*Eleventh LACCEI Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI'2013)* "Innovation in Engineering, Technology and Education for Competitiveness and Prosperity" August 14 - 16, 2013 Cancun, Mexico.

# Evaluación de la fusión de imágenes satelitales usando la Transformada rápida de wavelet haar y counturlet

# Rubén Javier Medina Daza<sup>.1-2</sup>

Universidad Distrital Francisco José Caldas, Bogotá D.C., Colombia, rmedina@udistrital.edu.co

## Luis Joyanes Aguilar<sup>2</sup>

Universidad Pontificia de Salamanca, Madrid, España, luis.joyanes@upsam.net

# Carlos Pinilla Ruiz<sup>3</sup>

Universidad de Jaén. Jaén, España, cpinilla@ujaen.es

# Oscar Ardila<sup>1</sup>

Universidad Distrital Francisco José Caldas, Bogotá D.C., Colombia, ojardip@correo.udistrital.edu.co

# Fernando Pineda<sup>1</sup>

Universidad Distrital Francisco José Caldas, Bogotá D.C., Colombia, wfpinedar@correo.udistrital.edu.co

#### ABSTRACT

This paper aims to show an outline of contourlet and wavelet transforms, the main characteristics of them and subsequently exposed methodological form that was used in the development of experimental procedures were performed, finally presents the results obtained with the application of method of image fusion technique using satellite ARSIS for contourlet and fast transform wavelet Haar (FHWT).

Keywords: contourlet, wavelet haar, fusión, imágenes satelitales.

#### RESUMEN

Este trabajo pretende mostrar un esbozo de las transformadas contourlet y wavelet, las principales características de las mismas y posteriormente se expone la forma metodológica que se utilizó en el desarrollo de procedimientos experimentales que se realizaron, para finalizar se presentan los resultados obtenidos con la aplicación del método de fusión de imagen satelital usando la técnica ARSIS para las transformadas contourlet y rápida de Wavele Haar (TRWH).

Palabras claves: contourlet, wavelet haar, fusión, imágenes satelitales.

## 1. INTRODUCCIÓN

El principal objetivo de las técnicas digitales es procesar una imagen de forma que resulte más adecuada que la original para una aplicación específica. La fusión de datos en un marco formal permite la combinación y utilización de datos procedentes de fuentes diferentes. La idea es obtener información de mayor calidad, la definición exacta de "mayor calidad" dependerá de la aplicación (Alparone et al., 2007). Las técnicas de fusión de alta resolución PAN y el color de imágenes de baja resolución MS para producir una nueva imagen de alta resolución

de MS (Riyahi et al., 2009). La fusión de imágenes es una respuesta a la frecuente necesidad de tener en una sola imagen datos de alta resolución espectral y espacial a partir de imágenes multiespectrales y pancromáticas de diferente resolución espacial y diferentes sensores remotos. La fusión permite obtener información detallada sobre el medio ambiente urbano y rural, útil para una aplicación especifica en estudio (Wald, 1999). Los procedimientos convencionales de fusión de imágenes están basados en diferentes técnicas, tales como la transformación RGB a IHS, la transformada de Brovey, Componentes principales, entre otros. Estos métodos no son completamente satisfactorios debido a que degradan la información espectral. En los últimos años se ha empezado a experimentar un procedimiento que usa la transformada de Wavelet en dos dimensiones la cual conserva en gran medida la riqueza espectral de las imágenes originales. (Nuñez et al., 1999). El objetivo principal de este artículo es evaluar la eficiencia de la transformada de wavelet para fusionar una imagen miltiespectral Ikonos con una imagen pancromática Ikonos, usando la implementación y generación de una nueva imagen fusionada con Transformada rápida de wavelet haar (TRWH) (Medina et la., 2012) con la transformada de Counturlet. Finalmente, se exponen los resultados de la fusión de imágenes usando FTWH, comparándolas con la transformada de Counturlet usando el toolbox de Wavelet y el toolbox de procesamiento digital de imágenes en MatLab (Misiti et al., 2001). Se presentan cuatro resultados correspondientes a las evaluaciones realizadas, el primero un resultado matemático – estadístico (Correlación espacial y espectral de las imágenes originales con las fusionada), la segunda el índice RASE, índice ERGAS espacial y espectral y el índice de calidad Universal. La evaluación

