

# **Diseño de una Guía Metodológica Basada en Normas Técnicas para la Divulgación y Aplicación del Gráfico de Control Multivariante T2 de Hotelling**

**Gerardo Avendaño Prieto**

Universidad EAN, Bogotá, Colombia, gavendanop@ean.edu.co

**Gustavo Andres Campos**

Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España, gustavoacampos@hotmail.com

## **RESUMEN**

El control estadístico que se aplica actualmente en las empresas permite detectar cambios en el proceso productivo que evidencian pérdidas de calidad en el producto. El control simultáneo de varias variables se ha desarrollado profundamente en los últimos años demostrando que los gráficos multivariantes son una opción más potente que los univariados. Por lo tanto se ha realizado una guía metodológica basada en normas técnicas que permite divulgar y aplicar el gráfico de control multivariante T2 de Hotelling dentro del contexto de control estadístico de procesos, describiendo los conceptos teóricos del gráfico y presentando los avances obtenidos en los últimos años y las ventajas que ofrece la aplicación del gráfico de control T2 de Hotelling frente a gráficos de control univariantes. Además se establecen criterios y parámetros necesarios mediante el uso de la norma ISO/IEC DIRECTIVES, PART 2 RULES FOR THE STRUCTURE AND DRAFTING OF INTERNATIONAL STANDARDS, que sirven como fundamento para la metodología desarrollada.

**Palabras claves:** Guía Metodológica, gráfico T2 de Hotelling, normalización.

## **ABSTRACT**

El control estadístico que se aplica actualmente en las empresas permite detectar cambios en el proceso productivo que evidencian pérdidas de calidad en el producto. El control simultáneo de varias variables se ha desarrollado profundamente en los últimos años demostrando que los gráficos multivariantes son una opción más potente que los univariados. Por lo tanto se ha realizado una guía metodológica basada en normas técnicas que permite divulgar y aplicar el gráfico de control multivariante T2 de Hotelling dentro del contexto de control estadístico de procesos, describiendo los conceptos teóricos del gráfico y presentando los avances obtenidos en los últimos años y las ventajas que ofrece la aplicación del gráfico de control T2 de Hotelling frente a gráficos de control univariantes. Además se establecen criterios y parámetros necesarios mediante el uso de la norma ISO/IEC DIRECTIVES, PART 2 RULES FOR THE STRUCTURE AND DRAFTING OF INTERNATIONAL STANDARDS, que sirven como fundamento para la metodología desarrollada.

**Palabras claves:** Guía Metodológica, gráfico T2 de Hotelling, normalización.

## **1. INTRODUCCIÓN**

Las empresas utilizan diferentes herramientas estadísticas para controlar sus procesos productivos, el control estadístico de procesos (SPC, por sus siglas en inglés) proporciona soluciones al momento de inspeccionar la calidad de determinado producto, mediante el uso de diversos tipos de gráficos de control; entre los más utilizados se encuentran el EWMA, Shewhart, y CUSUM, los cuales comparten una característica en común, son gráficos univariantes, es decir; controlan una única característica de calidad; pero en la práctica, la mayoría de los escenarios de monitoreo y control incluyen varias variables relacionadas. Es aquí donde el control estadístico de

procesos multivariante (MSPC) cobra importancia; el gráfico de control multivariado T<sup>2</sup> de Hotelling (análogo al  $\bar{X}$  de Shewhart para el caso univariante) es uno de los más usados.

Este trabajo se ha dividido en 3 etapas, la primera hace referencia al proceso de normalización, se hace una descripción y se enmarca la guía metodológica dentro de dicho proceso, además se hace una corta descripción de la norma ISO/IEC DIRECTIVES, PART 2 RULES FOR THE STRUCTURE AND DRAFTING OF INTERNATIONAL STANDARDS, se contrasta el contenido de ésta con las normas existentes sobre gráficos de control, de éste modo se obtienen criterios para elaborar la guía. En la segunda se describen los conceptos teóricos y antecedentes del estadístico T<sup>2</sup> de Hotelling y del control estadístico de procesos. La tercera es la guía metodológica como tal, se describe detalladamente el gráfico de control T<sup>2</sup> de Hotelling teniendo en cuenta los parámetros que se utilizan en la elaboración de normas técnicas facilitando así su aplicación, por ello la pertinencia de la primera etapa.

