

Uso de la Vorticidad Como Parámetro Característico del Estudio de la Capa Límite

Geanette Polanco

Universidad Simón Bolívar, Valle de Sartenejas, Edo. Miranda, Venezuela, gpolanco@usb.ve

Luis Rojas Solórzano

Universidad Simón Bolívar, Valle de Sartenejas, Edo. Miranda, Venezuela, rrojas@usb.ve

Cristina Amon

University of Toronto, Toronto, Ontario, Canada, amon@atmie.utoronto.ca

RESUMEN

El presente trabajo plantea el uso de campos de vorticidad como parámetro característico del comportamiento del flujo dentro de una rejilla de álabes en particular en las zonas cercanas a la superficie de los álabes. Los campos de vorticidad se generan a partir de la resolución de las ecuaciones de momentum lineal y de continuidad, utilizando la técnica de la simulación numérica directa (SND). El estudio abarca la consideración del funcionamiento del sistema para los regímenes de flujo subcrítico y supercrítico bajo condiciones de flujo imperturbado y bajo la presencia de perturbaciones temporales superpuestas al flujo. Del análisis de los campos de vorticidad se evidencia la presencia alcance de la capa límite alrededor de la superficie del álabe, así como también la separación de la misma denotada por el desprendimiento de bolsas de vorticidad aguas abajo del canal inter-álabe, para el caso imperturbado como el perturbado bajo el régimen supercrítico, mientras que para el régimen subcrítico no se evidencian cambios relevantes en la variables vorticidad.

Palabras Clave: Vorticidad, capa límite, SND

1. INTRODUCCIÓN

La caracterización del comportamiento de la capa límite mediante el análisis de los campos de vorticidad se plantea en este trabajo como una herramienta alternativa de estudio en la geometría correspondiente a una rejilla de álabes del estator de una turbina axial modelada bajo un enfoque bidimensional (Polanco, 2000). El análisis clásico de la capa límite basado en el estudio de los campos de velocidad directamente se ha extendido incluso a la aplicación de diferentes modelos de turbulencia, como lo son Large Eddy Simulation (LES) y Reynolds Average Navier-Stokes (RANS) para su posterior comparación con los estudios previos, (Hickel, 2008, Monokrousos, 2008 y Richez, 2008).

Se fundamenta en el uso de herramientas computacionales para la simulación numérica directa (SND) de las ecuaciones que gobiernan el flujo, a saber: continuidad y conservación de momentum, bajo un esquema de discretización espacial con elementos espectrales y un esquema temporal combinado que utiliza una formulación de tipo Adams Bashfort de tercer orden para el término convectivo y una formulación de diferencias hacia atrás para el término difusivo de la ecuación de momentum. Una vez resueltas las ecuaciones de momentum y continuidad toda la información es post-procesada para la obtención de la variable vorticidad.

La geometría seleccionada corresponde a una representación bidimensional de una configuración compleja donde se determinó que para flujos básicos sin perturbación bajo el régimen subcrítico el flujo presenta un comportamiento estable sin presentar separación de la capa límite, mientras que para el régimen supercrítico, la capa límite se separa y aparecen ondas T-S, que denotan el comienzo de la transición. Para el flujo perturbado con

frecuencias cercanas a la frecuencia natural bajo régimen subcrítico, se crea artificialmente un efecto equivalente al comienzo de la transición (ondas tipo T-S). Para $Re > Re_{cr}$, la presencia de perturbaciones incrementa el proceso de comienzo de la transición, siendo el Reynolds crítico para la geometría estudiada, $Re=400$, (Rojas y Amon, 1995) y (Rojas, 1997).

2. ANTECEDENTES

La caracterización de los fenómenos hidrodinámicos que aparecen en la capa límite dentro de geometrías variadas y complejas, ha sido tema de interés a través de los años. La cascada de álabes es considerada una geometría compleja, para la cual se han desarrollado correlaciones experimentales que predicen la localización del punto de inicio de la transición bajo ciertas limitaciones de flujo usando el perfil de velocidad, (Robert, 1975) y (Umit y Chauvin, 1994) Todos estos estudios han estado sustentados en el análisis del perfil de velocidades y sus componentes.

La introducción de la vorticidad como variable alternativa de análisis de la capa límite representa la posibilidad de entender a profundidad los mecanismos presentes en el proceso del inicio de la transición y la posterior aparición de la turbulencia en zonas cercanas a paredes en cualquier geometría.