### 2. TRANSFORMADA DE CONTOURLET

La transformada de Contourlet se da como una construcción a partir de procesos en el procesamiento de señales, y como toda imagen puede ser considerada como una señal, es comprensible que el uso de estos procesos se extienda para ser aplicado en las imágenes satelitales. Ahora bien tomando estos procesos y viendo que el análisis con la transformada de wavelet es bueno en el sentido de la detección de discontinuidades puntuales, pero no capturan bien la geometría de los contornos, a esto esta asociado un efecto muy notable en la fusión de imágenes usando la transformada de wavelet y es que se presenta un efecto denominado diente de sierra, con lo cual se hace necesario algo que evite este efecto que tienen la transformada de wavelet y se da paso al nacimiento de la transformada de contourlet.

El objetivo principal de la transformada de contourlet (Minh, 2003) es la realización de una expansión dispersa de las imágenes típicas que son suaves por partes pero que están lejos de ser contornos totalmente suaves. La mejora mas notable que se presenta por parte de la transformada contourlet con respecto de la wavelet esta relacionada con el hecho de su correspondiente direccionalidad y la captura de los contornos de las imágenes.Contourlet aparece entonces como una nueva opción que mejora a las wavelets con lo relacionado a los aspectos comentados anteriormente. La transformación de contourlet resultante tiene las propiedades de multiescala y tiempo, frecuencia y localización propias de la wavelet, pero adicional a eso, esta nueva transformación ofrece nuevas propiedades interesantes como son el alto grado de direccionalidad y anisotropía. En forma mas sencilla se quiere expresar que las trasformaciones de contourlet implican funciones de base que están orientadas en cualquier potencia de dos del numero de direcciones y con relaciones de aspecto flexibles. (Minh, 2003) Este hecho implica que haciendo uso de un buen conjunto de funciones base la transformada de contourlet puede representar un contorno suave, haciendo uso de un número mucho menor que el empleado por la transformada de wavelet y sumado a esto eliminando el efecto de diente de sierra que ya es conocido en las experiencias con la wavelet, una idea de la representación grafica de esto es posible de ver en la Figura 1.



Figura 1.Wavelet y Contourlet

La ilustración muestra cómo wavelets con soportes cuadrados que sólo puede capturar discontinuidades puntuales, mientras que contourlets tiene soportes alargados que puede capturar segmentos lineales de curvas y así efectivamente puede representar un contorno suave con un menor número de coeficientes.

### 2.1 CONSTRUCCIÓN DE LA TRANSFORMADA DE CONTOURLET

La construcción de *la transformada de contourlet* se hace posible por medio de algunos procedimientos previos que proporcionan la secuencia para generar lo que posteriormente se verá en los experimentos como la aplicación de la transformada de contourlet. A continuación se expone de forma muy somera la teoría sobre estos procedimientos, esto se hace porque no es el objetivo de este artículo exponer estos temas en profundidad.

### 2.2 DESCOMPOSICIÓN MULTIESCALA (PIRÁMIDES LAPLACIANAS)

El propósito de la construcción de las Pirámides Laplacianas (PL) es la generación de una imagen reducida G1, pero que s su vez sirva de predictor para valores de los pixeles de la imagen original G0 (Peter, 1983). De esta forma se puede realizar la operación para obtener una imagen o representación comprimida de la original, y codificar la *imagen diferencia* que es el resultado de restar la *imagen comprimida* de la original, de esta forma la imagen se convierte en el nivel inferior de la pirámide de Laplace y de esta forma se puede continuar hasta el nivel limite que es cuando la imagen superior no puede generar una última imagen comprimida porque la perdida de información seria absoluta dado que no se podría reconstruir la imagen superior al no haber una imagen diferencia. En conclusión la descomposición por PL en cada paso genera una muestra en paso-bajo de la versión original y la diferencia entre la imagen original y la predicción, resultando de todo esto una imagen pasa-banda (Figura 2). Este procedimiento es el que hace posible el análisis multiescala en el proceso de la transformada de contourlet.



