

# **Aplicación de wavelets en datos de estaciones continuas de posicionamiento en Colombia con fines geodinámicos**

**Miguel Antonio Ávila<sup>1</sup>, Claudia Colmenares<sup>2</sup>, Daniel Beltrán<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá D.C., Colombia, maavila@udistrital.edu.co

<sup>2</sup> Universidad Distrital Francisco José Caldas, Bogotá D.C., Colombia, cicolmenares@gmail.com

<sup>3</sup> Universidad Distrital Francisco José Caldas, Bogotá D.C., Colombia, danbelt@gmail.com

## **RESUMEN**

Debido a la carencia de la aplicación de las ondeletas en datos geodésicos ya sea por su complejidad o por la carencia de especialistas en el tema, es que se decide aplicar las wavelets a datos de algunas estaciones continuas ubicadas en Colombia para estimar la velocidad de desplazamiento de esa zona en particular a partir de datos de una serie de tiempo superior a los dos años de funcionamiento de la estación.

Palabras claves: Estimación, Geodinámica, Geodesia, Ondeletas, Series de tiempo.

## **ABSTRACT**

Due to the lack of implementation of the wavelet in geodetic data either by their complexity or lack of specialists in the field, is that it decides to apply wavelets to data from some stations located in Colombia continued to estimate the travel speed that area in particular data from a time series over two years of operation of the station.

Keywords: Estimation, Geodynamics, Geodesy Wavelets, Time series.

## **1. INTRODUCCIÓN**

Una de las temáticas de estudio de la geodinámica es la medición, cuantificación y monitoreo de los desplazamientos de la corteza terrestre en el transcurso del tiempo. Para la realización de este monitoreo es necesario una serie de mediciones de posición obtenidas en estaciones continuas GPS que interactúan y establecen coordenadas geodésicas de la superficie sobre la que se encuentran respecto a un sistema fijo terrestre.

Con el análisis de la información recepcionada es posible evidenciar los movimientos de la corteza en magnitud y dirección en un determinado intervalo de tiempo, cuyos resultados del análisis permiten realizar estudios específicos como:

- Análisis de esfuerzos (Tensión-Compresión) que pudiesen sufrir las redes de servicios eléctricos, hidráulicos, de transporte y telecomunicaciones.
- Determinación de la dirección y magnitud del movimiento en procesos de expansión de volcanes.
- Análisis de estabilidad de terrenos para la construcción de asentamientos residenciales e industriales.
- La ejecución de estos estudios conlleva a un mejor desarrollo y planificación de zonas urbanas y rurales.

Actualmente para la región de las Américas se ha planteado un modelo para analizar y relacionar la información GNSS recepcionada con la deriva continental. El modelo continental denominado VEMOS2009 (Velocity Model SIRGAS-2009) es el resultado de la aplicación de mínimos cuadrados y métodos estadísticos.

El método de las ondeletas ha sido desarrollado para analizar la variación de señales y datos en el tiempo. Su principal aplicación en las geociencias es en el campo de la geofísica, específicamente en el área de la sísmica, cuya función principal es la de servir como herramienta para el análisis e interpretación de las señales sísmicas recepcionadas por una serie de geófonos. Sin embargo esta herramienta ha sido utilizada en otros campos de las ciencias en los cuales se analiza, trata e interpretan señales eléctricas, imágenes, datos económicos y señales de audio-video.

## 2. GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM - GNSS

El GNSS por sus siglas en inglés, es principalmente un sistema de navegación. El principio fundamental de la navegación está basado en la medición de pseudorngos llamados entre el usuario y cuatro satélites. A partir de las coordenadas conocidas de los satélites y con un adecuado marco de referencia, las coordenadas de la antena del usuario pueden ser determinadas. Desde punto de vista geométrico tres mediciones gama son suficientes. Una cuarta observación es necesaria porque el reloj del receptor no está sincronizado con el reloj del satélite. Este error de sincronización es la razón de la expresión "pseudodistancia".

