Algunas consideraciones sobre la sistematización de los planos de fabricación

Eusebio Jiménez López [1], Luis Reyes Ávila [2], Luis Andrés García Velázquez[3]
Gabriel Luna Sandoval[4], Víctor Manuel Martínez Molina[5], Saúl Ontiveros Moroyoqui[6], Alberto Luna Bracamontes[7]

[1]CINNTRA de la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora-IIMM- Parque Tecnológico SonoraSOFT.
Dr. Norman. E. Borlaug Km 14 CP. 85000, (01-644) 414-86-87 Cd. Obregón Sonora, México.
ejimenezl@msn.com

[2]Innovación en Ingeniería de Manufactura y Mantenimiento S. de R.L M.I - IMT
Loma Verde No 2716 Fracc. Casa Blanca, CP.85130|Tel/Fax: (644) 4189152|6441104312, Cd. Obregón Sonora.
lreyesa@imt.mx

[3] Universidad La Salle Noroeste, México.
siul_xii@hotmail.com

[4]CESUES SLRC, México.
gabriel.luna@cesues.edu.mx

[5]CINNTRA de la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora-CECATI 94, México.
servihidraulica@hotmail.com

[6] CMMI de la Universidad Tecnológica del Nogales, México.
sare9825@hotmail.com

[7] CADET de la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora, México.
aluna@uts.edu.com

RESUMEN

Los planos de fabricación son documentos especializados que combinan información geométrica y no geométrica de partes y componentes para algún propósito en específico. Generalmente se han usado los planos de fabricación para la interpretación de la información y generar la planeación de la manufactura de una pieza. No se ha intentado sistematizar la información a través de estructuras algebraicas. En este artículo se presenta una sistematización de los planos de fabricación. Se desarrolla una clasificación la cual permite determinar una clase especial de los planos y sobre dicha clase se demuestra la existencia de un álgebra de Boole. La sistematización hecha a los planos de fabricación en términos de una estructura algebraica, permitirá potenciar las aplicaciones en la construcción de modelos relacionados con la información geométrica y de manufactura de partes y componentes.

Palabras claves: Planos de fabricación, álgebra de Boole.

ABSTRACT

Manufacturing drawings are specialized documents that combine geometric and non geometric information of parts and components for a specific purpose. Usually the planes have been used to manufacture the interpretation of the information and generate the manufacturing planning of a piece. No attempt has been made to systematize the information through algebraic structures. This article presents a systematization of manufacturing drawings. It develops a classification which determines special classes of the manufacturing drawings and over this class demonstrate the existence of a Boolean algebra. The systematization made to the manufacturing drawings in terms of an algebraic structure, will enhance the applications in the construction of models related to the geometric information and manufacturing of parts and components.

Keywords: Manufacturing drawings, Boolean algebra.

1. INTRODUCCIÓN

Para la modelación de la información geométrica y de manufactura de partes y componentes se han propuesto diversas técnicas. Las ecuaciones de forma (Jiménez et al, 2003) las ecuaciones de volúmenes modificadas (Jiménez et al, 2001) y la matriz de primitivas de manufactura (Jiménez et al, 2005) son algunas de dichas técnicas. En otros trabajos se han propuesto otros tipos de modelos que persiguen propósitos similares, por ejemplo (Borja 1998) presenta un software basado en modelos de información llamado "Agente para torneado", que asiste o auxilia al diseño para manufactura de piezas rotacionales. En otra aplicación de modelos, en este caso por primitivas (Delvin 1999), se analiza un caso de estudio usando una metodología de nueve pasos para conducir a la re-ingeniería de procesos de manufactura. El sistema generado usa un módulo para diseñar por primitivas, así como un reconocedor de primitivas. Los datos de las primitivas son utilizados para generar en forma automática los códigos de control numérico. En el trabajo desarrollado por (Satgandra 1994) se utilizan las primitivas de maquinado para describir una metodología que sirve para analizar algunos aspectos de manufactura de partes maquinadas durante la fase del diseño del ciclo de desarrollo de un producto.