Figura 2. Esquema de Pirámides Laplacianas.

11<sup>th</sup> Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology

August 14-16, 2013

En la Figura 2 cabe resaltar en la parte (a) las salidas son una aproximación c y d una diferencia entre la señal original y la predicción. Y la parte (b) El esquema propuesto para la reconstrucción de la pirámide Laplaciana. Usando la descomposición direccional es fácil realizar un cambio en el análisis de las frecuencias, es decir, pasar de una estructura en forma de árbol a una estructura en paralelo de canales, con filtros equivalentes y matrices de muestreo.

#### 2.3 COMBINACIÓN DE LAS DESCOMPOSICIONES MULTIESCALA Y MULTIDIRECCIONAL

En los dos apartados anteriores se vio el tema de las reconstrucciones multiescala y multidirección, y se esbozo la forma en que estas se conciben. Ahora se tratara lo concerniente a la manifestación que se presenta de combinar estas dos en lo que más adelante se llamara el banco de filtros direccional piramidal o PDFB por sus siglas en ingles. Recordando que los *bancos de filtros direccionales* DFB están diseñados para capturar los componentes de altas frecuencias de las imágenes (los cuales generalmente representan direccionalidad). por este motivo los componentes de baja frecuencia en las imágenes se encuentran fuera del alcance al usar los DFB, este hecho genera una deficiencia si solo se usaran los DFB, por esta razón se hace necesario implementar junto con los DFB el esquema de la multi-resolución. El procedimiento de las LP hace posible que a su productos, es decir a las pasabandas pueda ser usada para el DFB, lo que genera que la información direccional presente en las imágenes sea diferenciable de una forma más eficiente. Este proceso se puede repetir varias veces haciendo que el resultado final sea una estructura doble iterada de filtros (Minh, 2003), esto comúnmente se denomina Pyramidal Directional Filter Bank (PDFB). Este procedimiento o esquema es mucho más flexible que los dos anteriores por separado, proporcionando un numero diferente de direcciones en cada escala y de esta forma generando un análisis mejor, una representación gráfica de esta combinación se puede ver en la Figura 3.



Figura 3. (a) Diagrama de bloques. (b)Diagrama combinación multiescala, multidirección.

En la Figura 3 también se puede destacar que se presenta un Banco de filtro direccional piramidal. En la imagen (a) se observa un diagrama de bloques. En primer lugar, una descomposición multiescala donde el canal de paso bajo se sub-muestra mientras que el paso alto no. Entonces, una descomposición direccional con un DFB se aplica a cada canal de paso alto. Posteriormente en la imagen (b) una división de frecuencia resultante, donde se incrementa el número de direcciones con frecuencia.

## 3. MÉTODO DE LA FUSIÓN USANDO LA TRANSFORMADA WAVELET HAAR Y COUNTURLET

Para el proceso de fusión usando la transformada de Wavelet Haar y la transformada contourlet se realizaron las siguientes operaciones:Tomando la descomposición de la transformada Contourlet ,se extrae la banda L para generar una nueva Intensidad:



Figura 4: Cálculo de nueva intensidad

En la figura 4 La nueva intensidad se calcula aplicando la transformada rápida de Wavelet Haar sobre una imágen pancromática (contourlet) y una multiespectral, luego se fusionan y con la transformada inversa de Wavelet Haar se obtiene la imagen que llamaremos "nueva intensidad".



Figura 5: Proceso de cálculo de la transformada rápida de Wavelet Haar.