La variable vorticidad corresponde a un campo vectorial que se define como el rotacional de la velocidad, tal como se muestra en la ecuación 1.

$$\bar{\omega} = \nabla \times \bar{V} \quad (1)$$

Para flujos bidimensionales, en la ausencia de fuerzas no conservativas, la vorticidad no puede ser producida o destruida en el interior de un fluido homogéneo; ésta debe ser creada o destruida solamente en las fronteras del fluido - capa límite - (Hunt, 1964)

En flujos desacelerados, la difusión de vorticidad hacia las fronteras es contrarrestada por la convección del fluido en la dirección transversal 'y'. A mayor desaceleración, mayor es la convección que impide la difusión de la vorticidad (y el momentum) hacia las fronteras de la capa límite. Además, a mayor desaceleración mayor es la tasa de decrecimiento de la vorticidad media en la dirección del flujo. Por lo tanto, debe existir un nivel de desaceleración del flujo sobre el cual la tasa de decrecimiento de la vorticidad media no es balanceada por la difusión de la vorticidad hacia la frontera. Cuando esta condición es alcanzada, ocurre lo que se denomina el enrollamiento (roll-up) de la vorticidad. Cuando el enrollamiento de la vorticidad ocurre, el proceso de difusión resulta ser el predominante.

La presencia de un gradiente adverso de presión implica la presencia de un punto de inflexión en el perfil de velocidades dentro de la capa límite. (Goldstein, 1987). El punto de inflexión es la posición de máxima vorticidad y en el caso del flujo dentro de la capa límite, este es en parte formado por el desplazamiento transversal del fluido desde la vecindad inmediata a la pared hacia la frontera de la capa límite. Una propiedad importante del punto de inflexión es que no puede ocurrir difusión de vorticidad media a través de él. Esto es importante porque, en ausencia de enrollamiento, la vorticidad del fluido sobre el punto de inflexión no tiene acceso a las fronteras, (O'Malley, 1991).

En resumen, el enrollamiento de la vorticidad en flujos desacelerados toma lugar cuando el decrecimiento del momentum en la dirección del flujo no es compensado por el correspondiente decrecimiento de la vorticidad en el fluido. Esto ocurre cuando el desplazamiento del fluido desde la región de la pared sobrepone los efectos de difusión de vorticidad en la frontera.

La presión mínima en la pared debe resultar de un cambio de presión fuera de la capa límite. Una de las consecuencias de la presencia de un gradiente de presión adverso, es que el desarrollo de la capa límite debe ser relativamente rápido. El desplazamiento del fluido desde la pared, implica cambios significativos en la velocidad normal a la frontera en la dirección "y". Además, en flujos desacelerados, las líneas de flujo medias exhiben curvaturas convexas impuestas por la curvatura de la superficie, por ejemplo, la curvatura de un álabe. Esta situación crea un gradiente de presión en la dirección "y", que es indispensable para la separación del flujo.

En flujos turbulentos, la respuesta de momentum en la dirección del flujo a fluctuaciones de presión, crea cambios entre la vorticidad media y las componentes de la perturbación, jugando un papel importante en el mecanismo de mantenimiento de la turbulencia. No obstante, dichos cambios en la capa viscosa no se deben exclusivamente a la respuesta del flujo ante fluctuaciones de presión en la capa límite.

3. METODOLOGÍA PROPUESTA

El estudio se concentra en el problema hidrodinámico para una rejilla de álabes con un fluido incompresible, sin tomar en cuenta la transferencia de calor. Esto implica que las ecuaciones gobernantes del fenómeno son la ecuación de Navier-Stokes y la ecuación de conservación de masa (continuidad), particularizadas para un fluido incompresible de propiedades constantes aplicadas en 2D, las cuales se resolverán mediante SND.

El modelo seleccionado representa la región inter-álabes extendida horizontalmente en las regiones de entrada y salida, tal como se muestra en la Fig. 1. Se contempla el espesor no uniforme de los álabes y las características geométricas mencionadas a continuación: cuerda de longitud 'c' de 0.21m (0.7 ft), espesor de canal en la zona extendida h de 0.20 m (0.64 ft), solidez 's=h/c' de 0.914 y ángulo de ataque α , de 45 grados. La velocidad uniforme de entrada al dominio $U_{\infty} = 0.152$ m/seg (0.5 ft/seg). El modelo está basado en el patrón resultante después de abrir y proyectar la sección cilíndrica coaxial (en el radio medio) sobre un plano, llamado canal inter-álabes.