Los métodos desarrollados en dichos trabajos requieren, en esencia, de la información geométrica y no geométrica de los componentes por procesar. Por ello, es necesario desarrollar o, su caso, asociar y/o utilizar herramientas matemáticas y computacionales que auxilien a la construcción de modelos de componentes. Por otro lado, (Jiménez et al, 2002) ha sistematizado el álgebra de Boole en el dominio de sólidos regularizados. Con dicha sistematización se construye el modelo de ecuaciones de forma. Sin embargo, las premisas que se usaron para caracterizar dicha álgebra no tomaron en cuenta los planos de fabricación de los componentes. Por otro lado, no existe en la literatura tradicional una clasificación sistemática de planos de fabricación la cual permita direccionar aquella clase de planos en los que pueda ser posible sistematizar cuando menos la información geométrica. Lo que motiva la investigación en este artículo es desarrollar un método de clasificación de planos de fabricación con el cual sea posible asociar un álgebra de Boole con dichos planos, con el propósito de sistematizar la información geométrica y de manufactura que contienen. Con los resultados obtenidos se podrá disponer de un método que auxilie a las diferentes formas de modelar la información geométrica y de manufactura de componentes y sus procesos, y con dicha sistematización junto con la generación del dominio de manufactura (Jiménez et al, 2004 a), generar modelos del producto sobre una base teórica bien sustentada.

2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA Y RESTRICCIONES

"Se requiere clasificar los planos de fabricación de componentes con el propósito de sistematizar la información geométrica y de manufactura impresa en dichos plano, desarrollando una álgebra de Boole".

Las restricciones del problema son las siguientes:

1) Los planos de fabricación contienen información geométrica y de manufactura la cual es finita, completa y está bien definida (R1).

2) Las operaciones de manufactura relacionadas con los planos se caracterizan de la manera siguiente (R2):

2.1) Eliminan materiales o porciones de la(s) materia(s) prima (s).

2.2) Agregan o anexan materiales o porciones de él a la(s) materia(s) prima(s).

3) No se precisa la información geométrica y de manufactura en forma explícita si no más en forma genérica (R3).

4) Los planos de fabricación considerados integran de manera explícita o implícita las materias primas con las cuales se procesan los componentes (R4).

3. PREMISAS BÁSICAS

Considere la siguiente hipótesis:

Existe el problema de clasificar los planos de fabricación y de sistematizar la información geométrica y de manufactura contenida en ellos y también existe su solución. La solución depende de:

1) *De las relaciones de equivalencia geométrica y de manufactura entre planos de fabricación dado un producto terminado específico.*
2) *De asociar un álgebra de Boole a un conjunto reducido de planos de fabricación en función de las geometrías.*

Las premisas o axiomas básicos son las siguientes:

Axioma 3.1. Existe un universo de manufactura formado por todos los planos de fabricación y sus clases de equivalencia. Cada plano de fabricación contiene información geométrica y de manufactura de componentes. Existen dos clases únicas genéricas de información en el universo de manufactura. Dicha clases son:

1) *Geometrías (o sólidos) de componentes.*
2) *Operaciones de manufactura.*

Axioma 3.2. Para un determinado subconjunto de planos de fabricación existe un álgebra de Boole asociada con la información geométrica y las operaciones de manufactura.

4. CLASIFICACIÓN DE LA INFORMACIÓN Y DOMINIO DE MANUFACTURA PROPIO

En esta sección se presenta una clasificación sistemática, derivada del axioma 3.1, relacionada con la información geométrica y de manufactura contenida en planos de fabricación asociados con productos terminados (Jiménez et al, 2004,b)

Definición 4.1. Sea Ω^M el universo de manufactura descrito en el axioma 3.1. El subconjunto $PF \subseteq \Omega^M$ es un plano de fabricación el cual representa uno y solo un producto terminado.