El "Concepto ARSIS" (Accroissement de la Résolution Spatiale par Injection de Structures; incremento de la resolución por inyección de estructuras) es un método que utiliza la información de mayor resolución espacial para "inyectarla", estrategia para la fusión de imágenes multiespectrales con imágenes pancromáticas (Mangolini, 1994), condiciones básicas del concepto ARSIS:

Debe existir una similitud entre estructuras fisiográficas observadas en las bandas espectrales, sin que esto suponga que hay un recubrimiento entre bandas ni que los coeficientes de correlación entre las imágenes sean elevados. Con base en la nueva intensidad calculada se usa el concepto ARSIS, para insertar como parámetro en el algoritmo de Wavelet Haar y así obtener una imagen RGB. Después de aplicar la fusión se puede observar el resultado de la imagen fusionada a través de los dos algoritmos.



Figura 6: Izquierda: Imagen fusionada RGB Obtenida usando la TRWH. Derecha: Imagen fusionada RGB Obtenida usando la Transformada de Counturlet.

### 4. EVALUACIÓN DE LA CALIDAD DE LAS IMÁGENES FUSIONADAS

Para la evaluación y análisis de los resultados de las imágenes combinadas obtenidos por los dos métodos mencionados anteriormente, se consideraron cinco métodos descritos a continuación:

#### 4.1 MÉTODO MATEMÁTICO-ESTADÍSTICO

Para cualificar el comportamiento de los métodos estándar de fusión de imágenes con el proceso basado en Wavelet 2D, calculamos la correlación entre las diferentes imágenes fusionadas y la imagen multiespectral original, para obtener un índice de conservación de la resolución espectral. Para analizar la conservación de la resolución espacial se obtienen las correlaciones de las diferentes imágenes fusionadas con los diferentes procesos y la Imagen Pancromática.

$$corr(A/B) = \frac{\sum_{j=1}^{npix} \left(A_j - \bar{A}\right) \left(B_j - \bar{B}\right)}{\sqrt{\sum_{j=1}^{npix} \left(A_j - \bar{A}\right) \sum_{j=1}^{npix} \left(B_j - \bar{B}\right)}}$$
(1)

Donde  $\overline{A}$  y  $\overline{B}$  son los valores media de las imágenes correspondientes, corr(A/B) se llama coeficiente de correlación y varía entre -1 y +1. Se usan los signos + y - para las correlaciones positivas y negativas, respectivamente. Nótese que corr(A/B) es una cantidad adimensional, es decir no depende de las unidades empleadas (Chuvieco, 2008) (Murray, 1999) (Medina, et al., 2010)(Salem et al., 2010).

#### 4.2 ÍNDICE ERGAS (ERREUR RELATIVE GLOBALE ADIMENSIONALLEDE SYNTHÈSE).

La evaluación de la calidad de las imágenes fusionadas se ha llevado a cabo mediante los índices ERGAS espectral y espacial. La definición ERGAS espectral (Erreur Relative Globale Adimensionallede Synthèse) (Wald, 2002) viene dada por la ecuación:

$$ERGAS_{Espectral} = 100 \frac{h}{l} \sqrt{\frac{1}{N_{Bandas}} \sum_{i=1}^{N_{Bandas}} \left[\frac{(RMSE_{Espectral}(Banda^{i}))^{2}}{(MULTI^{i})^{2}}\right]}$$
(2)

Donde  $h \neq l$  representan la resolución espacial de las imágenes *PAN* y *MULTI*;  $N_{Bandas}$  es el número de bandas de la imagen fusionada; *MULTI*<sup>*i*</sup> es el valor de la radiancia e la *i*-*ésima* banda de imagen *MULTI* [WALD00] y *RMSE*<sub>Espectral</sub> será definida como sigue:

$$RMSE_{Espectral}(Banda^{i}) = \frac{1}{NP} \sqrt{\sum_{i=1}^{NP} (MULTI^{i}(j) - FUS^{i}(j))^{2}}$$
(3)

Siendo *NP* el número de píxeles de la imagen FUS'(x, y).