## **2. NORMALIZACIÓN**

Teniendo en cuenta que para la elaboración de la guía metodológica serán utilizados algunos parámetros que se usan en la preparación de normas técnicas, y que a su vez, estas normas son producto del proceso de normalización, se hace necesaria la descripción de dicho proceso.

En primer lugar se define normalización como una actividad que consiste en establecer, respecto a problemas reales o potenciales, disposiciones y/o soluciones técnicas para uso común y repetido, encaminadas al logro del grado óptimo de orden en un contexto dado. Por tanto, la normalización consiste básicamente en la elaboración, difusión y aplicación de las normas técnicas.

### **2.1. NORMALIZACIÓN REALIZADA POR ORGANISMOS NACIONALES Y/O INTERNACIONALES**

Este tipo de normalización es realizada por diferentes entidades; internacionalmente una de las más conocidas es ISO (International Organization for Standardization); en Colombia el proceso de normalización es llevado a cabo por el Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación ICONTEC. Dicho proceso está acorde con los parámetros internacionales, mereciendo así gran reconocimiento en el ámbito latinoamericano. ICONTEC cuenta con cerca de 150 comités técnicos, y se vale de estos para realizar el proceso de normalización. Un comité técnico es un conjunto interdisciplinario integrado por representantes de la industria, universidades, gobierno, institutos de investigación, usuarios, y expertos del Organismo Nacional de Normalización, que establecen mediante consenso, parámetros fundamentales que rigen la normalización de productos, procedimientos o servicios.

Las normas son documentos de carácter voluntario a los cuales se les puede conferir el carácter de obligatorio cumplimiento, si contemplan aspectos relacionados con la salud, la seguridad y la protección del medio ambiente.

### **2.2 NORMAS TÉCNICAS RELACIONADAS CON LA ELABORACIÓN DE LA GUÍA**

Son varias las normas técnicas que se han desarrollado alrededor del control estadístico de procesos, pero ninguna aborda el aspecto multivariante. Las normas vigentes que maneja el Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación ICONTEC que pueden aportar a la temática del presente trabajo se muestran en la tabla 1.

Además de las normas citadas en la tabla 1, se prestará especial atención a la siguiente norma: ISO/IEC DIRECTIVES PART 2. RULES FOR THE STRUCTURE AND DRAFTING OF INTERNATIONAL STANDARDS. El objeto de esta norma se describe a continuación: “Este documento especifica las reglas para la estructuración y redacción de los documentos que pretenden convertirse en normas internacionales, especificaciones técnicas o como especificaciones disponibles públicamente. Tan práctico como sea posible, estas reglas también aplican para documentos que pretendan convertirse en reportes técnicos o guías” Las reglas también dan algunas pautas con respecto a la presentación

**Tabla 1. Normas técnicas en el control estadístico de procesos**

<b>Número</b>	<b>Título</b>	<b>Resumen</b>	<b>Aporte a la guía Metodológica</b>
NTC-ISO 7873	Gráficos de control para promedio aritmético con límites de advertencia	Especifica procedimientos para el control estadístico de procesos	Estructura y redacción
NTC-ISO 7870	Gráficos de control. Guía e introducción generales	Presenta los elementos clave y la filosofía del enfoque de los gráficos de control, e identifica una amplia variedad de gráficos de control, incluyendo los relacionados con los gráficos de control de shewhart.	Estructura, redacción y conceptos teóricos
NTC-ISO 8258	Gráficos shewhart	Establece una guía para comprender y utilizar el enfoque de los gráficos de control de shewhart dentro de los métodos para el control estadístico de procesos	Estructura, redacción y conceptos teóricos
NTC 2062-1 NTC 2062-2	Estadística. Vocabulario y símbolos. Parte 1 y 2. Control estadístico de la calidad	Define los términos de control estadístico de la calidad que pueden ser usados en el desarrollo de otras normas.	Términos

Fuente: [www.icontec.org.co](http://www.icontec.org.co)

La norma ISO/IEC DIRECTIVES PART 2 principalmente otorga directrices para estructura y redacción de normas técnicas, por tanto se hará una breve descripción de dichas directrices a continuación.