Es importante señalar que, si PF es un plano de fabricación relacionado con un producto terminado PT, entonces $PF \in PF^E$; es decir, dicho plano forma parte de la clase de equivalencia PF^E que integra todos los PF que satisfagan la siguiente relación:

Definición 4.2. Sean PF_1 y PF_2 dos planos de fabricación asociados con un producto terminado PT. Se dirá que PF_1 y PF_2 son elementos de la clase PF^E si y solo si:

$$PF_1 \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Aquí, el símbolo "$\overset{PT}{\Leftrightarrow}$" significa "equivalencia sobre el producto terminado".

Note que bajo la relación $\overset{PT}{\Leftrightarrow}$ cualesquier $PF \in PF^E$ debe integrar la información geométrica, de manufactura y proceso, necesaria para generar el producto terminado. Por otro lado, puesto que cada $PF \in PF^E$ genera un PT, entonces cada PT obtenido forma parte de la clase de equivalencia PT^E; es decir,

$$PF_1 \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{PT}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_n \in PF^E \text{ y } PT_1 \overset{PF}{\Leftrightarrow} PT_2 \overset{PF}{\Leftrightarrow} \ldots PT_i \overset{PF}{\Leftrightarrow} PT_{i+1} \ldots \overset{PF}{\Leftrightarrow} PT_n \in PT^E.$$

Aquí, "$\overset{PF}{\Leftrightarrow}$" significa "equivalencia sobre el plano de fabricación". Note que la relación "$\overset{PF}{\Leftrightarrow}$"debe ser uno a uno; es decir, $PF_1 \rightarrow PT_1$, $PF_2 \rightarrow PT_2$,..., $PF_i \rightarrow PT_i$,..., $PF_{i+1} \rightarrow PT_{i+1,..}$

Definición 4.3. Existe en Ω^M un subconjunto PF^E tal que:

$PF^E = \{PF_1 \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{PT}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{PT}{\Leftrightarrow} PF_n\}$

Definición 4.4. El universo de manufactura Ω^M está formado por subconjuntos PF^E.

Teorema 4.1 Sean PT_1 y PT_2 dos productos terminados representados por sus clases $PF^E{}_1$ y $PF^E{}_2$. Si $PT_1 \neq PT_2$, entonces $PF^E{}_1 \neq PF^E{}_2$.

Demostración. En efecto, sean PF_1 y PF_2 dos planos de fabricación relacionados con PT_1 y PT_2, respectivamente. Si $PT_1 \neq PT_2 \Rightarrow PF_1 \neq PF_2$ y, puesto que $PF_1 \in PF^E{}_1$ y $PF_2 \in PF^E{}_2$, entonces $PF^E{}_1 \neq PF^E{}_2$.■

Corolario 4.1 El universo de manufactura Ω^M está particionado en subconjuntos PF^E. Dicha partición está bien definida, esto es:

$\Omega^M = PF^E{}_1 \cup PF^E{}_2 \cup \ldots PF^E{}_i \cup PF^E{}_{i+1}, \ldots , PF^E{}_{n-1} \cup PF^E{}_n$. y $PF^E{}_1 \cup PF^E{}_2 \cap \ldots PF^E{}_i \cap PF^E{}_{i+1}, \ldots , PF^E{}_{n-1} \cap PF^E{}_n = \phi$

Demostración. En efecto, basta con observar la definición 4.4 y el teorema 4.1 ■

Definición 4.5. Cada partición $PF^E{}_n$ de Ω^M tiene asociada una clasificación genérica en el sentido de la información geométrica y de manufactura; esto es,

1) Clase G: geometrías de componentes.
2) Clase O: operaciones de manufactura.

Teorema 4.2. La clasificación G y O es invariable para cualesquier $PF^E{}_n$ de Ω^M.

Demostración. En efecto, la demostración de este teorema es consecuencia directa del axioma 3.1. ■

Definición 4.6. Cada $PF \in PF^E$ contiene información implícita tanto geométrica como de manufactura de la(s) materia (s) prima(s) relacionada con un PT dado por PF.

Definición 4.7. Sea $G_{MP}{}^{\cup}$ la geometría asociada con la unión de todas las materias primas relacionadas con un PT. Cualesquier selección de la geometría de MP o $G_{MP}{}^{\cup}$ se dice funcional en términos geométricos si y solo si:

$G_{PT} \subseteq G_{MP}{}^{\cup}$

Aquí, G_{PT} es la geometría relacionada con el producto terminado PT.