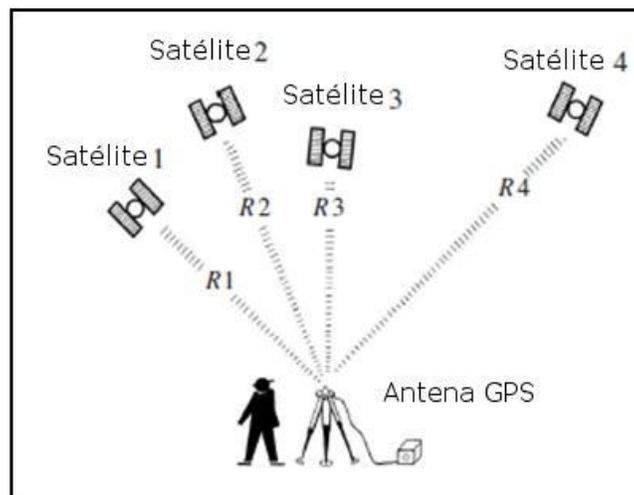


Figura 1. Principios básicos de posicionamiento con GNSS

La posición tridimensional del receptor es el punto donde se intersectan pseudodistancias de un grupo de satélites. El principio funcional del GNSS se basa en medir el tiempo empleado por la señal transmitida por los satélites en llegar al receptor del usuario, y este intervalo de tiempo es multiplicado por la velocidad de la luz para obtener la distancia satélite receptor.

$$\begin{aligned}
 p_r^s &= \rho_r^s + c(\delta t^s - \delta t_r) + I_r^s + T_r^s + M_r^s + \epsilon_p \\
 \phi_r^s &= \rho_r^s + c(\delta t^s - \delta t_r) + \lambda N_r^s - I_r^s + T_r^s + M_r^s + \epsilon_\phi \\
 \dot{\phi}_r^s &= \dot{\rho}_r^s + c(\delta \dot{t}^s - \delta \dot{t}_r) - \dot{I}_r^s + \dot{T}_r^s + \dot{M}_r^s + \dot{\epsilon}_\phi
 \end{aligned}$$

Donde:

$\rho$ : Pseudodistancia entre satélite y receptor

$\Phi$ : Fase  
c: Velocidad de la luz  
I: Componente por ionosfera  
T: Componente por troposfera  
M: Componente de mareas  
N: Ambigüedad  
 $\epsilon$ : Error asociado  
( $\delta t_s - \delta t_r$ ): Diferencia de relojes

### 3. SISTEMA DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO PARA LAS AMÉRICAS -SIRGAS

Un sistema de referencia es la definición conceptual completa de cómo un sistema de coordenadas se forma. Se define el origen y la orientación de los planos fundamentales o ejes del sistema. También incluye la matemática y la física fundamental que subyace en modelos físicos. Un sistema de referencia convencional es un sistema de referencia donde todos los modelos, las constantes numéricas y los algoritmos son explícitamente especificados. Un marco de referencia significa la realización práctica de un sistema de referencia a través de observaciones. Se compone de un conjunto de identificación de puntos de fiabilidad en el cielo (por ejemplo, las estrellas, los cuásares) o en la superficie de la Tierra (por ejemplo, estaciones fundamentales). Es descrito por un catálogo de las posiciones y los movimientos precisos (medibles) en una época específica.

SIRGAS es el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas. Su definición corresponde con el Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS: International Terrestrial Reference System) y su realización es una densificación regional del Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF: International Terrestrial Reference Frame). Además del sistema de referencia geométrico, SIRGAS se ocupa de la definición y realización de un sistema vertical de referencia basado en alturas elipsoidales como componente geométrica y en números geopotenciales (referidos a un valor  $W_0$  global convencional) como componente física.

Este sistema es la base para el desarrollo de proyectos comprometidos con la generación y utilización de información georreferenciada en la región, tanto a nivel nacional como internacional. Además de proveer las coordenadas de referencia para aplicaciones prácticas como proyectos de ingeniería, administración digital de información geográfica, infraestructuras de datos espaciales, etc.; SIRGAS es la plataforma para una variedad amplia de aplicaciones científicas como observación de deformaciones de la corteza terrestre, movimientos verticales, variación del nivel del mar, estudios atmosféricos, etc.

#### 3.1 CARACTERÍSTICAS DE SIRGAS

Las coordenadas SIRGAS están asociadas a una época específica de referencia y su variación con el tiempo es tomada en cuenta ya sea por las velocidades individuales de las estaciones SIRGAS o mediante un modelo continuo de velocidades que cubre todo el continente. Las realizaciones o densificaciones de SIRGAS asociadas a diferentes épocas y referidas a diferentes soluciones del ITRF materializan el mismo sistema de referencia y sus coordenadas, reducidas a la misma época y al mismo marco de referencia (ITRF), son compatibles en el nivel milimétrico.