Se propone otro índice, denominado  $ERGAS_{Espacial}$  que está inspirado en el anterior (Lillo-Saavedra et al,2005). El objetivo es evaluar la calidad espacial de etas imágenes, por lo que se define como:

$$ERGAS_{Espacial} = 100 \frac{h}{l} \sqrt{\frac{1}{N_{Bandas}} \sum_{i=1}^{N_{Bandas}} \left[\frac{(RMSE_{Espacial}(Banda^{i}))^{2}}{(PAN^{i})^{2}}\right]}$$
(4)

Donde h es la resolución de alta resolución especial (imagen pancromática) y l es la baja resolución espectral (imagen multiespectral) (Wald, 2000).

Finalmente  $RMSE_{Espacial}$  ha sido definido como:

$$RMSE_{Espacial}(Banda^{i}) = \frac{1}{NP} \sqrt{\sum_{i=1}^{NP} (PAN^{i}(j) - FUS^{i}(j))^{2}}$$
(5)

#### 4.3 ÍNDICE RASE (RELATIVE AVERGE SPECTRAL ERROR).

Mejor cuanto más bajo

$$RASE = \frac{100}{M} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \left( RMSE(Banda_i) \right)^2}$$
(6)

Donde M es la radiancia media de todas las bandas originales, N el número de bandas fusionadas. (Ranchin y Wald, 2000)

#### 4.4 ÍNDICE DE CALIDAD Q.

Este modelo de índice de calidad identifica cualquier distorsión como una combinación de tres factores: perdida de correlación distorsión de luminancia y contraste de distorsión (Zhou et al., 2002). Para entender esto volvemos a escribir la definición de Q que es un producto de tres componentes:

$$Q = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \cdot \frac{2\overline{x} \,\overline{y}}{\left(\overline{x}\right)^2 + \left(\overline{y}\right)^2} \cdot \frac{2\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_x^2} \tag{7}$$

El primer componente es el coeficiente de correlación entre  $x ext{ y } y$ , que mide el grado de correlación lineal entre  $x ext{ y } y$ , y su rango dinámico es [-1,1]. El mejor valor 1 se obtiene cuando  $y_i = ax_i + b$  para  $i = 1, 2, \dots, N$ , donde  $a ext{ y } b$  son constantes y a > 0. Incluso es  $x ext{ y } y$  son relacionados linealmente, que aún puede haber distorsiones relativas entre ellos, que son evaluadas en los dos componentes que son evaluados en el segundo y tercer componente. El segundo componente, con un rango de valores de [0,1], mide que tanto de la media de la luminancia es entre  $x ext{ y } y$ . Es igual a 1 si y sólo si  $\overline{x} = \overline{y}$ .  $\sigma_x ext{ y } \sigma_y$  puede ser visto como estimación de la diferencia de  $x ext{ y } y$ , por lo que el tercer componente mide la similitud de los contrastes de las imágenes. El rango de valores también es [0,1], donde el mejor valor es 1 y se logra si y sólo si  $\sigma_x = \sigma_y$ .

Cancun, Mexico

# 5. RESULTADOS

En la tabla 1 se muestra la correlación de las bandas de la imagen multiespectral original con las bandas de las imágenes fusionadas con TRWH y la imagen fusionada obtenida con la Transformada de Contourlet.

#### Tabla 1. La comparación cuantitativa, a través de la correlación de la resolución espectral de la imagen fusionada TRWH obtenida en Matlab y la Transformada de Countorlet con respecto a las imagen original RGB.

Correlación (Resolución espectral con la imagen fusionada generada con TRWH y con Counturlet)						
Imágenes	R	G	В			
RGB/TRWH	0.8967	0.8760	0.9092			
RGB/Counturlet	0.8426	0.7430	0.8630			

En la tabla 2 se analiza la correlación espectral entre imagen pancromática original con las bandas imágenes fusionadas con TRWH y la imagen fusionada obtenida con la Transformada de Contourlet.