Teorema 4.3. La relación, $G_{PT} \subseteq G_{MP}{}^{\cup}$ se satisface en cualesquier $PF \in PF^E{}_n$ de Ω^M si y solo si la selección $G_{MP}{}^{\cup}$ de PF es funcional.

Demostración. En efecto, basta con aplicar las definiciones 4.4, 4.5, 4.6, así como el teorema 4.1.■

Definición 4.7. La clase G contiene por lo menos a G_{PT} y $G_{MP}{}^{\cup}$.

Definición 4.8. Sean $PF_1 \in PF^E$ y $PF_2 \in PF^E$. Se dirá que PF_1 y PF_2 satisfacen una “relación de equivalencia sobre las materias primas” si y solo si:

$$PF_1 \overset{MP}{\Leftrightarrow} PF_2 \Leftrightarrow MP_1 \Leftrightarrow MP_2$$

Aquí, “$\overset{MP}{\Leftrightarrow}$” es una relación asociada con las materias primas, MP_1 y MP_2 son las materias primas seleccionadas de PF_1 y PF_2, respectivamente.

Definición 4.9. Existe en PF^E un subconjunto PF^{MP} tal que:

$$PF^{MP} = \{PF_1 \overset{MP}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{MP}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{MP}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{MP}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

Definición 4.10. Dos planos de fabricación $PF_1 \in PF^{MP}$ y $PF_2 \in PF^{MP}$ se dicen equivalentes sobre la naturaleza de manufactura (NM) si y solo si:

$$PF_1 \overset{NM}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Es importante mencionar que la naturaleza de manufactura representada por NM indica que las geometrías y operaciones de manufactura impresas en un plano de fabricación $PF_1 \in PF^{MP}$ tengan una naturaleza de manufactura determinada, es decir, si “o_1” es una operación de maquinado realizada por una fresadora, entonces dicha operación tiene una naturaleza de manufactura fija y determinada. Por otro lado, si “o_1” es una operación de un $PF_1 \in PF^{MP}$ y $o_1{}^{/}$ es una operación de un $PF_2 \in PF^{MP}$ tales que $o_1 \Leftrightarrow o_1{}^{/}$, entonces $NM(o_1) \Leftrightarrow NM(o_1{}^{/})$; es decir, dichas operaciones deben tener la misma naturaleza de manufactura.

Definición 4.11. Existe en PF^{MP} un subconjunto PF^{NM} tal que:

$$PF^{NM} = \{PF_1 \overset{NM}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{NM}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{NM}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{NM}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

Definición 4.12. La clase **O** de operaciones de manufactura está formada por subclases O^U de operaciones unitarias interpretadas de un PF asociado con un producto terminado y, dichas subclases, están divididas a su vez por suboperaciones O^{SU}.

Note que la subclase O^U contiene operaciones unitarias interpretadas directamente de los planos de fabricación, en tanto las operaciones O^{SU} se consideran operativas.

Definición 4.13. Dos planos de fabricación $PF_1 \in PF^{NM}$ y $PF_2 \in PF^{NM}$ se dicen equivalentes en el número de operaciones unitarias ($n(O^U)$) si y solo si:

$$PF_1 \overset{n(O^U)}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Es importante aclarar que el hecho de que tanto PF_1 como PF_2 sean elementos de PF^{NM} implica que las operaciones de manufactura de ambos planos sean equivalentes tanto en su naturaleza como en su número.

Definición 4.14. Existe en PF^{NM} un subconjunto $PF^{n(O^U)}$ tal que:

$$PF^{n(O^U)} = \{PF_1 \overset{n(O^U)}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{n(O^U)}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{n(O^U)}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{n(O^U)}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

Definición 4.15. Dos planos de fabricación $PF_1 \in PF^{n(O^U)}$ y $PF_2 \in PF^{n(O^U)}$ se dicen equivalentes en el número de operaciones unitarias ($n(O^{SU})$) si y solo si:

$$PF_1 \overset{n(O^{SU})}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Nótese que si $n(O^U) = 1$, entonces $n(O^{SU}) = 1$, pues si existe O^U, entonces existe O^{SU}; es decir, su clase unitaria.

