

# **Influencia de los Coeficientes de Corrección y de Fricción en la Resistencia a la Fractura de las Coronas Sinfín**

**Dr. Rafael Goytisoló Espinosa<sup>(1)</sup>, Dr. Jorge Moya Rodríguez<sup>(2)</sup>, Dr. Luis Castellanos González<sup>(3)</sup>,  
M.Sc. Aisman Quiñones Cherta<sup>(1)</sup>,**

<sup>(1)</sup> Facultad de Ingeniería Mecánica. Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos. Cuba.  
e-mail: [ragoyti@ucf.edu.cu](mailto:ragoyti@ucf.edu.cu)

<sup>(2)</sup> Facultad de Ingeniería Mecánica. Universidad Central de Las Villas. Santa Clara. Cuba.  
e-mail: [jorgemr@uclv.edu.cu](mailto:jorgemr@uclv.edu.cu)

<sup>(3)</sup> Facultad de Ingeniería Mecánica. Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias, Colombia.  
e-mail: [lmcglez5510@yahoo.es](mailto:lmcglez5510@yahoo.es)

## **RESUMEN**

Las transmisiones por tornillo sinfín poseen una baja eficiencia a causa de su elevado deslizamiento, lo que provoca un elevado coeficiente de fricción. En estas transmisiones la corrección del dentado se realiza sólo en la corona, para ajustar la distancia entre centros o elevar la resistencia de ésta, sin embargo, en el cálculo del factor de forma de los dientes no se toma en cuenta el coeficiente de fricción. En investigaciones precedentes acerca de la influencia del coeficiente de fricción y del coeficiente de corrección en el factor de forma de los engranajes cilíndricos de dientes rectos se ha elaborado un modelo matemático que permite tomar en cuenta en el cálculo de las tensiones en el pie de los dientes de estos engranajes estas influencias. En el cálculo de las tensiones en el pie de los dientes de las coronas sin fin se utiliza el mismo factor de forma que en los engranajes cilíndricos de dientes rectos, pero calculado para el número de dientes equivalente de la corona. En el presente trabajo se profundiza sobre la influencia simultánea de los coeficientes de fricción y los coeficientes de corrección típicos de estas transmisiones y se obtienen novedosas conclusiones.

**Palabras claves:** Transmisiones por tornillo sin fin, corona sin fin, factor de forma de los dientes, coeficiente de fricción, coeficientes de corrección.

## **ABSTRACT**

The worm gearing possess a low efficiency because of the high slip among the surfaces of contact, what causes a high coefficient of friction. In these transmissions the correction of the teeth one is only carried out in the worm wheel, to adjust the distance among centers or to elevate the resistance of this, however, in the calculation of the form factor of the teeth doesn't take into account the coefficient of friction. In precedents investigations about the influence of the coefficient of friction and of the correction coefficient in the form factor of the spur gears and it elaborated a mathematical model that allows taking into account. In the calculation of the tensions in the foot of the teeth of the worm gearing the same factor for spur gears is used so, but calculated for the equivalent number of teeth of the worm wheel. Presently work is deepened on the simultaneous influence of the possible coefficients of friction of these transmissions, for the typical correction coefficients that are used in the same ones and they are obtained novel summations.

**Keywords:** Worm gearing, worm wheel, form factor, coefficient of friction, correction coefficient

## **1. INTRODUCCIÓN.**

Las transmisiones por tornillo sin fin, a pesar de estar entre las transmisiones mecánicas más viejas, (Ya Leonardo Da Vinci en el siglo XV, en los bocetos de diferentes máquinas por él concebidas dejó plasmado el concepto de estas transmisiones), no han tenido sin embargo, la misma evolución que han tenido otras transmisiones, fundamentalmente a consecuencia de que tal vez han sido las menos estudiadas. Las transmisiones por tornillo sinfín poseen una baja eficiencia a causa del elevado deslizamiento entre las

superficies de contacto del tornillo y de la corona, lo que provoca un elevado coeficiente de fricción, sin embargo, pesar de la elevada fricción que se desarrolla entre las superficies de contacto de las superficies del tornillo y de la corona, en el cálculo de la resistencia mecánica no se toma en cuenta la influencia del coeficiente de fricción.