#### Tabla 2. La comparación cuantitativa, a través de la correlación espacial de imagen fusionada TRWH obtenida en Matlab y la imagen fusionada usando la Transformada de Counturlet con la imagen original pancromática.

Correlación (Resolución espacial con la imagen fusionada generada con TRWH y con						
Counturlet)						
Imágenes	R	G	В			
PAN/TRWH	0.59483	0.66692	0.53782			
PAN/Counturlet	0.66138	0.73411	0.59848			

### Tabla 3: Evaluación de la calidad de las imágenes fusionadas con los Índices RASE, ERGAS y Calidad Universal Q.

FUSIÓN DE IMÁGENES POR:	RASE	ERGAS Espectral	ERGAS Espacial	Q
TRWH	34,95%	8,738	13.99	0,893
Counturlet	43,07%	10,76	13.25	0,838

## CONCLUSIONES

Los estudios anteriores habían demostrado que los métodos de fusión de imágenes basados en la transformada de Wavelet son más adecuados para la fusión de imágenes que los métodos convencionales (Nuñez, 1999) (Medina et al., 2010) (Medina et al., 2011) (Medina et al., 2012). El método presentado en este artículo basado FHTW, permite obtener mejores resultados con respecto a la resolución espectral que la transformada de Contourlets. El método TRWH consiste en transformar la composición RGB a IHS, de la Intensidad se extrae los coeficientes A2i, estos coeficientes contienen la riqueza espectral extraída de la imagen multiespectral de baja resolución, combinando estos coeficientes de aproximación con los coeficientes de detalle H2p, V2p, D2p, H1p, V1p y D1p

Cancun, Mexico

de la imagen pancromática que contiene la riqueza espacial, se genera la nueva intensidad NI, se transforma N-IHS a N-RGB de esta manera se genera la imagen fusionada. Este método TRWH es capaz de mejorar la calidad espectral en mayor medida que la transformada de Contourlet. En este estudio la TRWH y la Transformada de Contourlet se implemento en el software Matlab, con una imagen Ikonos multiespectral de 4 metros de resolución espacial y una imagen pancromática de 1 metro de resolución espacial del parque Simón Bolívar de la ciudad de Bogotá (Colombia). Con el fin de validar los resultados obtenidos, la imagen fusionada por los dos métodos aquí propuesto TRWH y la transformada de Contourlet, se compararon a través de cuatro indicadores diferentes. El primer indicador, el coeficiente de correlación de las imágenes fusionadas con las imágenes originales; el segundo indicador, índice de ERGAS espacial y espectral, índice RASE y el ultimo índice de calidad Universal Q. En los cuatro indicadores: correlación espectral, índice de ERGAS espectral, RASE y Calidad Universal Q, la FHTW presenta los mejores resultados, conserva la resolución espectral de la imagen original multiespectral. El método FHTW se puede considerar como una mejora en la IHS en el sentido que la intensidad no está sustituida totalmente por la imagen pancromática, pero la alta resolución de la imagen pancromática se incluye en la intensidad mediante la sustitución de los coeficientes wavelet de la imagen pancromática a la intensidad. Los resultados de las imágenes fusionadas con respecto a la resolución espacial es mejor cuando se genera la imagen fusionada usando la Transformada Contourlet.

