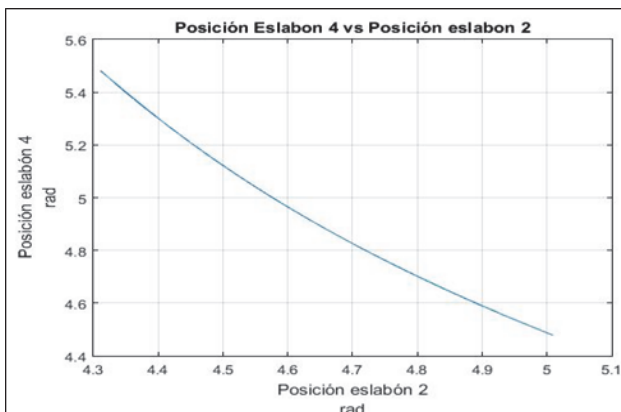


Fig. 8. Posición angular  $\theta_4$  vs.  $\theta_2$  en Matlab

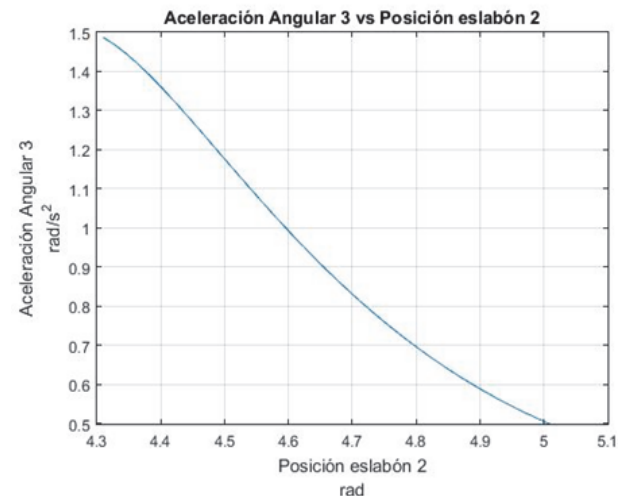


Fig. 10. Aceleración angular  $\alpha_3$  vs.  $\theta_2$  en Matlab

Para la posición final de mecanismo,  $\theta_2$  tiene un valor de  $287^\circ$  ( $5.0091 \text{ rad}$ ) la posición angular  $\theta_3$  y  $\theta_4$  son  $159.40^\circ$  ( $2.7821 \text{ rad}$ ) y  $256.55^\circ$  ( $4.4777 \text{ rad}$ ) respectivamente.

Las aceleraciones angulares de los eslabones 2, 3 y 4 son  $0 \text{ rad/s}^2$ ,  $1.486 \text{ rad/s}^2$  y  $0.499 \text{ rad/s}^2$ , respectivamente. Esto se da al momento inicial del movimiento.  
 Para el punto final del movimiento las aceleraciones calculadas son de  $0 \text{ rad/s}^2$ ,  $1.3175 \text{ rad/s}^2$  y  $0.3325 \text{ rad/s}^2$ .

Por otro lado, a pesar de que el software de Adams se utilizó para realizar el análisis dinámico, también nos brinda información cinemática, comparando las curvas cinemáticas obtenidas en Matlab y Adams podemos observar una muy buena concordancia en los resultados.

**Resultados del Análisis Dinámico**

Mediante el software Adams se obtuvieron las fuerzas internas de las juntas entre los eslabones del mecanismo y también el torque requerido en el punto de entrada. En la Fig. 11 se aprecian las denominaciones de cada una de las juntas para la máquina de ejercicios.