En el trabajo (Quiñones, 2004) se esclareció la influencia simultánea del coeficiente de fricción y del coeficiente de corrección en el factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos, y en el método de cálculo establecido por la Norma GOST<sup>4</sup> para la evaluación de la resistencia de las coronas sin fin se utiliza el mismo factor de forma de las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos.

En el trabajo (Soto, 2007) se analizó la influencia de la corrección en las transmisiones por tornillo sin fin, pero no se incorporó la influencia del coeficiente de fricción.

En el presente trabajo, a partir del conocimiento que ya se posee acerca de la influencia del coeficiente de fricción y del coeficiente de corrección en el factor de forma de los dientes de las ruedas cilíndricas, se planteo establecer que influencia tienen estos dos factores en la resistencia mecánica de las coronas de las transmisiones por tornillo sin fin. El objetivo propuesto es por lo tanto el siguiente: Establecer la influencia en la capacidad resistente de las coronas de las transmisiones por tornillo sin fin de los coeficientes de fricción y de los coeficientes de corrección del dentado, típicos de este tipo de transmisión.

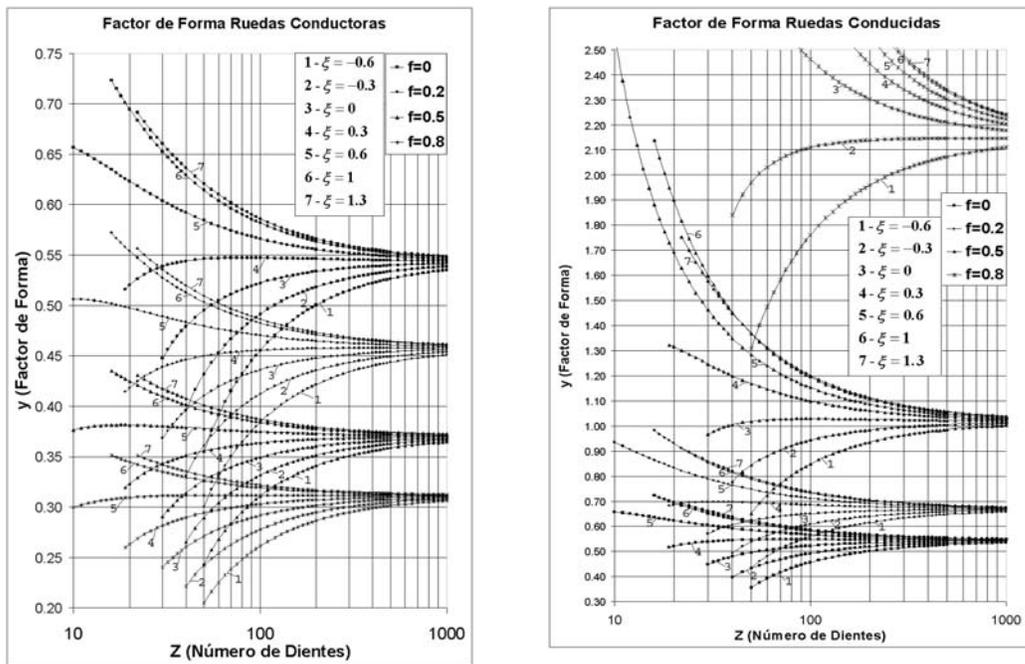
## **2. DESARROLLO**

De la literatura de las transmisiones por engranajes consultada, sólo (Dobrovolski 1991) incluye la influencia de la fuerza de fricción en los valores de los Factores de Forma reportados, pero para un valor constante del coeficiente de fricción y sin hacer referencia alguna a la influencia que podían tener las variaciones del coeficiente de fricción en los valores del factor de forma y en la resistencia a la fractura del dentado de las ruedas conductoras o conducidas.