La discretización espacial del dominio se llevó a cabo mediante la técnica de elementos espectrales (Patera, 1984). Cada uno de éstos, denominados macro-elementos, posee 25 nodos, 5 por cada lado del macro-elemento. La malla resultante consta de 784 macro-elementos (Rojas y Amon, 1995), como se puede observar en la Fig. 1. El término convectivo es tratado explícitamente por un esquema de discretización temporal de tipo Adams Bashfort de tercer orden y el término viscoso por un esquema implícito de primer orden de diferencias hacia atrás.

Se establecieron dos sets de simulaciones: una para el caso de flujo simple o básico y otro para el caso de flujo perturbado en la entrada. Las condiciones de borde aplicadas a las fronteras del dominio computacional se establecieron comunes para ambos casos, el básico y el perturbado. Estas son: la condición de flujo desarrollado a la salida y presión manométrica constante igual a cero a la salida del canal. Condición de no-deslizamiento en las paredes del álabes y condición de periodicidad en las fronteras meridionales (Periodicidad AB-HG). En la entrada se aplicó una velocidad uniforme en la dirección x, para el caso básico y una velocidad constante más una perturbación periódica de tipo senoidal función del tiempo a la entrada en el caso de flujo perturbado.

El fluido se considera como incompresible con una densidad ρ de 0.0325 kg/m³ (0.002024 lbm/ft³), que pudiera corresponder en algún caso al aire a una temperatura aproximada de 815.6 °C (1500 °F) siempre y cuando este se encuentre a bajas velocidades, para que la premisa de flujo incompresible pueda ser aplicable.

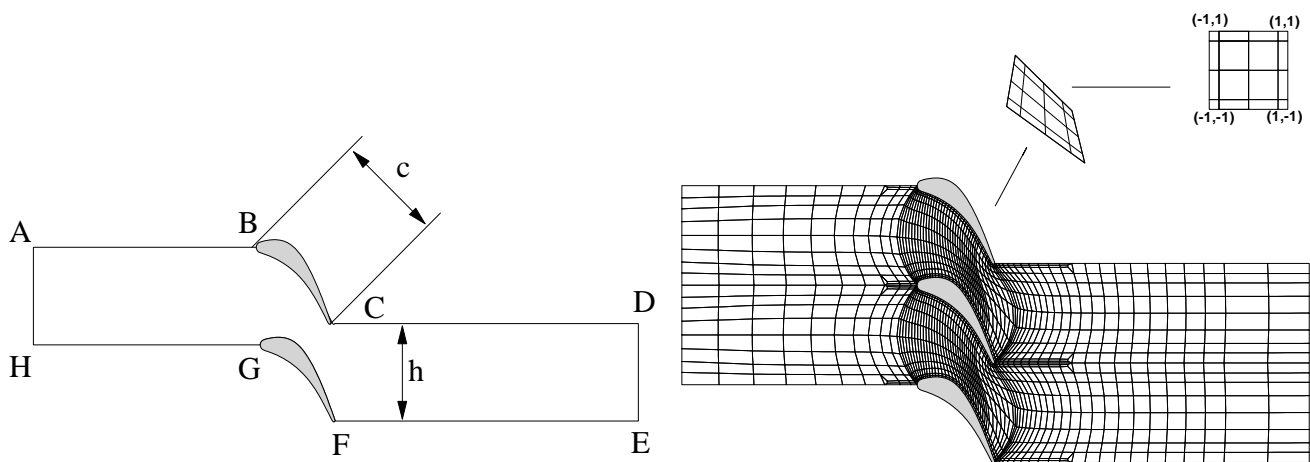


Figure 1: Dominio Computacional y Mallado utilizado en el dominio computacional

4. CASOS ESTUDIADOS

Se planteó realizar dos sets de simulaciones numéricas. El primer set para el caso de flujo básico sin perturbaciones y un segundo set para el caso de un flujo perturbado en la zona de entrada del canal inter-álabe. Ambos sets fueron simulados para valores de Reynolds de 231 y 1000, tomados de trabajos previos (Rojas y Amon, 1995), a fin de asegurar la simulación de ambos casos sub y supercríticos. El valor del Reynolds crítico para la geometría es de $Re=400$. Dentro de dichas simulaciones se distinguen dos aspectos, la determinación de los valores instantáneos en diferentes tiempos correspondientes a fracciones del período de la perturbación y la determinación de los valores promedio punto a punto dentro de todo el dominio computacional de las variables involucradas, es decir, presión y velocidad.