## REFERENCIAS

- Alparone L., Wald L., Chanussot J, Thomas C., Gamba P, Bruce L., (2007). "Comparison of Pansharpening Algorithms: Outcome of the 2006 GRS-S Data Fusion Contest", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*.Vol. 45 No. 10. pp 3012-3021.
- Castleman Kennetth R (1979). Digital Image Processing. Prentice-Hall..
- Chuvieco. E. (2008) Teledetección ambiental. 3ª Edición. Ed., Arial, S. A. Barcelona España.
- González R., Woods R. (1996). Tratamiento Digital de Imágenes. Ed, Eddison-Wesley. EE.UU.
- H. B. Robert. and Mark. J. T. Smith. (1992). "A filter bank for the directional decomposition of images: Theory and design". The *IEEE Transactions* on *Signal Processing*., Vol. 40, No. 4. pp. 882–893.
- J. B. Peter. and H. A. Edward. (1983). "The Laplacian pyramid as a compact image code". *IEEE Transactions* on *Communications*. 31(4):532–540.
- Nievergel Y. (1999), Wavelets made easy, Boston, Ed Birkhäuser.
- Nuñez. J., Otazu. X., Fors O., Prades A., Pala V, Arbiol R, 1999, "Multiresolution-Based Image fusion whit Additive Wavelet Descomposition", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. Vol 37, No. 3, pp 1204 -1211.
- Minh N. D. and Martin V. (2003). "Contourlets" in Beyond Wavelets, G. V. Welland, Ed. New York: Academic Pre.
- Medina. R. J, Joyanes, L, Pinilla, C. (2010). "Algoritmos Matemático para la fusión de imágenes satelitales". V Simposio Internacional de Sistemas de Información e Ingeniería de Software en la Sociedad del Conocimiento. Bogotá, Colombia. Octubre de 2010
- Medina, R, Pinilla, C, Joyanes, L. (2011). "Reconstrucción de una señal sinusoidal y de una imagen sintética usando la transformada de wavelet discreta" Ninth LACCEI Latin American and Caribbean Conference (LACCEI'2011), Engineering for a Smart Planet, Innovation, Information Technology and Computational Tools for Sustainable Development, Medellin, Colombia. August 3-5, 2011.
- Medina, J., Lizarazo, I. (2004). *Fusión de imágenes satelitales usando la trasformada de wavelet*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. 2004. pp. 169. ISBN 9588175976

Misiti, M., Misiti Y., Oppenheim G., Poggi J. M. (1996). The Wavelet Toolbox. For Use whit MATLAB®.

Murray, S. R. (1999). Estadística, Segunda edición Mc Graw Hill.

- R. Riyahi, C. Kleinn, H. Fuchs. (2009). "Comparison of different image fusion techniques for individual tree crown identification using quickbird image". *International Society for Photogrammetry and Remote Sensing*, *High- Resolution Earth Imaging for Geospatial Information*. Vol. XXXVIII-1-4-7/W5., June 2-5 ISPRS Hannover Workshop, Germany.
- T. Ranchin, T. & L. Wald. 2000. "Fusion of high spatial and spectral resolution images: The ARSIS concept and its implementation". Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, vol. 66. Issue1, pp. 49-61.
- Salem. S. N. V. (2010). Kalyankar. Khamitkar S. D. "Image Segmentation by Threshod Techniques". Jurnal of Computing, Vo. 2, pp 83-87
- L. Wald. (1999). "Somes terms of reference in data fusion," IEEE *Trans Geoscience and. Remote Sensing*, Vol. 37, No. 3, pp. 1190-1193.
- L. Wald. (2002). Data Fusion, Definition and Architectures: Fusion of Image of Different Spatial Resolution, Le Presses de l'Ecole des Mines, Paris (2002).
- L. Wald. (2000). "Quality of high resolution synthesized images: is there a simple criterion?" Proceedings of the third conference "Fusion of Earth data: merging point measurements, raster maps and remotely sensed image", Sophia Antipolis, France January 26-28, 2000, T Ranchin and L. Wald Editors, published by SEE/URISCA, Nice, France, pp. 99-105.
- W.Zhou and A. C. Bovink. (2002). "A Universal Image Quality Index", *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, vol. XX, No Y.

### Authorization and Disclaimer

Authors authorize LACCEI to publish the paper in the conference proceedings. Neither LACCEI nor the editors are responsible either for the content or for the implications of what is expressed in the paper.