Por otro lado en la literatura consultada (Buckingham, 1975; Álvarez, 1980; Zablonki, 1980; Dobrovolski, 1991; Faires, 1985; Juvinal, 1991; Mott, 1995; Shigley-Mischkie, 2001), existe una unidad de criterios en cuanto a la dependencia del coeficiente de fricción con la viscosidad del aceite lubricante, la velocidad de deslizamiento relativo, la velocidad periférica de contacto, de la rugosidad de las superficies en contacto, de la carga a transmitir, pero no existe unidad de criterios acerca de los valores que puede tomar este coeficiente en las transmisiones por engranajes.

En general se plantea (Goytisol, 1976) que para transmisiones cerradas con condiciones favorables de las anteriores características, el coeficiente de fricción puede variar de 0.03 a 0.10. Para transmisiones abiertas la magnitud de este crece bruscamente y puede alcanzar valores de 0.7 y 0.8 (Zablonki, 1980). Para el caso de coronas de molinos de caña de azúcar los experimentos hechos por (Álvarez, 1980), se obtienen valores del coeficiente de fricción próximos a la unidad para el caso de coronas no maquinadas. Para el caso específico de las transmisiones sin fin el coeficiente de fricción varía entre 0,05 y 0,2 (Buckingham, 1975; Dobrovolski, 1991)

Con el modelo elaborado para el cálculo del Factor de Forma en el trabajo (Quiñones, 2004), para el rango de valores de los coeficientes de fricción desde 0 a 0,8 y de corrección desde - 0,6 hasta 1,3 y para números de dientes desde 10 hasta 1000 se construyeron en Microsoft EXCEL 2003 sendas hojas de cálculo para las ruedas conductora y conducida respectivamente; construyéndose los gráficos mostrados en la Figura 1. donde se aprecia la similitud a los presentados por (Dobrovolski, 1991) para un solo valor del coeficiente de fricción.



**Figura 1. Valores del Factor de Forma para las Ruedas Conductoras y Conducidas para diferentes coeficientes de fricción y de corrección del dentado.**

La corrección del dentado en las Transmisiones por Tornillo Sin Fin se realiza solamente en la corona con el objetivo de ajustar la distancia entre centros o elevar la resistencia mecánica de los dientes de la misma <sup>3,4</sup>.

Cuando la corrección se emplea para ajustar la distancia entre centros se puede emplear tanto la corrección positiva como negativa. Si se emplea la corrección positiva la resistencia mecánica de los dientes se eleva y por el contrario si se emplea la corrección negativa la resistencia mecánica se reduce. Esto es ampliamente conocido de la Teoría de las Correcciones del Dentado en las Transmisiones por Engranajes; sin embargo, no se conoce cómo, ni cuánto influye ésta en la resistencia mecánica de la corona, ni cómo se modifica su influencia en dependencia del coeficiente de fricción de los dientes de las Coronas las Transmisiones por Tornillo Sin Fin.

Si se desea realizar la corrección sin modificar la distancia entre los ejes, entonces la corrección se realiza a cuentas de elevar o disminuir 1 o 2 dientes en la corona de manera que la distancia entre centros antes y después de la corrección sea la misma.

El coeficiente de corrección en este caso se elige de acuerdo con la siguiente expresión

$$\xi = \frac{Z_r - Z_{r'}}{2} \quad (1)$$

Donde:

$Z_r$  - Número de dientes en la corona de la transmisión no corregida.

$Z_{r'}$  - Número de dientes en la corona de la transmisión corregida.

$\xi$  - Coeficiente de corrección a emplear en la transmisión.

Si se aumenta en 1 o 2 dientes el número de dientes de la corona, entonces la relación de transmisión aumentará y el coeficiente de corrección será negativo  $\xi = -0,5$  ó  $\xi = -1,0$  dependiendo de que se aumente el número de

dientes en 1 o 2 dientes. Esta alternativa de corrección disminuirá la resistencia de la corona y reducirá la velocidad de giro del árbol conducido.

Si por el contrario se reduce el número de dientes de la corona en 1 o 2 dientes, la relación de transmisión disminuirá, se eleva la velocidad del árbol conducido y se eleva la resistencia mecánica de la corona. En este caso los coeficientes de corrección serán positivos:  $\xi = +0,5$  ó  $\xi = +1,0$ .