### 2.2.1. DIRECTRICES PARA LA ESTRUCTURA DE DOCUMENTOS NORMATIVOS

La norma muestra el modo en el cual se deben subdividir los documentos normativos. Los términos en los cuales se deben designar las divisiones y subdivisiones que un documento puede tener se muestran en la tabla 2.

**Tabla 2. Nombre de las divisiones y subdivisiones**

<b>Término</b>	<b>Ejemplo de la numeración</b>
Sección	9999-1
Clase	1.
Subclase	1.1
Subclase	1.1.1
Paragrafo	No numerado
Anexo	A

Fuente: iso/iec directives part 2

La estructura de un arreglo típico para un documento normativo se ilustra en la tabla 3.

**Tabla 3. Ejemplo típico del orden de los elementos de un documento normativo**

<b>Tipo de elemento</b>	<b>Arreglo de elementos en un documento</b>	<b>Contenido permitido de elemento(s) en el documento</b>
Informativo preliminar	Página de título	Título
	Tabla de contenido	Contenido generado.
	Prólogo	Texto, otas, Notas al pie de página
	Introducción	Texto, Figuras, Tablas, Notas Notas al pie de página
Normativa General	Título	Texto
	Objeto	Texto, figuras, tablas, notas
	Referencias Normativas	Referencias, notas al pie de página
Normativa técnica	Términos y definiciones	Texto
	Símbolos y términos abreviados	Figuras Tablas Notas
	Anexos normative	Notas al pie de página
Informativo suplementario	Anexo informative	Texto, Figuras, Tablas, Notas Notas al pie de página
Normativa técnica	Anexo normative	Texto, Figuras, Tablas, Notas Notas al pie de página
Informativo suplementario	Bibliografía	Referencias Notas al pie de página
	Índice	

Fuente: iso/iec directives, part 2

## 2.2.2 DIRECTRICES PARA LA REDACCIÓN DE DOCUMENTOS NORMATIVOS

Los elementos significativos que debe contener un documento normativo según lo que propone la norma ISO/IEC DIRECTIVES, PART 2, se describen a continuación:

**Introducción:** La introducción es un elemento preliminar optativo, si es requerido, para dar información específica o comentario sobre el contenido técnico del documento, y sobre las razones que incitan su preparación. No contendrá requisitos. La introducción no se numerará a menos que haya una necesidad de crear las subdivisiones numeradas. En este caso, se numerará 0, con subclases numeradas así: 0.1, 0.2, etc.

**Alcance:** Éste elemento debe aparecer al principio del documento y definir sin ambigüedad el tema y los aspectos que comprende. Igualmente debe indicar los límites de aplicabilidad del documento o las partes particulares de este. No debe contener requerimientos. En documentos que estén subdivididos en partes, el alcance de cada una debe definir el tema de esa parte del documento únicamente. El alcance debe ser breve de modo que pueda ser utilizado como resumen para propósitos bibliográficos.

**Términos y definiciones:** Son elementos opcionales que permiten la comprensión de ciertos términos utilizados en el documento. La redacción introductoria presentada a continuación debe ser utilizada donde todos los términos y definiciones estén dados en el documento mismo:

“Para los propósitos de este documento aplican los siguientes términos y definiciones”

En el caso en el que existan términos definidos en uno o más documentos distintos, también aplica con las alteraciones que sean necesarias: por ejemplo, en caso de series de documentos asociados dónde la parte uno específica los términos y definiciones para varias o para el resto de partes.