Para el caso perturbado se simularon tres valores de frecuencia de la perturbación, por debajo, igual y sobre la frecuencia natural ($f=44$) y tres amplitudes diferentes establecidas como un porcentaje de la velocidad media a la entrada del dominio ($0.5\% U_\infty$, $1\% U_\infty$, $2\% U_\infty$). La información obtenida de las simulaciones o corridas son los datos instantáneos en diferentes tiempos (fracciones del período de la perturbación) así como los valores promedio punto a punto dentro de las variables involucradas, es decir, presión y velocidad.

Una vez realizadas tanto las corridas del caso básico como las del caso perturbado, se procede al post-procesamiento de la información para transformar los datos obtenidos de velocidad y presión, en términos de vorticidad

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis de los campos de vorticidad obtenidos para cada caso se realizara en base a su representación adimensional, la cual de aquí en adelante será referida simplemente como vorticidad. La adimensionalización de se realiza en base a la velocidad del flujo medio y a la cuerda del alabe.

La Fig. 2 muestra el campo de vorticidad generado para el caso de flujo básico subcrítico en el cual se observa una clara distinción entre las zonas cercanas a la superficie de los álabes y las zonas alejadas de ésta, denotada por valores diferentes de cero (color azul) solo cerca de las paredes de los álabes, debido a que en esta zona los efectos viscosos tienen mayor importancia dentro del fluido, mientras que lejos de la superficie la viscosidad pierde relevancia y en consecuencia el flujo se comporta como flujo cuasi-potencial fuera de la capa límite, es decir, vorticidad cercana a cero. Se evidencia el comportamiento previamente descrito en función de las variables velocidad y presión. Además, se observa como los valores de vorticidad que se generan justo sobre la cara de succión del álabe van disminuyendo a medida que se aumenta la distancia lejos de los bordes, así como también a medida que se desplaza por el canal inter-álabe, debido a los procesos de convección y difusión de la vorticidad dentro de la capa límite. El perfil de vorticidad presenta dos picos (negativos) para la cara de succión del álabe, producto de la superposición de sus componentes en las direcciones "x" y "y", " w_x " y " w_y ". Cualitativamente se observa que la vorticidad debe su comportamiento esencialmente, a la variación del término " w_x " y no a la variación de la " w_y ". Esto se debe al hecho de que el flujo una vez dentro del canal inter-álabe se ve sometido a un cambio de área transversal que lo obliga a aumentar su velocidad localmente. Sin embargo, como esta restricción no es constante en la dirección de flujo debido a que está delimitada por una combinación de superficies curvas, la aceleración que se produce no es uniforme, y el vector velocidad cambia de dirección ocasionado una variación en la magnitud de cada una de sus componentes, pero manteniendo su movimiento predominantemente cuasi-paralelo a la superficie del álabe, generando un cambio como el observado en cada una de las componentes de la vorticidad.