Teniendo en cuenta estas particularidades de la corrección de las transmisiones por tornillo sin fin, se investigarán cinco posibles coeficientes de corrección:  $\xi = -1,0$ ;  $-0,5$ ;  $0$ ;  $+0,5$  y  $+1,0$

La velocidad de deslizamiento depende en una serie de parámetros de diseño de la transmisión:

$$V_{des} = \frac{m \cdot nt}{19100} \cdot \sqrt{(Zt)^2 + (q)^2} \quad \text{m/s} \quad (2)$$

En esta expresión:

m es el módulo de la transmisión:

Este es un elemento clave en el diseño. En la medida que aumente el módulo la transmisión se hace más resistente, pero a su vez el módulo mínimo necesario para garantizar la resistencia depende del factor de forma y éste a su vez, depende del coeficiente de corrección y del coeficiente de fricción. Si el coeficiente de corrección es positivo, el factor de forma es mayor y la resistencia se verá favorecida, o sea, se requiere menor módulo, el factor de forma es mayor para las ruedas conducidas que para las conductoras y en la medida en que aumenta el coeficiente de fricción este efecto será más pronunciado.

nt - Es la velocidad de giro del tornillo en r.p.m.

El diseño puede incidir en este parámetro, pero realmente el mismo está condicionado por razones de otra índole, como la velocidad de giro deseada en la máquina, motores disponibles, limitaciones en la relación de transmisión, etc.

Zt- Es el número de entradas del tornillo.

Este parámetro puede variar de 1 a 4, pero en la medida que el número de dientes crece, la transmisión aumenta de tamaño considerablemente, aunque se hace más eficiente, tendrá menor coeficiente de fricción, menos generación de calor.

q - Es el número de módulos que cabe en el diámetro primitivo del tornillo.

Este parámetro lo elige el diseñador y puede variar entre 6 y 13. En la medida que aumenta q el tornillo aumenta su diámetro primitivo, y se hace más rígido, esto último es favorable, pero aumenta también la velocidad de deslizamiento, lo que no es bueno ya que esta tendencia reduce la resistencia al contacto y aumenta el coeficiente de fricción generándose mayores pérdidas y disminuyendo la eficiencia.

Como se aprecia la velocidad de deslizamiento es un parámetro definitorio en la eficiencia y por lo tanto en la magnitud del coeficiente de fricción y en la influencia que se está investigando.

En la literatura está claro que en las transmisiones por tornillo sin fin, el incremento de la velocidad de deslizamiento eleva el coeficiente de fricción en un rango que varía desde 0,02 hasta 0,2<sup>2</sup>. Se evaluarán por lo tanto 5 valores del coeficiente de fricción:  $f = 0$ ;  $0,05$ ;  $0,1$ ;  $0,15$  y  $0,2$

La tensión de flexión en la corona es inversamente proporcional al factor de forma del diente, o sea:

$$\sigma_{flex} = \frac{1}{y} \quad (3)$$

El valor de y se determina de la gráfica del factor de forma para las ruedas cilíndricas de dientes rectos, para un número de dientes equivalente

$$Z_{eq} = \frac{Z}{\cos^3 \beta} \quad (4)$$

Donde  $\beta$  es el ángulo de la hélice en la corona, que es igual a:

$$\beta = 90^\circ - \lambda \quad (5)$$

y

$$\tan \lambda = \frac{zt}{q} \quad (6)$$

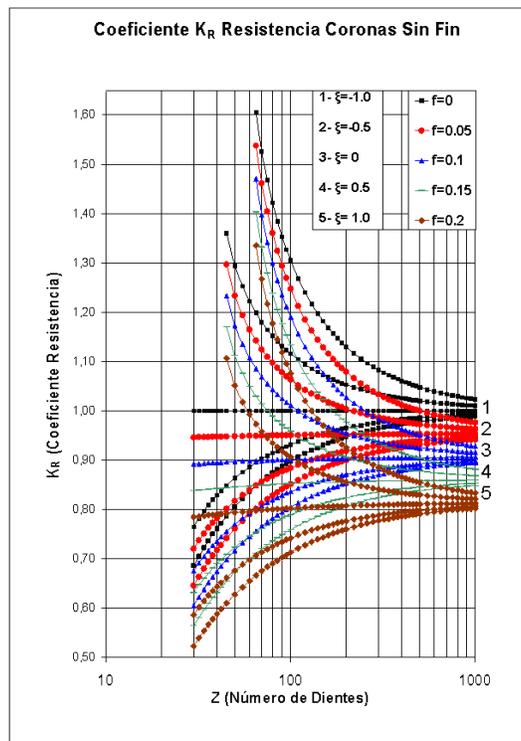
es el ángulo de la hélice en el tornillo.

De acuerdo con la ecuación (3), se determinará el valor de un coeficiente  $kr$  definido como

$$kr = \frac{\sigma_{flex}(f, \xi)}{\sigma_{flex}(f = 0, \xi = 0)} = \frac{y(f = 0, \xi = 0)}{y(f, \xi)} \quad (7)$$

O sea, para cada número de dientes seleccionados de la rueda se calculará el factor de forma, de acuerdo con el modelo descrito para  $f = 0$  y  $\xi = 0$  y se determinará también por el mismo Modelo el factor de forma para los valores de  $f$  y  $\xi$  que se van a evaluar. Si el valor de  $kr$  da mayor que 1, el empleo de ese coeficiente de corrección  $\xi$  en presencia del coeficiente de fricción  $f$  perjudicará la resistencia si por el contrario  $kr$  da menor que 1, la resistencia a la fractura de los dientes de la corona se verá beneficiada.

Los cálculos realizados fueron procesados en el Software EXCEL y como resultado se obtuvo la gráfica mostrada en la Figura 2, donde aparecen los valores de  $kr$  para coronas de Transmisiones Sin Fin de 30 a 1000 dientes para los valores de  $\xi$  y  $f$  señalados en el diagrama.



**Figura 2. Coeficiente  $kr$  de resistencia relativa a la Fractura de las Coronas Sin Fin.**

### 3. CONCLUSIONES

Del trabajo realizado se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. Se elaboró un modelo matemático que permite evaluar la influencia simultánea del coeficiente de fricción y el coeficiente de corrección en la resistencia a la fractura de las coronas de las transmisiones por tornillo sin fin, aspecto éste que no aparece reflejado en la literatura técnica consultada.
2. Se pudo comprobar que la influencia del coeficiente de fricción modifica el criterio de selección de la corrección ya que como se demuestra en el mismo una corrección positiva no siempre es igualmente favorable para diferentes coeficientes de fricción y por el contrario la corrección negativa no siempre es desfavorable desde el punto de vista de la resistencia a la fractura, en dependencia del coeficiente de fricción y del número de dientes.
3. En las transmisiones por tornillo sin fin con coeficiente de corrección  $\xi = 0$ , el incremento del coeficiente de fricción favorece la resistencia a la fractura de la corona, aproximadamente en un 5% por cada 5 centésimas de elevación del coeficiente de fricción con relación a  $f = 0$ , o sea, para  $f = 0,2$  las tensiones de flexión en la corona se reducen alrededor del 20%. Un poco más alrededor de 22 % para coronas de 30 dientes, un 20% para coronas de 90 dientes y un 18% para coronas de 1000 dientes.
4. La corrección positiva favorece siempre la resistencia a la fractura de las coronas, pero este efecto no es el mismo para los diferentes números de dientes y en presencia de los diferentes coeficientes de corrección. Por ejemplo para  $\xi = 1,0$  con 30 dientes y  $f = 0$ , la tensión de flexión en la corona se reduce en un 32%, sin embargo para 1000 dientes, también con  $f = 0$ , la tensión de flexión en la corona se reduce solo en un 3%. Del gráfico obtenido se observa claramente que el efecto favorable de la corrección positiva es mucho mayor para las coronas con los más pequeños números de dientes. A esto hay que añadirle que con elevados coeficientes de fricción este efecto se acentúa aun más, así por ejemplo en transmisiones por tornillo sin fin, con muy altas velocidades de deslizamiento, donde se pueden esperar coeficientes de fricción del orden de  $f = 0,2$ ; una corrección del dentado de la corona con  $\xi = 1,0$  puede prácticamente reducir las posibles tensiones de flexión a la mitad.
5. La corrección negativa no siempre perjudica la resistencia de la corona sin fin, así por ejemplo: Con  $f = 0$  el efecto de la corrección negativa siempre es perjudicial, lo que se aprueba por el hecho de que  $kr > 1$  tanto para  $\xi = - 0,5$  como para  $\xi = - 1,0$  con  $f = 0$  y el efecto es más perjudicial para los más pequeños números de dientes. Para coeficientes de fricción mayores que cero la corrección negativa es realmente perjudicial por debajo de ciertos números de dientes, Así por ejemplo:
  - Para  $\xi = - 0,5$ : Con  $f = 0,05$  por debajo de 220 dientes, con  $f = 0,10$  por debajo de 120 dientes, con  $f = 0,15$  por debajo de 75 dientes y con  $f = 0,20$  por debajo de 58 dientes.
  - Para  $\xi = - 1,0$ : Con  $f = 0,05$  por debajo de 500 dientes, con  $f = 0,10$  por debajo de 260 dientes, con  $f = 0,15$  por debajo de 170 dientes y con  $f = 0,20$  por debajo de 130 dientes.