El Dátum geodésico SIRGAS está definido por el origen, la orientación y la escala del sistema SIRGAS (ITRS). La conversión de coordenadas geocéntricas a coordenadas geográficas se adelanta utilizando los parámetros del elipsoide GRS80. La extensión del marco de referencia SIRGAS está dada a través de densificaciones nacionales, las cuales a su vez sirven de marcos de referencia local.

#### 3.2 ACERCA DE LAS COORDENADAS SIRGAS

La primera realización de SIRGAS (SIRGAS95) corresponde al ITRF94, época 1995.4 y está dada por una red GPS de alta precisión con 58 estaciones 36 distribuidas sobre América del Sur. Esta red fue re ocupada en el año

2000, extendiéndose a los países del Caribe y de Centro y Norte América. Por esta razón, el significado original del acrónimo SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur) cambió a Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas. La segunda realización de SIRGAS (SIRGAS2000) incluye 184 estaciones y corresponde al ITRF2000, época 2000.4. La precisión de las coordenadas de estas dos realizaciones está entre  $\pm 3 \dots \pm 6$  mm.

La tercera realización de SIRGAS es la red SIRGAS de Operación Continua (SIRGAS-CON). Actualmente está compuesta por más de 200 estaciones GNSS de funcionamiento permanente, de las cuales 48 pertenecen a la red global del IGS (International GNSS Service). SIRGAS-CON es calculada semanalmente por los centros de procesamiento y combinación de SIRGAS. Las coordenadas y velocidades finales de las estaciones SIRGAS-CON son puestas a disposición de los usuarios por el IGS-RNAAC-SIR (IGS Regional Network Associate Analysis Centre for SIRGAS), el cual opera en el DGFI (Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, Munich, Alemania). Las soluciones semanales fijas para la red SIRGAS-CON se refieren a la época de observación y al ITRF vigente, en la actualidad al IGS05, una realización del ITRF2005. Las coordenadas de las soluciones multianuales se refieren a una época específica, por ejemplo la solución SIR09P01 corresponde al IGS05, época 2005.0.

### 3.3. PRODUCTOS OFRECIDOS POR SIRGAS-CON

Después de efectuar la combinación de la red continental SIRGAS-CON-C con las subredes de densificación SIRGAS-CON-D, se generan los siguientes productos:

- Coordenadas semanales semilibres (loosely constrained) en formato SINEX para cálculos posteriores, por ejemplo, el poliedro global del IGS, soluciones multianuales, etc.
- Coordenadas semanales fijas ajustadas a la red IGS05 (realización del ITRF2005) para aplicaciones prácticas que requieran coordenadas de referencia en América Latina.
- Soluciones multianuales (coordenadas + velocidades) para aplicaciones prácticas y científicas que requieran de la variación de las coordenadas de referencia a través del tiempo.

Los productos SIRGAS-CON finales son proporcionados por el Centro de Análisis Asociado del IGS para SIRGAS (IGS Regional Network Associate Analysis Centre for SIRGAS, IGS-RNAAC-SIR), el cual opera actualmente en el Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI).

## 4. FILTROS

Un filtro es un operador lineal invariante en el tiempo. Actúa sobre los vectores de entrada  $x$ . El vector de salida  $y$  es la convolución de  $x$  con un vector fijo  $h$ . El vector  $h$  contiene los coeficientes del filtro  $h(0), h(1), h(2) \dots$ . Nuestros filtros son digitales, no análogos, por lo que los coeficientes  $h(n)$  llegan en el instante  $t = nT$  en tiempos discretos. El período  $T$  de muestreo se supone que es una dirección. Las entradas  $x(n)$  y salidas  $y(n)$  vienen en todos los tiempos  $t = 0, 1, 2, \dots$ . Convolución de  $h * x$  en el dominio del tiempo:

$$Y(n) = \sum_k h(k) * x(n - k)$$

Convolución con el vector  $h$  se convertirá en la multiplicación por una función de  $H$ . La acción de un filtro en el tiempo y la frecuencia es la base sobre la que se fundamenta el procesamiento de señales.