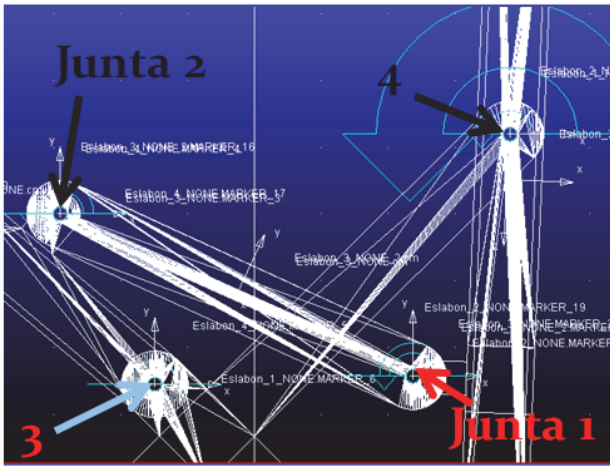


Fig. 11. Denominación de cada Junta de mecanismo Pony en ADAMS

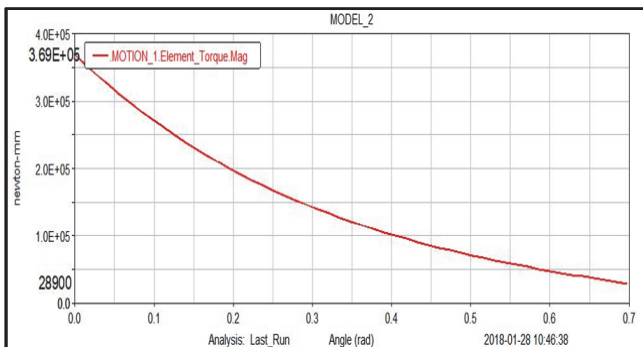


Figura 12. Torque como función del tiempo aplicado al movimiento.

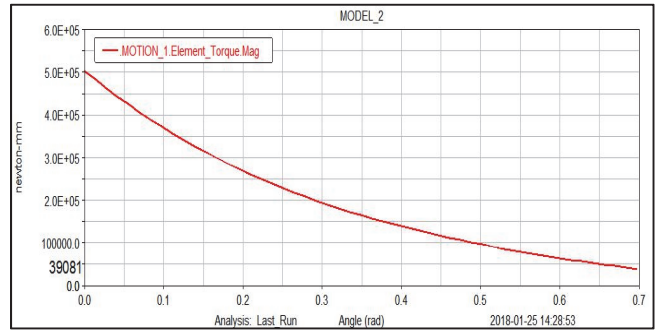


Figura 13. Torque como función del tiempo aplicado al movimiento

En la Fig. 12 se analizó, para el peso de 58 kgf, como varía el torque aplicado con respecto a la posición angular  $\theta_2$  de acuerdo con el modelo en Adams. Se obtuvo para el inicio y fin del movimiento un torque requerido de  $3.69 \times 10^5 \text{ (N mm)}$  y  $28900 \text{ (N mm)}$ , respectivamente. Igualmente, en la Fig. 13 para el peso de 80 kgf, se encontró que los torques máximo y mínimo para dicho peso son de  $5 \times 10^5 \text{ (N mm)}$  y  $39081 \text{ (N mm)}$ , respectivamente.

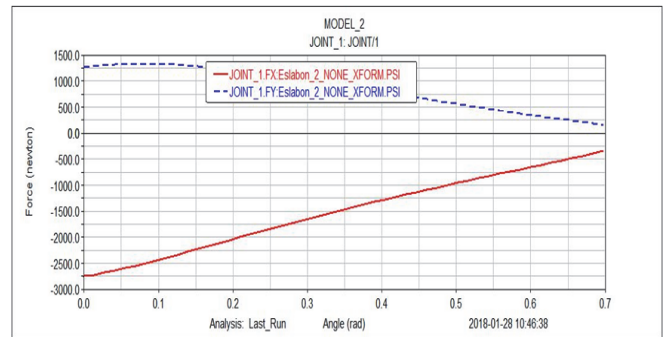


Fig. 14. Fuerza ejercida en la Junta 1

La tabla 1 contiene los valores de las fuerzas al inicio del movimiento para cada una de las juntas. Estos valores son obtenidos de las Figs. 14, 15, 16 y 17.

Tabla 1. Fuerzas en las juntas para el movimiento inicial.

Juntas	Fuerzas x	Fuerzas y
1	-2753 N	1279.2 N
2	-2753 N	1279.2 N
3	-1720 N	1411 N
4	-1722 N	706 N

