

# Un Enfoque Innovador para la Enseñanza del Cálculo

Eliud Quintero, PhD<sup>1</sup>, Patricia Salinas, PhD<sup>2</sup>, Xavier Sánchez, Ing.<sup>3</sup>, Carlos Hernández, MTI<sup>4</sup>  
<sup>1</sup>Tecnológico de Monterrey, México, eliudquintero@itesm.mx  
<sup>2</sup>Tecnológico de Monterrey, México, npsalinas@itesm.mx

## Abstract–

*En los niveles medio y superior, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas usualmente carecen de relación con la realidad diaria. Los estudiantes experimentan el aprendizaje de las matemáticas como una rigurosa rutina para resolver ejercicios, la mayoría de las veces, con un tratamiento algebraico. La ausencia de significado cuando enseñamos, ha hecho de las matemáticas algo fuera de nuestro mundo. Las matemáticas en el salón de clase no son por tanto una materia interesante, y de hecho, la idea que dejamos de ellas en los estudiantes no es justa. ¿Será posible cambiar esto? Nuestro argumento de hoy en día, es que con las tecnologías digitales emergentes podemos concebir una nueva manera de percibir el aprendizaje de las matemáticas.*

*Estamos interesados en la conceptualización de una estrategia didáctica que incluya tecnología para la interacción de los estudiantes con el conocimiento matemático. Reconocer a la tecnología como un instrumento (y no como una herramienta), debe incluir la promoción de un proceso de pensamiento para aprender a través de la interacción con la tecnología. El conocimiento matemático está ahora disponible a través de los medios digitales. Hoy tenemos la oportunidad de hacer a la matemática una ciencia visual y tangible a la que los estudiantes pueden acceder usando el tipo de recursos con los que cuentan diariamente. Pretendemos traer un nuevo significado de la interacción de los estudiantes con la matemática, uno que ellos puedan apreciar mejor.*

*Como grupo, estamos comprometidos con la promoción de habilidades cognitivas no presentes en el currículum como algo a ser aprendido. Hablamos de habilidades básicas para entender la matemáticas como una forma de pensar el mundo, y útiles en el proceso de solución de problemas. Estas habilidades exceden la representación algebraica de las matemáticas.*

*Keywords—innovación educativa, tecnología digital, visual, gestual, Cálculo.*

## I. PERSPECTIVA DE APRENDIZAJE

Formamos parte de un grupo de investigación educativa que reconoce que la manera en la que concebimos las matemáticas influye en la forma en la que las enseñamos. El currículum matemático muestra una teoría organizada que enfatiza un punto de vista estático de la ciencia. Para trabajar este contenido, los estudiantes deben seguir definiciones, procedimientos, teoremas y resultados; mucho de esto trabajado de manera algebraica. La *comunicación* con la matemática ocurre a través de la escritura. Prueba de ello, es la cantidad de ejercicios listados en la parte final de cada capítulo de un libro de texto. Estos ejercicios, realizados con papel y lápiz han sido hasta hoy la manera común de certificar el aprendizaje.

En la actualidad, esta comunicación podría ser distinta por los medios tecnológicos. Ante una expresión

algebraica el software especializado ofrece una imagen gráfica como respuesta. La imagen global de una curva está disponible para nuestra percepción visual instantáneamente. Una vez que la conocemos, es posible enfatizar la descripción, el análisis o la interpretación de un fenómeno que puede estar representando. La manipulación gráfica también está disponible a través de la tecnología digital dinámica, que permite una visualización e interacción que antes no era posible.

Con la intención de profundizar en el impacto de estas nuevas tecnologías en el aprendizaje de las matemáticas, hemos adoptado una perspectiva sociocultural. Esto nos permite analizar la tecnología como un elemento social que contribuye a la promoción del proceso cognitivo.

En particular, en relación con la Educación Matemática, apoyamos nuestro trabajo en el marco que Moreno – Armella propone para analizar la evolución de las representaciones matemáticas a través de las tecnologías dinámicas digitales [4-7]. Un concepto clave en este marco es la *co-acción*, un fenómeno que describe la interacción dinámica entre el usuario y el ambiente digital. Este fenómeno posibilita la *ejecutabilidad* entre distintas representaciones, un manejo fluido entre ellas es reconocido como una fuente de dificultades de aprendizaje [8-9].

Estamos utilizando el marco conceptual de Donald [1] y Wertsch [2], para fundamentar de manera general la integración de la tecnología dinámica digital a la educación y para interpretar la manera en la que afecta nuestra cognición. También hemos adoptado la perspectiva ecológica de Gibson [3] para apoyar el diseño de productos que consideran la reciprocidad perceptor – ambiente.

A continuación presentamos algunos proyectos que hemos desarrollado con la principal intención de ofrecer un acceso global al conocimiento matemático. Como podrá notarse, la visualización y la interacción gestual son dos principales características que estos productos pretenden enfatizar.

### A. La aplicación de Realidad Aumentada

Hemos incidido en algunos tópicos en los cuales un proceso de percepción visual desarrolla simulaciones de Realidad Aumentada de 2 a 3 dimensiones, y viceversa. Un elemento clave es la introducción de simulaciones de Realidad Aumentada acompañadas de un video corto, inmerso en el ambiente, durante la interacción con la aplicación [10-11]. La Fig. 1 presenta una imagen de la aplicación de Realidad Aumentada, así como de la interacción de los estudiantes con ella.