Un banco de filtros es un conjunto de filtros. El banco de análisis a menudo tiene dos filtros, uno paso bajo y otro paso alto. Se separa la señal de entrada en bandas de frecuencia. Las subseñales se pueden comprimir mucho más eficientemente que la señal original. Entonces pueden ser transmitidas o almacenadas. Se está describiendo la "subbanda de codificación" y sus aplicaciones. En cualquier momento, las señales pueden ser recombinadas (por

el banco de síntesis). No es necesario preservar los resultados completos de los filtros de análisis. Normalmente se disminuyen. Se Mantiene sólo los componentes, incluso de paso bajo y paso alto de las salidas del filtro.

## 5. TEORÍA WAVELET

Las wavelet u ondeletas son pequeñas ondas que permiten tratar una serie de datos, para obtener información de interés en otro dominio y espacio vectorial, o también permiten modificar el contenido de la información original. El término wavelet fue asignado en la literatura geofísica por Morlet (1982), puès fue implementada como técnica para el procesamiento de señales sísmicas. Sin embargo, la evolución de las ondeletas se ha llevado a cabo sobre diversas disciplinas como la economía, la medicina, la ingeniería, la estadística, el diseño, la geodesia y la geodinámica.

Las wavelets son funciones que permiten realizar transformaciones y análisis de una serie de datos en el espacio-tiempo a el dominio espectral (frecuencia-energía) o en el mismo temporal, así mismo son utilizadas como herramientas de: tratamiento de señales, filtrado, predicción, estimación y compresión de datos. Aunque se considera que las ondeletas aplican el mismo principio de Fourier donde se busca representar una función  $X(t)$  en términos de tiempo-espacio, como una función  $X(w)$  cuyas características sean del dominio espectral es decir sean dadas por la amplitud y la longitud de onda por medio de operaciones como la convolución, las características de las ondeletas ofrecen ciertas ventajas para el tratamiento de la información, a continuación enunciaremos algunas de ellas:

- Las ondeletas deben presentar oscilaciones, que permitan identificar cambios a diversas escalas.
- Deben poseer un soporte compacto, es decir que la cantidad de información o energía de entrada debe ser la misma de la transformada sin modificar a alguno de sus componentes.
- Las ondeletas permiten la transformación de información no estacionaria.
- Las ondeletas permiten la transformación de información no estacionaria.
- El algoritmo de cálculo es igual o más eficiente que la Transformada Rápida de Fourier.
- El tratamiento de los datos a diversas escalas es más eficiente que la transformada rápida de Fourier la cuál debe aplicarse cada vez que se ajusta el ancho de la ventana de transformación.
- Las ondeletas permiten reconstruir la información transformada sin modificar su contenido.
- Es posible obtener versiones reducidas por niveles de la información transformada.
- Con las ondeletas se pueden identificar cambios en la información dando la posibilidad de ubicarlos en el dominio temporal.
- Las ondeletas permiten realizar procesos de suavizado de información a diversas escalas, sin ocasionar perdidas de la información inicial.

Suponga que se posee una función  $f(x)$  sobre la que se desea obtener una versión suavizada y una versión compuesta por las variaciones o diferencias en su comportamiento a través del traslado en el tiempo, que al unir las pueda reconstruir la función original.

$$f(x) = \textit{Suavizada} + \textit{Variaciones}$$

La versión suavizada será obtenida mediante la técnica conocida en la teoría de Fourier como filtrado, donde a partir de la operación de convolución, es posible obtener una función libre de ruido o suavizada. Siguiendo el mismo procedimiento debe ser posible obtener la función de ruido o de las diferencias. Esto ha sido abordado desde la técnica conocida como filtrado, donde ha sido posible obtener básicamente dos tipos de filtros: De *paso bajo* (Suavizado), y de *paso alto* (Diferencias). En el desarrollo de esta técnica, se determinó a groso modo, que el filtro de *paso alto* es una modificación de los coeficientes del filtro de *paso bajo* (Suavizado), es decir al variar el signo o valor de algunos de los coeficientes del filtro de *paso bajo*, era posible obtener la función de las diferencias.

## 5.1 RELACIÓN ENTRE LOS FILTROS Y WAVELETS

Sea  $\theta(x)$  una función en forma de onda tal que sirva como base para generar el filtro *paso alto* y *bajo* a partir de la modificación de los coeficientes que la definen.

$$\Phi(x) = H \theta(x) \quad \Phi(x): \text{Wavelet Padre}$$

$$\varphi(x) = G \theta(x) \quad \varphi(x): \text{Wavelet Madre}$$

Donde H es filtro paso bajo y G filtro paso alto.