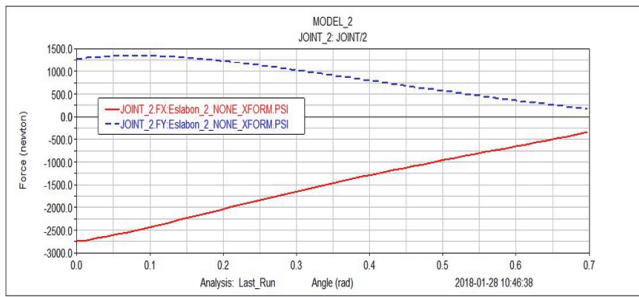


Fig. 15. Fuerza ejercida en la Junta 2

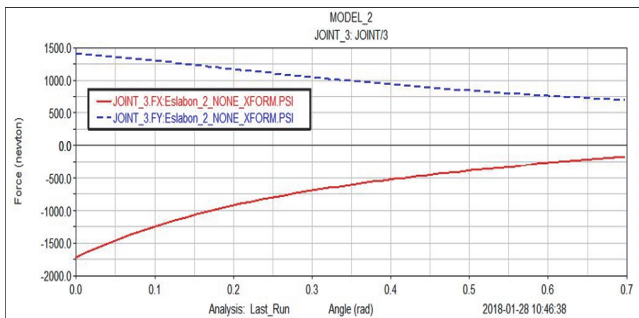


Fig. 16. Fuerza ejercida en la Junta 3

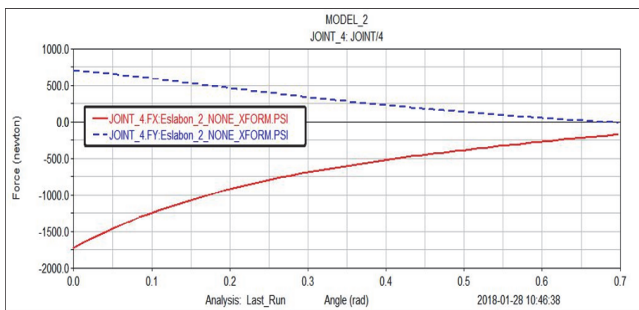


Fig. 17. Fuerza ejercida en la Junta 3

Las fuerzas que deberán aplicar los brazos y las piernas para los casos propuestos son mostradas en la Tabla 2:

Tabla 2. Fuerzas máximas y mínimas para cada caso

Caso	Peso de 58 (kg)		Peso de 80 (kg)	
	Fmáx (N)	Fmín (N)	Fmáx (N)	Fmín (N)
<b>a</b>	1640	128	2220	173,7
<b>b</b>	696,2	54,52	943,4	73,73
<b>c</b>	760,82	59,58	1030,9	80,57

#### IV. CONCLUSIONES

En este documento, se analizó el comportamiento cinemático y dinámico de un mecanismo de cuatro barras. Los resultados obtenidos, basados en modelos desarrollados en Adams y en Matlab, permiten comprobar que los resultados con bastante precisión, ya que el modelo analítico en Matlab y el modelo multicuerpo en Adams mostraron diferencias del orden del 2 al 10% en sus respuestas para las diferentes variables cinéticas del mecanismo de cuatro barras. Además, el torque real que se aplica a este tipo de mecanismos bajo diferentes fuerzas es bastante aproximado al obtenido en el modelo desarrollado en Adams.

Por lo tanto, ambos métodos de modelado, analítico en MatLab y orientado a objetos en MSC Adams, se pueden utilizar para analizar todo el ciclo de trabajo del mecanismo y realizar el diseño detallado de sus elementos mediante el análisis de esfuerzos. Además de poder determinar la potencia consumida durante la realización del ejercicio en esta máquina.

#### V: BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. Ramesh, S. Mestry, "A Comparative Study and Validation of Kinematic Analysis of Planar Four Bar Mechanism Using MSC Adams" Vol. 4, pp.786-787, 2016.
- [2] G. Alvi, S. Deshmukh, R. Wayzode, "Computer Aided Analysis of four bar Chain Mechanism" Vol. 2, pp.286-290, 2012.
- [3] A. Shala, R. Likaj, X. Bajrami, M. Qelaj, "Analysis of Kinematics and Kinetostatics of Four-Bar Linkage Mechanism based on given program" Vol. 6, pp. 403-408, 2017
- [4] S. Jian, "Analysis and Optimization of the Transmission Angle of Crank Rocker Mechanism" pp.155-157, 2015.
- [5] I. Khemili, L. Romdhane, "Dynamic analysis of a flexible slider-crank mechanism with clearance" Vol. 27, pp.882-898, 2008.
- [6] J. García "Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems" Springer-Verlag, New York, Inc. Secaucus, NJ, USA, 1994
- [7] J. Carbrea, A. Simon, M. Prado "Optimal synthesis of mechanism with GA, Mechanism & Machine Theory" Vol.37, pp 1165-1177, 2002.
- [8] El Telégrafo "La estatura de los ecuatorianos se incrementó en cuatro décadas" <http://www.eltelegrafo.com.ec/noticias/sociedad/4/la-estatura-de-los-ecuatorianos-se-incremento-en-cuatro-decadas>
- [9] LACAR Ingeniería, "Juegos Biosaludables Pony ". <http://www.forjasestilo.es/images/pdf/catalogo-parques-biosaludables.pdf>