“Para los propósitos de este documento, aplican los términos y definiciones dados en... y los siguientes”

**Símbolos:** Es un elemento opcional el dar una lista de símbolos y términos abreviados necesarios para la comprensión del documento.

Para obtener los parámetros adecuados en la elaboración de la guía metodológica, se contrastarán los elementos que propone la norma ISO/IEC DIRECTIVES, PART 2, frente a los elementos que contienen las normas existentes sobre gráficos de control, presentados en la tabla 4.

**Tabla 4. Contenido de normas de gráficos de control frente a la norma ISO/IEC DIRECTIVES, PART 2**

<b>Tipo</b>	<b><i>NTC-ISO 7873</i></b>	<b><i>NTC-ISO 7870</i></b>	<b><i>NTC-ISO 8258</i></b>
Prólogo	No	No	Si
Introducción	Si	No	Si
Objeto	Si	Si	Si
Referencias normativas	Si	Si	No
Términos definiciones y/o símbolos	No	Si	Si

Fuente: elaboración propia

Se ha dispuesto que los elementos que contendrá la guía metodológica sean introducción, objeto, referencias normativas, términos y definiciones. El prólogo será omitido, ya que éste elemento contiene información sobre el organismo de normalización y las entidades que participaron en la elaboración del documento, por lo tanto no aplica. Para el caso particular de la guía metodológica se adjuntaran condiciones de aplicación y la descripción del método.

### 3. CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE EL GRÁFICO DE CONTROL T<sup>2</sup> DE HOTELLING

#### 3.1. GENERALIDADES

En la mayoría de escenarios productivos es necesario controlar dos o más variables de calidad en un mismo producto, se podría de forma arbitraria aplicar un gráfico de control univariante por separado a cada una de las variables, pero esta técnica no es muy eficiente ya que al tratarse de un mismo producto, las variables estarían correlacionadas y este tipo de gráficos no tiene en cuenta esta situación, por ende se pueden obtener resultados erróneos.

#### 3.2. PROBABILIDAD DE FALSA ALARMA

Suponiendo que se tiene un producto con dos características de calidad y después de aplicarles el gráfico  $\bar{X}$  el proceso se encuentra bajo control para cada una de las variables. La probabilidad de que una de las variables exceda los límites de control tres sigma (probabilidad de error tipo I) es 0,0027. Si se analiza la probabilidad de que ambas variables de forma conjunta excedan sus límites de control se obtendrá mediante su producto  $(0,0027)*(0,0027) = 0,00000729$ , lo que es considerablemente menor si el número de variables es mayor, el valor de esta probabilidad disminuirá aún más.

Por otra parte y suponiendo que las variables son independientes, la probabilidad de que aparezca una observación fuera de control cuando el proceso está bajo control es  $1 - (1 - 0.0027)*(1 - 0.0027) = 0.0054$ . Por tanto, la probabilidad del error tipo I es mayor cuando son utilizados dos gráficos de control en los que no se han modificado los límites de control; así pues, la distorsión que se produce en el procedimiento de control múltiple aumenta según el número de variables que se están analizando simultáneamente. Si son controladas p variables independientes, con gráficos con error tipo I de probabilidad  $\alpha'$ , la probabilidad del error tipo I para el proceso en conjunto se presenta en la ecuación siguiente:

$$\alpha' = 1 - (1 - \alpha)^p$$

Los valores usualmente usados de la probabilidad de falsa alarma en gráficos multivariantes son 0.003 o 0.005

### 4. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

#### 4.1. GRÁFICO DE CONTROL T<sup>2</sup> DE HOTELLING. GUÍA METODOLÓGICA

El gráfico T<sup>2</sup> de Hotelling es un gráfico de control dentro del control estadístico de procesos, que proporciona soluciones cuando es requerido monitorear dos o más variables de un mismo producto. El gráfico T<sup>2</sup> de Hotelling es considerado análogo al  $\bar{X}$  de Shewhart para el caso univariante. Este gráfico se basa en un estadístico comúnmente denominado T<sup>2</sup>, dicho estadístico es un escalar que combina información para la dispersión y media de las variables que se están analizando.