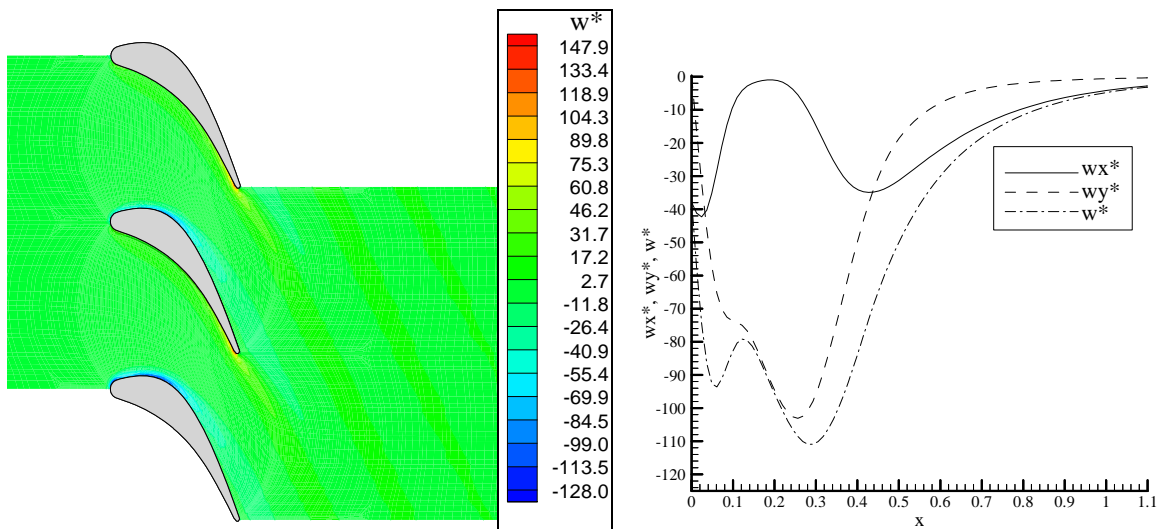


Figure 2: Contorno de vorticidad instantánea (lado izquierdo) y perfil de vorticidad instantánea sobre la cara de succión del álabe (lado derecho) para el flujo básico subcrítico ($Re=231$)

La Fig. 3 muestra el campo de vorticidad instantáneo para el caso supercrítico, donde se observa un comportamiento cualitativo semejante al caso subcrítico en la región inter-álabe, sin embargo, se presentan pequeñas zonas de vorticidad distintas a cero, en la extensión aguas abajo del dominio, producto del arrastre de los efectos de las inestabilidades transitorias del sistema y del desprendimiento de estructuras vorticales semejantes a los vórtices de von Kármán. Cuantitativamente, se podría decir que existe un aumento en el rango de la vorticidad en comparación con el caso subcrítico. Los perfiles de vorticidad sobre la cara de succión del álabe en la misma figura representan esta variable en seis tiempos distintos. Se observa que cualitativamente la vorticidad para cada tiempo mostrado tiene el mismo comportamiento obtenido en el caso subcrítico, sin embargo, a partir de $x = 0.7$ aproximadamente, se observa un desfase entre el perfil de vorticidad de los diferentes tiempos, detallado dentro de la misma figura, donde se ve la disminución en la longitud de onda de la señal, que hasta tal sección podría catalogarse como de onda larga, hasta transformarse en una señal de onda corta. Puede inferirse que este comportamiento es debido a la presencia de las ondas T-S en el sistema, que se comportan como inestabilidades transitorias, previamente analizadas por Rojas y Amon, (Rojas y Amon , 1995).

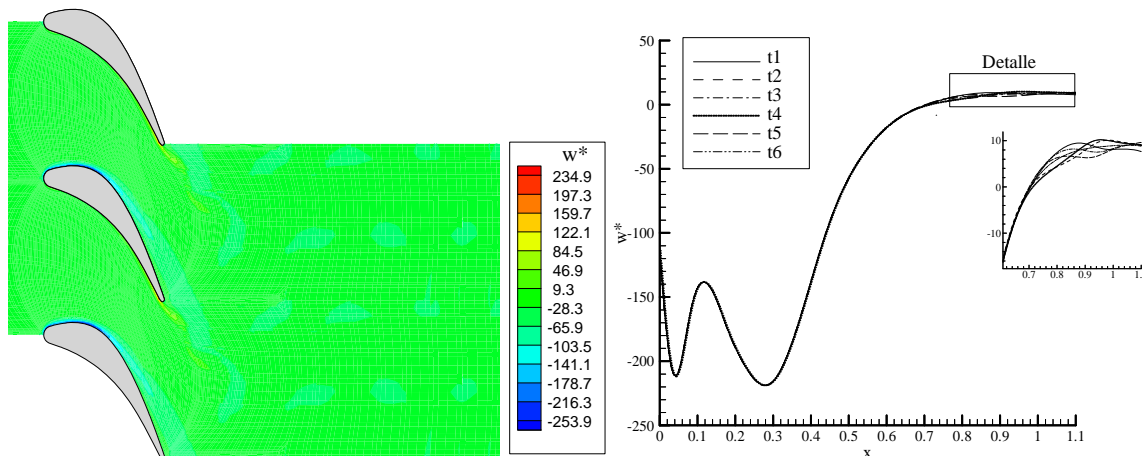


Figure 3: Campo de vorticidad instantánea (lado izquierdo) y perfil de vorticidad instantánea sobre la cara de succión del álabe (lado derecho) para el flujo básico supercrítico ($Re=1000$)