Definición 4.16 Existe en $PF^{n(O^U)}$ un subconjunto $PF^{n(O^{SU})}$ tal que:

$$PF^{n(O^{SU})} = \{PF_1 \overset{n(O^{SU})}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{n(O^{SU})}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{n(O^{SU})}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{n(O^{SU})}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

Por otro lado, es importante señalar que cualesquier subclase O^U tiene asociada un conjunto único de suboperaciones O^{SU} y, además, toda transformación geométrica de G_{PT} y $G_{MP}^{\cup}$ es producto de una operación O^{SU}.

Definición 4.17. Sea O^U el conjunto de operaciones unitarias interpretadas de $PF^{n(O^U)}$. Entonces existen O^U dos subclases de operaciones O^U_x y O^U_+ definidas de la manera siguiente:

1) O^U_x : operaciones unitarias que eliminan o extraen materiales o porciones de materiales de las materias primas.
2) O^U_+ : operaciones unitarias que anexan o agregan materiales o porciones de material a las materias primas.

Note que:
i) $O^U_x = \{ O^{SU}_x \}$
ii) $O^U_+ = \{ O^{SU}_+ \}$

Es decir, las clases unitarias de O^U_x y O^U_+ son las suboperaciones O^{SU}_x y O^{SU}_+, respectivamente.

Definición 4.18. Dos planos de fabricación $PF_1 \in PF^{n(O^U)}$ y $PF_2 \in PF^{n(O^U)}$ se dicen equivalentes sobre el sistema $O^{SU}_{+,x}$ si y solo si:

$$PF_1 \overset{O^{SU}_{+,x}}{\Leftrightarrow} PF_2$$

Definición 4.19. Existe en $PF^{n(O^{SU})}$ la clase:

$$PF^{O^{SU}_{+,x}} = \{PF_1 \overset{O^{SU}_{+,x}}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{O^{SU}_{+,x}}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{O^{SU}_{+,x}}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{O^{SU}_{+,x}}{\Leftrightarrow} PF_n\}$$

Definición 4.20. En $PF^{O^{SU}_{+,x}}$ existen dos subclases:

1) $PF^{O^{SU}_{+}} = \{PF_1 \overset{O^{SU}_{+}}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{O^{SU}_{+}}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{O^{SU}_{+}}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{O^{SU}_{+}}{\Leftrightarrow} PF_n\}$
2) $PF^{O^{SU}_{x}} = \{PF_1 \overset{O^{SU}_{x}}{\Leftrightarrow} PF_2 \overset{O^{SU}_{x}}{\Leftrightarrow} \ldots PF_i \overset{O^{SU}_{x}}{\Leftrightarrow} PF_{i+1} \ldots \overset{O^{SU}_{x}}{\Leftrightarrow} PF_n\}$

Observe que las clases $PF^{O_+^{SU}}$ y $PF^{O_+^{SU}}$ son tales que:

$$PF^{O_+^{SU}} \cap PF^{O_x^{SU}} = \phi.$$

Por otro lado,

1) $PF^{O_+^{SU}}$: contiene los PF que integran operaciones de anexión de materiales y,

2) $PF^{O_x^{SU}}$: contiene los PF que integran operaciones de extracción de materiales.

Para finalizar esta sección considere las contenciones siguientes:

$$PF^{O_+^{SU}} \text{ ó } PF^{O_x^{SU}} \subseteq PF^{O_{+,\,x}^{SU}} \subseteq PF^{n(O^{SU})} \subseteq PF^{n(O^{U})} \quad PF^{NM} \subseteq PF^{MP} \subseteq PF^{E} \subseteq \Omega^{M}$$

5. SISTEMATIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN GEOMÉTRICA Y DE MANUFACTURA DE LOS PLANOS DE FABRICACIÓN SOBRE EL DOMINIO DE MANUFACTURA