##### 4.1.1. REFERENCIAS NORMATIVAS

ISO/IEC Directives, Part 2. Rules for the structure and drafting of international standards.

NTC-ISO 8258, Gráficos de control de shewhart.

NTC-ISO 7873, Gráficos de control para promedio aritmético con límites de advertencia

NTC 2062-1, Estadística - Vocabulario y símbolos -Parte 1. Control estadístico de la calidad.

NTC 2062-2, Estadística - Vocabulario y símbolos -Parte 2. Control estadístico de la calidad.

## 4.2. CONDICIONES DE APLICACIÓN

Antes de implementar el gráfico se debe tener en cuenta las siguientes condiciones.

Como en toda implementación de métodos estadísticos en control de calidad, se debe hacer previamente un análisis estadístico del proceso a analizar durante un periodo base.

Se debe asumir una distribución normal multivariante.

Se deben conocer los verdaderos parámetros de la distribución, es decir, conocer el vector de medias y la matriz de varianzas y covarianzas. En caso de no conocerlas, deben ser estimadas.

Las variables en consideración deben estar correlacionadas.

Se deben discriminar si los datos son subagrupados o si son observaciones individuales

El método presentado en ésta guía para el uso del gráfico  $T^2$  de Hotelling requiere que el número de variables en consideración no sea demasiado grande, por ejemplo menor o igual a diez. Para la determinación de la variable o variables cuando se presenta una salida de control se utiliza un programa de redes neuronales que permite detectar la variable responsable del cambio.

## 4.2. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

Para la utilización del gráfico de control  $T^2$  de Hotelling se debe calcular un estadístico por cada muestra tomada. El valor de este estadístico se sitúa en un punto del gráfico el cual contiene un único límite de control; si el valor de algún estadístico supera este límite, se considera que el proceso está fuera de control. Todos los valores que toma el estadístico  $T^2$  son no negativos.

### 4.3.1. ESTADÍSTICO CON $\mu_0$ Y $\Sigma_0$ CONOCIDOS.

En el caso donde sea necesario controlar  $p$  variables de calidad correlacionadas con una distribución de probabilidad normal  $p$ -variante, si el proceso está bajo control, el estadístico  $T_i^2$  se debe calcular así:

$$T_i^2 = n(\bar{X}_i - \bar{\mu}_0)' \Sigma_0^{-1} (\bar{X}_i - \bar{\mu}_0)$$

Donde:

$\bar{X}_i$  es el vector de medias muestrales,  $\bar{X}_i = \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \vdots \\ \bar{X}_p \end{bmatrix}$ ,  $\bar{X}_j$  es la media muestral de la  $j$ -ésima variable.

$\bar{\mu}_0$  es el vector de medias bajo control,  $\bar{\mu}_0 = (\mu_{0,1}, \mu_{0,2}, \dots, \mu_{0,p})'$ ,  $\mu_{0,j}$  es la media de la  $j$ -ésima variable.

$\Sigma_0$  es la matriz de varianzas covarianzas de las  $p$  variables.

$n$  es el tamaño de la muestra.

Esta ecuación es llamada estadístico  $T^2$  de Hotelling y es utilizada cuando el valor de los parámetros  $\Sigma_0$  y  $\mu_0$  son conocidos. Este estadístico se distribuye como una Chi cuadrado central con  $p$  grados de libertad.

### 4.3.2 ESTADÍSTICO CON $\mu_0$ Y $\Sigma_0$ DESCONOCIDOS.

Si los valores de la expresión  $\mu_0$  y  $\Sigma_0$  no son conocidos, se deben determinar a partir de muestras de tamaño  $n$ , estas muestras se deben obtener cuando el proceso esté bajo control, al obtener  $m$  muestras, las medias y las varianzas muestrales de cada muestra se determinan como sigue:

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk} \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

La covarianza entre la variable de calidad  $j$  y la variable de calidad  $h$  en la  $k$ -ésima muestra es:

$$S_{jkh} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}) \quad \begin{cases} k = 1, 2, \dots, m \\ j \neq h \end{cases}$$

Donde:

$X_{ijk}$  es la  $i$ -ésima observación de la  $j$ -ésima variable de calidad de la  $k$ -ésima muestra.