## 5.2 TRANSFORMACIÓN DIRECTA WAVELET (ANÁLISIS WAVELET)

Permite obtener información adicional a partir de la descomposición de la señal en términos de coeficientes que representan versiones suavizadas y de diferencias de la señal original, a diversas escalas. La transformación directa wavelet permite llevar a cabo procesos de análisis multitemporal de la información, detección y filtrado de ruido.

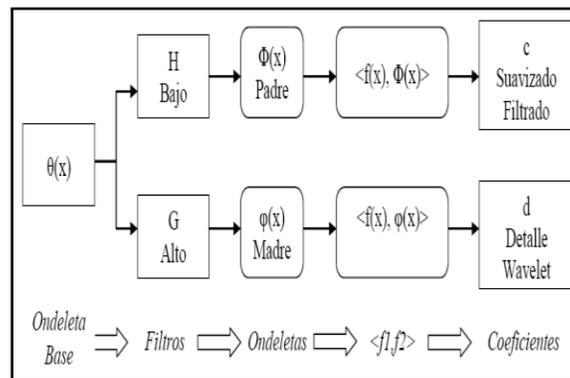


Figura 2. Esquema análisis Wavelet.

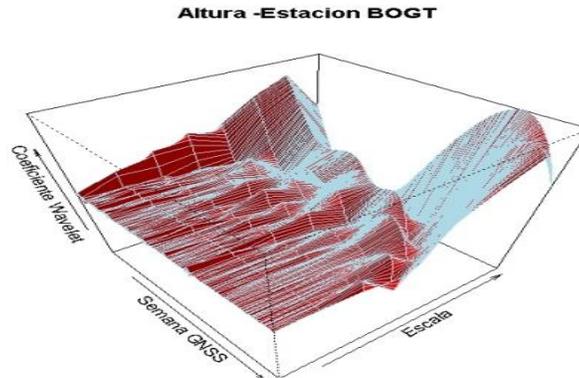
## 6. PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO

Para la aplicación de las ondeletas como técnica de análisis de series temporales de posicionamiento GNSS, es necesario que la información sea regular, para conservar la escala temporal y de esta manera, la obtención de coeficientes a diversos niveles no sean afectados por diferencias significativas que contengan intervalos temporales demasiado amplios que sobredimensionen las diferencias.

Para obtener los coeficientes wavelet es necesario que la serie sea expresada como un intervalo diádico, es decir que su longitud sea equivalente a una potencia de dos, es decir:

$$2^n = \text{Longitud intervalo diádico } ()$$

Una vez seleccionado el intervalo diádico, se procede a realizar la transformación wavelet directa (NDWT), haciendo uso de una ondeleta que cumpla con las condiciones de ortonormalidad, simetría, debe tener gran cantidad de momentos de desvanecimiento y la condición más importante que cumpla con el principio de entropía.



**Figura 3. Coeficientes Wavelet**

A partir de los coeficientes obtenidos, se procede a determinar el espectro wavelet el cual permite acentuar los coeficientes más representativos.

### 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez obtenidos los coeficientes wavelet se procede a determinar los desplazamientos en el intervalo diádico del punto recepcionado, reescalando las diferencias obtenidas. Mediante este procedimiento se obtuvieron unas velocidades de desplazamiento las cuales fueron comparadas con respecto a un modelo de velocidad GNSS (VEMOS09) desarrollado para la región, como se muestra en la figura 2.

**Tabla 1: Desplazamientos Estación BOGA Semana 1048-1303**

Método de determinación	$V_x$ ( $ms^{-1}$ )	$V_y$ ( $ms^{-1}$ )	$V_z$ ( $ms^{-1}$ )	$V_N$ ( $ms^{-1}$ )	$V_E$ ( $ms^{-1}$ )	$V_H$ ( $ms^{-1}$ )
VEMOS 09	-0.0149	0.0409	0.0174			
Wavelet	-0.019294	0.04430	0.018457	0.0480503	-0.007049	-0.01773
$\Delta$	0.004394	0.0034	0.001057			

A partir de la amplitud del espectro wavelet fue posible detectar ocurrencias temporales de los desplazamientos más fuertes de la estación y de esta manera llevar a cabo una asociación con datos de otra naturaleza y entre datos de estaciones cercanas (aproximadamente 1 Km).