La Fig. 4 muestra el campo de vorticidad instantánea en todo el dominio computacional para dos instantes de tiempos arbitrarios. En estas figuras se refleja claramente la ausencia de bolsas de desprendimiento de la capa límite, como las observadas en el caso de flujo básico supercrítico, sin embargo existe un escalamiento de la zona aguas abajo donde los efectos de la vorticidad generada en la capa límite son importantes. Esta situación refleja que la perturbación impuesta se superpone al flujo creando un efecto alternativo de expansión o contracción de dicha zona, y más aún, señala la ausencia del fenómeno de transición en el dominio, caracterizada por la presencia de bolsas de vorticidad distinta de cero que se desprenden aguas abajo del álabe como se determinó en la sección previa. En otras palabras la ausencia de bolsas de vorticidad distintas de cero aguas abajo del dominio permite inferir la ausencia del proceso de transición.

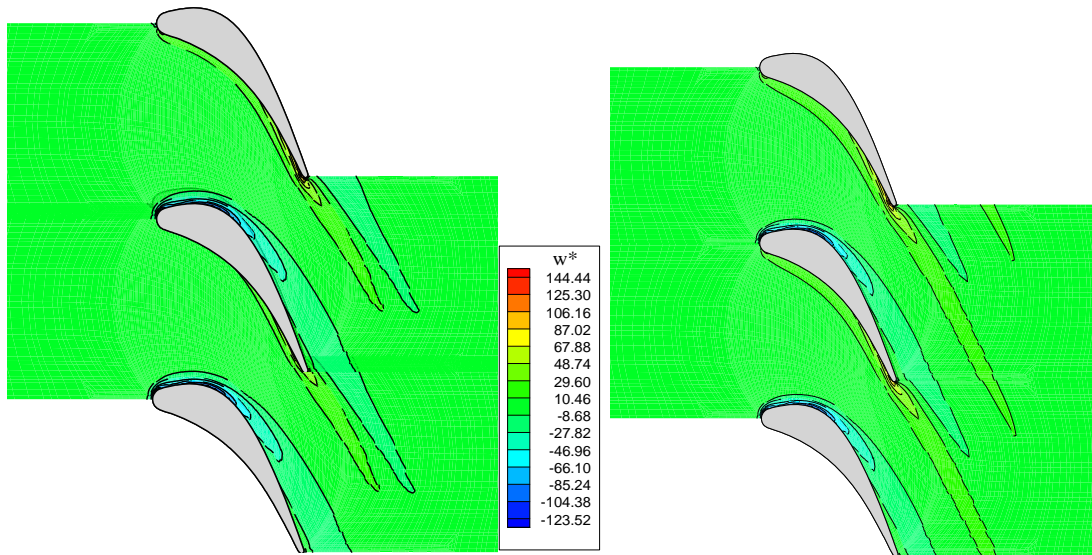


Figure 4: A Campo de vorticidad instantánea (lado izquierdo) para el flujo perturbado $A=0.5\%$ y $f=44$ subcrítico ($Re=231$) en dos tiempos diferentes

La Fig. 5 muestra el campo de vorticidad para todo el dominio computacional. En esta figura se observa la presencia de bolsas de vorticidad, aguas abajo de los álabes, que como se determinó en el caso de flujo básico están relacionadas directamente con el inicio de la transición, es decir, el desprendimiento y eyección de vórtices tipo von Kármán. En resumen, la presencia de perturbaciones sobre el dominio para un régimen de flujo supercrítico no altera el mecanismo espontáneo de inicio de transición. Esta observación se extiende para las distintas amplitudes y frecuencias de señal de perturbación.