$n$  es el tamaño de la muestra.

Al promediar los valores encontrados de las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$\bar{\bar{X}}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad j = 1, 2, \dots, p$$

$$\bar{S}_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad j = 1, 2, \dots, p$$

$$\bar{S}_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jkh} \quad j \neq h$$

Donde

$m$  es el número de muestras.

$p$  es el número de variables.

La matriz de varianzas covarianzas se determina con el siguiente arreglo:

$$S = \begin{bmatrix} \bar{S}_1^2 & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & \cdots & \bar{S}_{1p} \\ & \bar{S}_2^2 & \bar{S}_{23} & \cdots & \bar{S}_{2p} \\ & & \bar{S}_3^2 & & \vdots \\ & & & \ddots & \bar{S}_p^2 \end{bmatrix}$$

Con esta información, el cálculo del estadístico  $T^2$  se realiza mediante la ecuación

$$T_i^2 = n(\bar{\bar{X}}_i - \bar{\bar{X}})' S^{-1} (\bar{\bar{X}}_i - \bar{\bar{X}})$$

Donde:

$$\bar{\bar{X}}_i \text{ es el vector de medias muestrales, } \bar{\bar{X}}_i = \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \vdots \\ \bar{X}_p \end{bmatrix}, \bar{X}_j \text{ es la media muestral de la } j\text{-ésima variable.}$$

$\bar{\bar{X}}$  Es el vector de medias de las medias

$\Sigma_0$  Es la matriz de varianzas covarianzas de las  $p$  variables.

$n$  Es el tamaño de la muestra.

## 5. COMPARACIÓN ENTRE GRÁFICO T2 DE HOTELLING Y P GRÁFICOS $\bar{X}$ DE SHEWHART

Es importante comparar los resultados obtenidos con el gráfico multivariante T2 de Hotelling frente a los resultados que arrojaría la utilización de los tradicionales gráficos  $\bar{X}$  de Shewhart. Entonces se procederá a generar los gráficos  $\bar{X}$  para cada variable del ejemplo.