Semana GNSS	Fecha Correspondiente
1064	31/05/00
1072	26/07/00
1112	02/05/01
1120	27/06/01
1126	08/08/01
1145	19/12/01
1161	10/04/02
1169	05/06/02
1173	03/07/02
1180	21/08/02
1189	23/10/02
1206	19/02/03
1219	21/05/03
1226	09/07/03
1250	23/12/03
1269	05/05/04

Semana GNSS	Fecha Correspondiente
1174	2002-07-10
1179	2002-08-14
1200	2003-01-08
1205	2003-02-12
1218	2003-05-11
1221	2003-06-04
1226	2003-07-09
1258	2004-02-15
1275	2004-06-16
1302	2004-12-21
1317	2005-04-06
1327	2005-06-15
1329	2005-06-29
1332	2005-07-18
1334	2005-08-03

**Figura 4: Asociación entre estaciones GNSS. BOGA y BOGT, Intervalo GNSS 1048 - 1430**

## 8. CONCLUSIONES

- El valor de desplazamiento obtenido mediante la transformación wavelet depende de las características de la ondeleta utilizada como momentos de desvanecimiento y grado de asimetría; a su vez también depende de la longitud del intervalo diádico. Para la aplicación del método de ondeletas, se utilizó la ondeleta Daubechies con 10 momentos de desvanecimiento.
- La transformación wavelet permite obtener desplazamientos escalados a diversas resoluciones temporales, que para nuestro caso son semanales, quincenales, mensuales, bimestrales, cuatrimestres y así sucesivamente según la longitud del intervalo diádico utilizado para la transformación wavelet. Para nuestro caso debía ser un intervalo diádico cuya proporción de valores estimados/medidos no superara el 13%, y que estos pertenecieran a una ventana temporal de mínimo 104 (Semanas GNSS) permitiendo clasificar los desplazamientos en niveles donde el nivel menos detallado contendría el valor del desplazamiento escalado wavelet del intervalo diádico, mientras que el nivel más detallado contendría los desplazamientos semanales de la estación
- El espectro wavelet permite resaltar las diferencias más relevantes en la serie de tiempo sobre nivel más fino o sobre otros niveles.
- La amplitud del espectro wavelet permite identificar momentos o correspondencias temporales en que el desplazamiento es más pronunciado en un nivel determinado.
- La aplicación de wavelets a series temporales de posicionamiento GNSS permite obtener productos relacionados al desplazamiento de la estación, y su correspondencia en un intervalo de tiempo. Estos productos obtenidos, asociados a otro tipo de mediciones temporales pueden ser de utilidad a otras disciplinas relacionadas con temas geoespaciales y ambientales, como la geodinámica, la geofísica, la meteorología, etc.

## REFERENCIAS

- Dalda, A. (2008). *Curso Avanzado De Posicionamiento Por Satélite*. IGN - España.
- Huerta, E.; Mangiaterra, A.; Noguera, G. *GPS: posicionamiento satelital*, 1a. ed. UNR Editora. Universidad Nacional de Rosario. 2005.
- Keller, Wolfgang. (2004). *Wavelets in Geodesy and Geodynamics*. Berlín, Alemania. Geodätisches Institut, Universität Stuttgart.
- Mallat, Stéphane. (1999). *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Segunda Edición. École Polytechnique. Paris, Francia.
- Nason, Guy. (2008). *Wavelet Methods with R*. University of Bristol. Bristol, UK.
- Nguyen, Truong; STRANG, Gilbert. (1996). *Wavelets and Filter Banks*. University of Wisconsin. Wisconsin, USA.
- Schofield, Wilfred. *Engineering surveying*, 6th edición, Cap 9. Oxford, UK. 2007.
- Seeber, Günter. (2003). *Satellite Geodesy*, Segunda Edición. Institut für Erdmessung, Universität Hannover. Berlín, Alemania.
- Walnut, David F. *An Introduction to Wavelet Analysis*. University of Maryland. Boston, USA. 2002.

### **Autorización y renuncia**

*Los autores autorizan a LACCEI para publicar el escrito en las memorias de la conferencia. LACCEI o los editores no son responsables ni por el contenido ni por las implicaciones de lo que esta expresado en el escrito.*