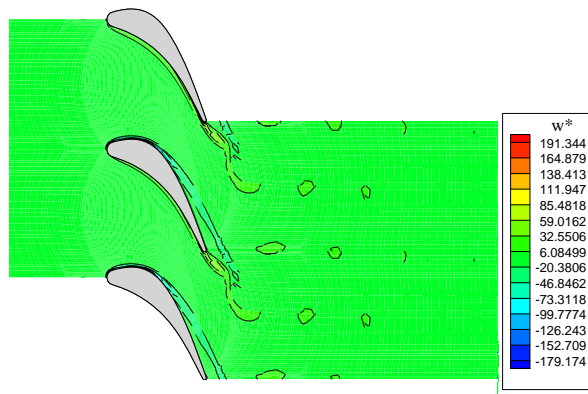


Figure 5: Campo de vorticidad instantánea para el caso flujo perturbado $A=2\%$ y $f=44$

6. CONCLUSIONES

Del análisis de los campos de vorticidad del flujo obtenido bajo las diferentes condiciones evaluadas se producen las siguientes conclusiones:

- El fenómeno de transición para esta geometría particular está asociada al desprendimiento periódico de bolsas de vorticidad distintas de cero que se trasladan aguas abajo de la rejilla de álabes en un movimiento de manera semejante a los vórtices de von Kármán.
- El perfil de vorticidad sobre la superficie del álabe para todos los casos (sub y supercríticos) con y sin perturbación, debe su comportamiento esencialmente, a la variación del término " w_x " y no a la variación del " w_y ", esto implica que dentro de la capa límite el flujo se mantiene cuasi-paralelo a la superficie.
- Para el caso supercrítico la presencia de perturbaciones no genera diferencia en el perfil ni el campo de vorticidad con respecto al caso sin perturbación.

7. AGRADECIMIENTOS

Al Laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Universidad Simón Bolívar por facilitar el uso de sus espacios y recursos computacionales.

REFERENCES

- Goldstein, M.E, Durbin P.A. y Leib S.J. (1987). "Roll-up of vorticity in adverse pressure gradient boundary layers". *Journal of Fluid Mechanics*. Vol. 183, pp. 325-342.
- Gorski, J.J. (1995). "Vorticity transport analysis of turbulent flows". *Transactions of the ASME*. Vol. 117, pp. 410-416.
- Hickel, N.A. (2008). "Implicit LES applied to zero-pressure-gradient and adverse-pressure-gradient boundary-layer turbulence". *International Journal of Heat and Fluid Flow*. Volume 29. Issue 3L; pp. 626-639.
- Hunt, J.N. (1964). *Incompressible Fluid Dynamics, Mathematical Physics series 21s*.
- Monokrousos, A., Brandt, L., Schlatter P. y Henningson, D.S. (2008). "DNS and LES of estimation and control of transition in boundary layers subject to free-stream turbulence". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 29, Issue 3. pp. 841-855.
- O'Malley, K.O., Fitt A.D., Jones T.V., J. R. Ockendon and P. Wilmott. (1991). "Models for High Reynolds Number Flow Down a Step". *Journal of Fluid Mechanics*. Vol. 222. pp 139-155.
- Patera, A.T. (1984). "A Spectral Element Method for Fluid Dynamics: Laminar Flow in a Channel Expansion". *Journal of computational Physics*. Vol. 54, No 3, pp 468-488.
- Polanco, G. C. (2000). "Estudio numérico de la receptividad de la capa limite en rejillas de álabes según criterios de vorticidad", Tesis de Maestría, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.
- Richez, F., Gleize M.y Basdevant, C. (2008). "Near stall simulation of the flow around an airfoil using zonal RANS/LES coupling method". *Computers and Fluids*, Volume 37, Issue 7. pp. 857-866.
- Rojas, L.R. y Amon C.H. (1995). "Direct Numerical Simulations of Boundary Layer Instabilities in Subsonic Cascade Flows Triggered by Free-Stream Disturbances". *Third Caribbean Congress on Fluid Dynamics and the Third Latin-American Symposium on Fluid Mechanics*, Caracas, Venezuela.
- Rojas, L.R. (1997). "Boundary Layer Receptivity and Resonance caused by tuned Disturbances within Cascade Flows", PhD thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, USA.

Umit, K. y Chauvin, J. (1994). "A rapid method for predicting global and local performance of cascades with special emphasis on the calculation of the transition region". *International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, The Hague, Netherlands.

Autorización y Renuncia

Los autores autorizan a LACCEI para publicar el escrito en los procedimientos de la conferencia. LACCEI o los editors no son responsables ni por el contenido ni por las implicaciones de lo que esta expresado en el escrito