En esta sección se definirán sobre el conjunto $G \subseteq PF^{MP}$ dos operaciones binarias; una aditiva $o_+^{SU} : G \times G \to G$ llamada "de agregación de materiales" y otra multiplicativa $o_x^{SU} : G \times G \to G$ denominada "de eliminación de materiales", mediante las cuales, se demostrará que las parejas (G, o_+^{SU}) y (G, o_x^{SU}) forman dos semigrupos conmutativos. Además, se mostrará que las operaciones $o_+^{SU} : G \times G \to G$ y $o_x^{SU} : G \times G \to G$ satisfacen las correspondientes propiedades distributivas. Por otro lado, al definir el conjugado de $G_1 \in G$ como $\overline{G}_1 \in G$ se demostrarán las leyes de Morgan. Por tanto, la estructura $(G,\ o_+^{SU},\ o_x^{SU})$ llamada "de manufactura" es un álgebra de Boole (Fregoso 1979).

Nótese que las operaciones $o_+^{SU} : G \times G \to G$ y $o_x^{SU} : G \times G \to G$ están relacionadas con las operaciones de manufactura de los planos de fabricación propios y que el conjunto G está relacionado con las geometrías de los componentes impresos en un planos de fabricación.

5.1 Relación de inclusión y operaciones en G

Definición 5.1. La relación "$\subseteq$" es llamada "inclusión geométrica" y satisface un orden parcial; esto es:

$G_1 \subseteq G_1$; $\forall\, G_1 \in G$ Reflexividad. (5.1)
Si $G_1 \subseteq G_2$ y $G_2 \subseteq G_1 \Rightarrow G_1 = G_2$; $\forall\, G_1, G_2 \in G$ Antisimetría.
Si $G_1 \subseteq G_2$ y $G_2 \subseteq G_3$, entonces $G_1 \subseteq G_3$; $\forall\, G_1, G_2, G_3 \in G$ Transitividad.

Definición 5.2. Las operaciones $o_+^{SU} : G \times G \to G$ y $o_x^{SU} : G \times G \to G$ se definen de la manera siguiente:

$$G_1\ o_+^{SU}\ G_2 = \{p \in G_1\ o_+^{SU}\ G_2 \mid p \in G_1 \vee p \in G_2\} \qquad (5.2)$$
$$G_1\ o_x^{SU}\ G_2 = \{p \in G_1\ o_x^{SU}\ G_2 \mid p \in G_1 \wedge p \in G_2\}$$

Cabe señalar que las operaciones definidas anteriormente son cerradas; es decir:

i) $G_1 \; o_{+}^{SU} \; G_2 = G_3 \;\; ; \; \forall \, G_1, G_2, G_3 \in G$

ii) $G_1 \; o_{x}^{SU} \; G_2 = G_3 \;\; ; \; \forall \, G_1, G_2, G_3 \in G$

Por otro lado, para eliminar argumentos o excesos de símbolos se admitirán las equivalencias siguientes:

a) $o_{+}^{SU} \Leftrightarrow o_{+}$

b) $o_{x}^{SU} \Leftrightarrow o_{x}$

Por otro lado, el elemento G_{ϕ} se llamará la geometría nula o vacía y tiene la propiedad:

$G_{\phi} \subseteq G_1 \; ; \; \forall \, G_1 \in G$

Finalmente, G^{Ω} es la geometría universal y,

$G_1 \subseteq G^{\Omega} \; ; \; \forall \, G_1 \in G$

5.2 Desarrollo del álgebra de Boole

Teorema 5.1. La pareja (G, o_{+}) es un semigrupo conmutativo.