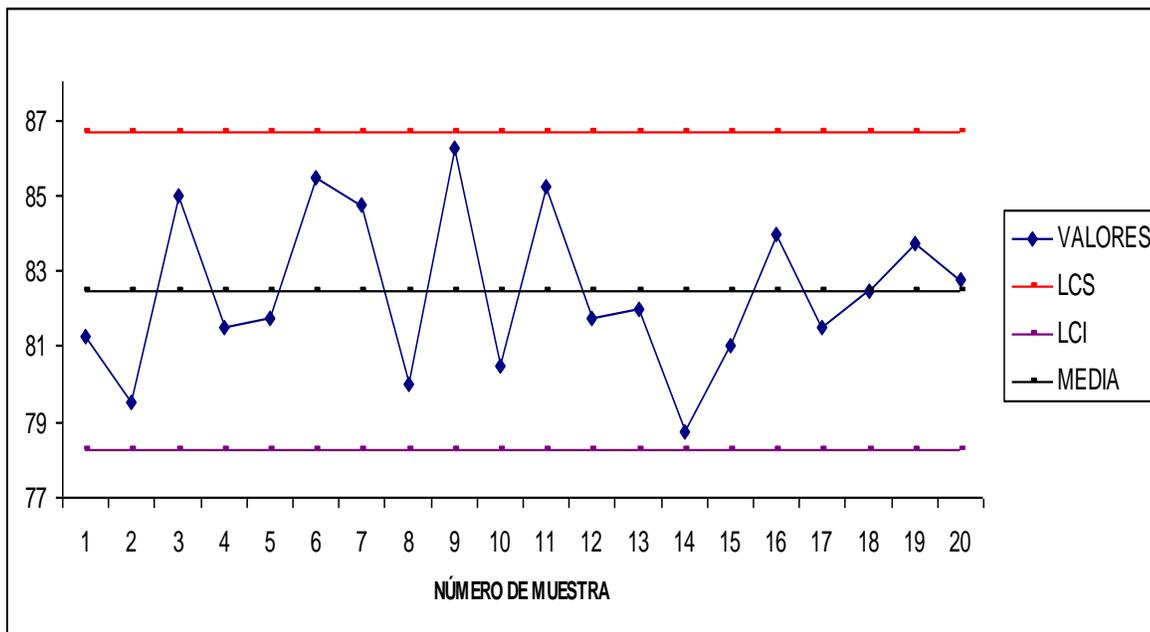


Figura 1 - Gráfico  $\bar{X}$  para la variable 1

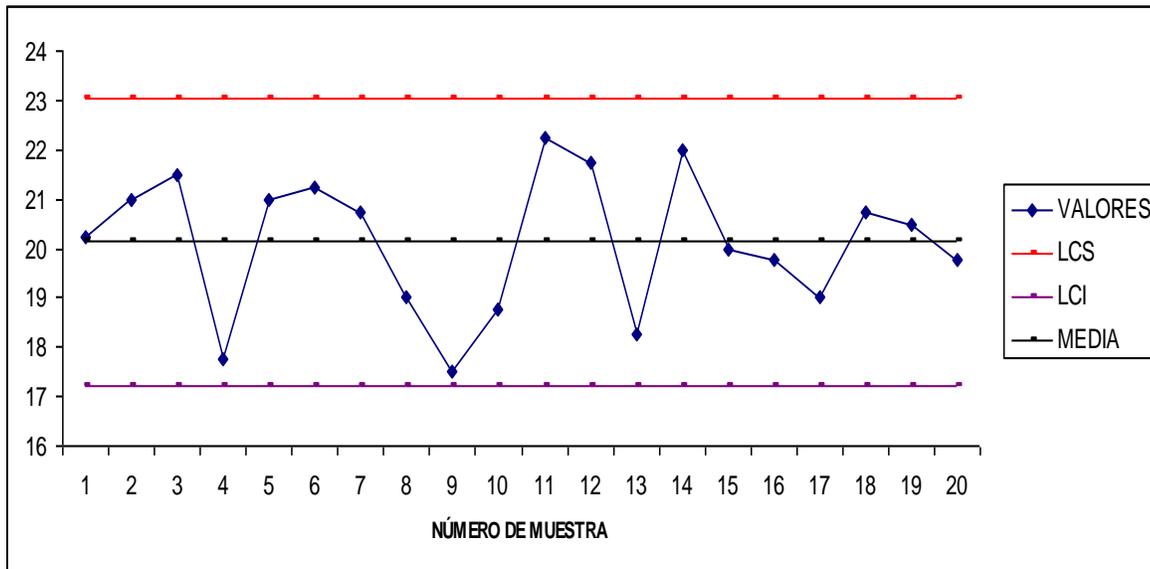


Figura 1 - Gráfico  $\bar{X}$  para la variable 2

### 5.1 RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN DEL EJEMPLO

Los gráficos  $\bar{X}$  resultantes no generan puntos fuera de control. Así se demuestra que los gráficos  $\bar{X}$ , al no tener en cuenta la correlación entre las variables, omiten puntos que al ser analizados de forma conjunta reportan salidas de control. Cabe destacar que en la variable 1, la muestra 9 corresponde al máximo valor muestral y en la variable 2, ésta misma muestra tiene el mínimo valor; es posible que ésta situación sea la causa de la salida de control en el gráfico T2.

## 6. CONCLUSIONES

La guía metodológica propuesta, basada en la norma ISO/IEC DIRECTIVES, PART 2 RULES FOR THE STRUCTURE AND DRAFTING OF INTERNATIONAL STANDARDS, permite gran aplicación, ya que presenta uniformidad en cuanto a su estructura, estilo, redacción y uso de la terminología utilizada en normas para control estadístico de procesos existentes. Además la carencia de un documento normativo que contemple el aspecto multivariante dentro del ámbito de los gráficos de control ha hecho imperativo la generación de la guía metodológica.