Fig. 1. Interfaz de la aplicación y estudiantes interactuando.

### B. iNoteBooks

Con el *iNoteBooks* proponemos un producto didáctico que usa la capacidad gestual que el *iPad* permite actualmente. El *iNoteBooks* fue diseñado para ofrecer a los estudiantes una alternativa para revisar conocimientos de álgebra y aritmética en una forma dinámica y gestual. Proponemos actividades matemáticas guiadas que promueven la transición entre el pensamiento algebraico y aritmético. Consideramos que esto es posible a través del reconocimiento de un patrón de comportamiento enfatizado por el diseño del ambiente. En el ambiente se incluye una calculadora especial, que hemos diseñado para resolver dificultades que los estudiantes muestran cuando enfrentan tareas aritméticas. En la Fig. 2 presentamos dos imágenes con elementos particulares del *iNoteBook*.

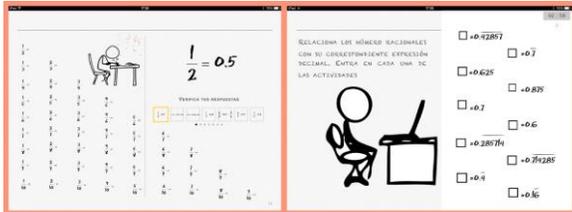


Fig. 2. *iNoteBooks* y algunas de sus características.

### C. El juego de los peces “Fishgame”

La aplicación “*Fishgame*” ofrece la oportunidad de jugar y aprender acerca de la modelación de situaciones reales relacionados con la sustentabilidad en ambientes con recursos naturales. Se trata de una versión de *iPad* del juego de peces del Instituto Cloud para la Sustentabilidad en la Educación. Estamos actualmente desarrollando una versión web interactiva, la cual requiere un servidor que recibe y procesa información sobre la decisión tomada por cada estudiante en tiempo real. Lo que los estudiantes obtienen como respuesta en sus *iPads* es un conjunto de representaciones gráficas que modelan la situación actual de los recursos disponibles, basada en sus decisiones previas.

Nuestro objetivo es que a través de la experiencia en los diferentes niveles del juego, los estudiantes mejoren sus habilidades para interpretar información matemática. Esta información está relacionada con las nociones de razón de cambio y acumulación del cambio (derivada e integral) en el aprendizaje del Cálculo. Al mismo tiempo, damos a los estudiantes oportunidad de reflexionar sobre las implicaciones éticas reales acerca de la sustentabilidad. En la Fig. 3 se

muestra una imagen de la interfaz de la aplicación del juego y la interacción que se tiene desarrollada hasta el momento.



Fig. 3. Interfaz de la aplicación del juego de los peces.

## II. REFLEXIÓN

El aprendizaje de las matemáticas se ha enfocado tradicionalmente en su representación algebraica. El día de hoy la tecnología ofrece recursos para la incorporación de otras representaciones matemáticas, así como una forma sustancialmente distinta de interactuar con ellas. Un diseño didáctico que integre estos recursos debe tomarse como materia de investigación; más ahora que la tecnología digital es parte de nuestro medio cotidiano. Podemos crear nuevos ambientes de aprendizaje para los estudiantes. Las posibilidades tecnológicas actuales nos ofrecen una oportunidad para hacer de la matemática una ciencia visual y tangible a la que los estudiantes pueden acceder a través de los dispositivos que emplean cotidianamente. Lograrlo con éxito debe ser un fruto de la investigación educativa.

## REFERENCES

- [1] Donald, M., *A mind so rare: The evolution of human consciousness*, Nueva York: W. W. Norton & Company, 2002.
- [2] Wertsch, J. V., *Mind as action*, New York: Oxford University Press, 1998.
- [3] Gibson, J., *The ecological approach to visual perception*, London: Lawrence Erlbaum Associates, 1986.
- [4] Moreno-Armella, L., y Hegedus, S., “Co-action with digital technologies”, *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, vol. 41, no. 4, pp. 505–519, 2009.
- [5] Moreno-Armella, L., Hegedus, S., y Kapat, J., “From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives”, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 68, no. 2, pp. 99–111, 2008.
- [6] Moreno-Armella, L., y Sriraman, B., “Symbols and mediation in mathematics education”, en *Theories of Mathematics Education: Advances in Mathematics Education*, B. Sriraman y L. English, Eds.: Springer Berlin Heidelberg, 2010, pp. 213–232.
- [7] Moreno-Armella, L., y Sriraman, B., “The articulation of symbol and mediation in mathematics education”, *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, vol. 37, no. 6, pp. 476–486, 2005.
- [8] Duval, R., “A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics”, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 61, no. 1-2, pp. 103–131, 2006.
- [9] Duval, R., “A crucial issue in mathematics education : The ability to change representation register”, *Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education*. Ed. M. Niss, pp. 1–17, 2008 [Denmark: IMFUFA].
- [10] Salinas, P., González-Mendivil, E., Quintero, E., Ríos, H., Ramírez, H., y Morales, S., “The development of a didactic prototype for the learning of mathematics through augmented reality”, *Procedia Computer Science*, vol. 25, no. 81, pp. 62–70, 2013.
- [11] Salinas, P., Quintero, E., y González-Mendivil, E., “Fostering visualization for the learning of Calculus through Augmented Reality”, *INTED2015 Proceedings*, pp. 5039–5046, 2015 [Madrid, Spain: IATED].