Demostración. En efecto, para que la pareja (G, o_{+}) sea un semigrupo conmutativo se deben satisfacer las propiedades siguientes:

1) $G_1 \, o_{+} \, G_2 = G_2 \, o_{+} \, G_1$ (5.3)
2) $(G_1 \, o_{+} \, G_2) \, o_{+} \, G_3 = G_1 \, o_{+} \, (G_2 \, o_{+} \, G_3)$
3) $G_1 \, o_{+} \, G_{\phi} = G_1$

En efecto,

$p \in G_1 \, o_{+} \, G_2 \Leftrightarrow p \in G_1 \vee p \in G_2 \Leftrightarrow p \in G_2 \vee p \in G_1 \Leftrightarrow p \in G_2 \, o_{+} \, G_1$

También,

$p \in G_2 \, o_{+} \, G_1 \Leftrightarrow p \in G_2 \vee p \in G_1 \Leftrightarrow p \in G_1 \vee p \in G_2 \Leftrightarrow p \in G_1 \, o_{+} \, G_2$

Por tanto, la expresión (5.3.1) se satisface. Por otro lado,

$$p \in (G_1 \, o_{+} \, G_2) \, o_{+} \, G_3 \Leftrightarrow (p \in G_1 \, o_{+} \, G_2) \vee p \in G_3 \Leftrightarrow (p \in G_1 \vee p \in G_2) \vee p \in G_3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \vee p \in G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \, o_{+} \, G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \, o_{+} \, (G_2 \, o_{+} \, G_3)$$

También,

$$p \in G_1 \, o_{+} \, (G_2 \, o_{+} \, G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \, o_{+} \, G_3) \Leftrightarrow p \in G_1 \vee (p \in G_2 \vee p \in G_3) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (p \in G_1 \vee p \in G_2) \vee p \in G_3 \Leftrightarrow (p \in G_1 \, o_{+} \, G_2) \vee p \in G_3 \Leftrightarrow p \in (G_1 \, o_{+} \, G_2) \, o_{+} \, G_3$$

Por tanto, la expresión (5.3.2) se satisface.

Finalmente,

$p\in G_1 \; o_{+}^{US} \; G_\phi \;\Leftrightarrow p\in G_1 \vee p\in G_\phi \Leftrightarrow p\in G_1$, luego $p\in G_\phi$ es un absurdo. Por tanto, la expresión (5.3.3) es satisfecha.■

Considere ahora el siguiente resultado:

Teorema 5.2. La pareja (G, o_x) es un semigrupo conmutativo.

Definición 5.3. El complemento $\overline{G}_1 \in G$ de $G_1 \in G$ se define de la manera siguiente:

$$\overline{G}_1 = \{p\in \overline{G}_1 | \; p\in G^{\Omega} \wedge p\notin G_1\} \text{ o bien, } \overline{G}_1 = G^{\Omega} - G_1 \quad (5.4)$$

Aquí, el símbolo “-” es llamado la diferencia.

Teorema 5.4. Las siguientes relaciones se satisfacen:

1) $\overline{G_1 o_+ G_2} = \overline{G}_1 \, o_x \overline{G}_2$ (5.5)
2) $\overline{G_1 o_x G_2} = \overline{G}_1 \, o_+ \overline{G}_2$

Demostración. En efecto,

$$p\in \overline{G_1 o_+ G_2} \Leftrightarrow p\notin G_1 \wedge p\notin G_2 \Leftrightarrow p\in \overline{G}_1 \wedge \overline{G}_2 \Leftrightarrow p\in \overline{G}_1 \, o_x \overline{G}_2$$

También,

$$p\in \overline{G}_1 \, o_x \overline{G}_2 \Leftrightarrow p\in \overline{G}_1 \wedge \overline{G}_2 \Leftrightarrow p\notin G_1 \wedge p\notin G_2 \Leftrightarrow p\in \overline{G_1 o_+ G_2}$$

Por tanto, la expresión (5.5.1) es satisfecha. Por otro lado,

$$p\in \overline{G_1 o_x G_2} \Leftrightarrow p\notin G_1 \vee p\notin G_2 \Leftrightarrow p\in \overline{G}_1 \vee \overline{G}_2 \Leftrightarrow p\in \overline{G}_1 \, o_+ \overline{G}_2$$

También,

$$p\in \overline{G}_1 \, o_+ \overline{G}_2 \Leftrightarrow p\in \overline{G}_1 \vee \overline{G}_2 \Leftrightarrow p\notin G_1 \vee p\notin G_2 \Leftrightarrow p\in \overline{G_1 o_x G_2}$$

Por tanto, la expresión (5.5.2) es satisfecha. ■

Corolario 5.1. Las siguientes relaciones se satisfacen:

1) $\text{Sup}(G_1, G_2) = G_1 \, o_+ \, G_2$ (5.8)
2) $\text{Inf}(G_1, G_2) = G_1 \, o_x \, G_2$

Por tanto, la estructura $(G, o_{+}^{SU}, o_{x}^{SU})$ es un álgebra de Boole (Fregoso 1979).