Teniendo en cuenta las guías técnicas: GTC 21 LA FUNCIÓN DE LA NORMALIZACIÓN DE EMPRESA. DIRECTRICES PARA SU IMPLEMENTACIÓN y GTC 22 LA FUNCIÓN DE LA NORMALIZACIÓN DE EMPRESA. INVENTARIO Y DESCRIPCIÓN DE HERRAMIENTAS, la guía desarrollada puede ser adoptada como un documento normativo interno dentro del proceso de normalización de las empresas que consideren pertinente utilizarla.

La aplicabilidad de la guía metodológica en el ámbito práctico se debe en gran medida a la inmensa funcionalidad que ofrece el programa de redes neuronales para detectar salidas de control. Ésta técnica estadística y los avances tecnológicos en materia de software, facilitaron el análisis y la comprensión de los datos utilizados en los estudios de caso presentados.

El uso de la presente guía facilitará el control de procesos en la industria ya que realiza de manera conjunta el análisis de las variables involucradas en la elaboración del producto, representando en un solo estadístico (el T2

de Hotelling) una información de origen multivariante. Por otro lado, se espera que la guía contribuya a la divulgación del control estadístico de procesos multivariante en el entorno académico local.

## REFERENCIAS

- Alfaro, José. (2002). Métodos multivariantes en control estadístico de la calidad. Documentos de trabajo. Universidad de Castilla-La Mancha.
- Aparisi, Francisco. (2005). Cartas de control multivariado. En: coloquio regional de estadística. Cursos del III coloquio regional de estadística. Medellín Universidad Nacional de Colombia.
- Aparisi, Francisco. y GARCIA J. Carlos (2001). Aumento de la potencia del gráfico de control multivariante T2 de Hotelling utilizando señales adicionales de falta de control. Estadística española. Vol. 43, No 148, 171-188.
- Avendaño, Gerardo (2009). Aplicación al control de calidad. Editorial ARFO
- Avendaño, Gerardo (2003). Interpretación de la señal de falta de control en gráficos multivariantes mediante redes neuronales. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia.
- Grant, e. L. Y leavenworth, r.s. (1996). Statistical quality control. Mc Graw Hill. Seventh Edition, 404-411.
- Guía Formato para presentación de proyectos de investigación científica y tecnológica, (2003). Colciencias, Oficina de registro y seguimiento, Bogotá.
- Haro diaz, cesar. (2001). Selección de planes de muestreo para los gráficos de control T2 de Hotelling y varianza generalizada. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia.
- Hotelling, Harold. (1947). Multivariate quality control in techniques of statistical analysis, Eds. C Eisenhart, M. Hastay and W. A. Wallis, McGraw Hill
- Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, ICONTEC. (2001). Compendio. Tesis y otros trabajos de grado.
- Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, ICONTEC. (1995). GTC 21, La función de normalización de empresa. Directrices para su implementación.
- Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación. Normalización. [Bogotá, Colombia]. Internet. < <http://www.icntec.org>>
- Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, ICONTEC. (1997). NTC 3113, Normalización y actividades relacionadas. Vocabulario general.
- Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, ICONTEC. (1995). NTC-ISO 8258, Gráficos de control de Shewhart.
- International organization for standardization. (2001). ISO/IEC DIRECTIVES PART 2, Rules for the structure and drafting of international standards.
- Mason, robert. And young, john. (2002). Multivariate statistical process control with industrial applications, ASA. Siam.
- Montgomery, Duglas. (2004). Control estadístico de la calidad, Limusa Wiley S. A.

### ***Autorización y Renuncia***

*Los autores autorizan a LACCEI para publicar el escrito en las memorias de la conferencia. LACCEI o los editores no son responsables ni por el contenido ni por las implicaciones de lo que esta expresado en el escrito.*