### 4. REFERENCIAS

1. Álvarez, A. Influencia del lubricante sobre el tipo de fricción en las coronas de molinos de caña de azúcar. Informe de Investigación Terminada. UCLV, 1998.
2. Buckingham, E. K. Taking Guesswork out of Word-Gear Design. Artículo, 1975.
3. Elementos de Máquinas. K. Zablonski... [et. al.].--Moscú: Editorial MIR, 1980. —p. 259.
4. Elementos de Máquina. V. Dobrovolski... [et. al.].--Moscú: Editorial MIR, 1991.—p. 323.
5. Faires V. M. Diseño de Elementos de Máquinas. V. M. Faires. México: Editorial UTEHA, 1985.--p. 204.

6. Goytisoló, R. Influencia de la Corrección en la Lubricación de las Transmisiones por Engranajes. Revista Centro Construcción de Maquinaria 1, (1): 18-21, 1976.
7. Goytisoló R. y Moya, J. Corrección de Altura para Máxima Resistencia a la Picadura. Revista Centro Construcción de Maquinaria 2, (2), 1977.
8. Juvinall, R. Fundamentals of Machine Components Design. John Wiley G. Sons Inc. 1991.—p. 213-221.
9. Machado, A. Consideraciones acerca del Diseño de los engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos, aplicables a su Recuperación/ A. Machado; J. Moya, tutor.--Tesis Doctoral, Universidad Central de Las Villas (Santa Clara), 2000. —p.
10. Mott, R. Diseño de Elementos de Máquinas. / R. Mott. —New York: Prentice-Hall, 1995.—p. 248.
11. Neimann, G. Tratado Teórico Práctico de Elementos de Máquinas. Labor S.A., 1973.—p. 125
12. Quiñones, A. Nuevo Modelo Matemático para el cálculo del Factor de Forma en Engranajes de Evolvente Cilíndricas de Dientes Rectos y su Validación por el Método de los Elementos Finitos. Tesis de Maestría, 2004
13. Shigley, J. E.; Mischkie C. Diseño en Ingeniería Mecánica. México: Editorial Mc Graw Hill Interamericana. 2001. —p. 495.
14. Soto L.; Moya J.; Soriano J. Influencia de la corrección del dentado en el comportamiento de las transmisiones por tornillo sin fin. Memorias de la III Conferencia Internacional de Ingeniería Mecánica. COMEC 2004.

## **5. AUTORIZACIÓN Y RENUNCIA**

Los autores autorizan a LACCEI para publicar el escrito en las memorias de la conferencia. LACCEI.

Los editores no son responsables ni por el contenido ni por las implicaciones de lo que esta expresado en el escrito.