Cabe mencionar finalmente, que la sistematización hecha a los planos de fabricación es relevante en el sentido de que será posible construir modelos del producto usando estructuras algebricas y, por consiguiente, se podrán generar sistemas informáticos que representen de forma eficiente la información geométrica y de manufactura de materias primas en productos terminados.

6. CONCLUSIONES

En este artículo se han clasificado de forma sistemática los planos de fabricación de componentes. Con dicha clasificación fue posible demostrar que existe un álgebra de Boole asociada en un tipo especial de planos de fabricación. Es importante señalar que, fue necesario prescindir de la información accidental de los planos y tender hacia la información de género, pues solo así se podría desarrollar la sistematización del álgebra de Boole. Por ello, las clases genéricas de información geométrica y de manufactura contienen los elementos primitivos de los planos a partir de los cuales se arma toda la información de un producto. El proceso de sistematización desarrollado en este artículo permite comprobar las demostraciones de las proposiciones generadas lo que justifica los resultados obtenidos. El hecho es, pues, que con la existencia de una álgebra de Boole en una clase especial de planos de fabricación y asociando el dominio de manufactura, se podrán generar modelos del producto sobre la base de una justificación teórica sustentable.

REFERENCIAS

Borja, V., Bell, R., López, M., González, L., Santillán, S., Valeriano, G. Diseño para manufactura asistido por computadora: El agente para torneado. SOMIM´98. (1998).

Delvin A. Grant, “Using Existing Modeling Techniques for Manufacturing Process Reengineering: A Case Study”. Computer in Industry. (1999), N° 40, pp.37-49

Fregoso A. “Los elementos del lenguaje de la matemática: Parte II. Funciones”. (1979). Editorial Trillas. México.

Jiménez, E., Reyes, L., Marín, L., Villar, G. Corona, J., Álvarez, J. Representación de un proceso de maquinado usando una matriz de primitivas. SOMIM 2001. Celaya Gto. México

Jiménez, E., Reyes, L., Marín, L., Villar, G., Lucero, B., Luna, l: “Caracterización de operaciones de manufactura usando el álgebra de Boole”. Informe interno de investigación DEPFI - SME - MME- DMEC-MAV- 01- 2002. UNAM –ITESCA ISBN 968-36-9839-5

Jiménez, E., Reyes, L., Murillo I., Mercado M., Encinas González I., Portillo S. Representación formal de las trasformaciones geométricas y de manufactura de un trasformador eléctrico usado para la industria de las telecomunicaciones. SOMIM. 2003. Veracruz. México.

Jiménez, E., Reyes. “Determinación del dominio de manufactura de un plano de fabricación”. Informe interno de investigación (2004 a). Universidad La Salle Noroeste – RED ALFA. ISBN 968-5844-02-X

Jiménez, E, Reyes L. Clasificación de planos de fabricación y sistematización de la información geométrica Informe interno de investigación. Universidad La Salle Noroeste – RED ALFA. ISBN 968-5844-05-4 Cd. Obregón, Sonora México. (2004 b).

Jiménez, E., Reyes, L., Burgos, T., García A. Aplicaciones del dominio de manufactura a la matriz de primitivas: una aplicación industrial. Informe Interno de Investigación. Universidad La Salle Noroeste-RED ALFA. ISBN 968-5844-19-4. Cd. Obregón, Sonora México. (2005).

Satgandra K. Gupta, Dana S. Nau, William C. Regli, Guangming Zhang.. A Methodology for Systematic Generation and Evaluation of Alternative Operation Plans. Advances in Feature – Based Manufacturing. Elsevier / North Holland. (1994)

Autorización y Renuncia